第 43 卷 第 10 期 Vol.43 No.10

山 东 大 学 学 报 (理 学 版)
Journal of Shandong University(Natural Science)

2008 年 10 月 Oct. 2008

文章编号:1671-9352(2008)10-0021-06

系统 S-粗状态规律的推理 – 预测

邱育锋[1,2],张凌[1,2]

(1. 龙岩学院数学与计算机科学学院, 福建 龙岩 364000; 2. 山东大学数学学院, 山东 济南 250100)

摘要:给出系统 S-粗状态规律的概念,及其规律的生成; 利用干扰因素与系统属性之间的逻辑推理形式, 给出系统 S-粗状态规律的动态推理形式, 提出 S-粗状态规律的动态推理识别定理。基于以上结果, 给出 S-粗状态规律预测模型, 并给出应用。

关键词: S-粗集;干扰; 冲突; S-粗状态规律; S-粗状态规律预测。

中图分类号:O159 **文献标志码:**A

The inference and forecast of the system S-rough state law

QIU Yu-feng[1,2], ZHANF Ling[1,2]

(1. School of Mathematics and Computer Science, Longyan University, Longyan 364000, Fujian, China;
2. School of Mathematics, Shandong University, Jinan 250100, Shandon, China)

Abstract: First, the concept of the system S-rough state law was proposed, and the S-rough state law generation was given. Then the dynamic inference model of the system S-rough state law was presented on the basis of the logic inference model between interference and system attribute. Second, the dynamic inference and recognition theorems of the S-rough state law was proposed. The forecast model of the S-rough state law and its application were presented based on the above results.

Key words: S-rough sets; interference; conflict; S-rough state law; S-rough state law forecast

0 引言

1982 年,波兰数学家 Z.pawlak 提出了粗集[1]。Pawlak 粗集是用具有静态特性的 R-元素等价类定义的,它具有静态特性,Pawlak 粗集对于处理系统的动态问题无能为力。史开泉教授于 2002 年改进了 Pawlak 粗集,提出了 S-粗集[2],S-粗集是用具有动态特性的 R-元素等价类定义的,它具有动态特性[3,4]。本文的讨论是在 S-粗集上进行的。当一个控制系统未受到外部因素干扰时,系统状态保持稳定,如果外部因素对系统进行干扰,系统状态发生紊乱,这是一个常见的事实。

对于一个多输出系统,当系统受到外部因素干扰时,系统状态输出集合 $X\subseteq U$ 具有动态特性,因此 $X\subseteq U$ 的描述是 S-粗集($(R,\mathscr{F})_{\circ}(X),(R,\mathscr{F})^{\circ}(X)$)的形式,S-粗集($(R,\mathscr{F})_{\circ}(X),(R,\mathscr{F})^{\circ}(X)$)生成的表征系统状态输出规律的 S-粗状态规律($p(x)_{-}^{\mathscr{F}},p(x)^{\mathscr{F},-}$)也具有动态特性,对($p(x)_{-}^{\mathscr{F}},p(x)^{\mathscr{F},-}$)进行动态预测在实际系统中是十分重要的。

本文给出 S-粗状态规律($p(x)_{-}^{\mathscr{F}},p(x)^{\mathscr{F},-}$)的生成模型,对文献[5]中系统干扰的逻辑推理形式系统化,

---

收稿日期:2008-06-04

基金项目:山东省自然科学基金资助项目(Y2007H02); 福建省资助省属高校资助项目(2008F5042);福建省教育厅 A 类科技基金资助项目(JA07176)

作者简介:邱育锋(1958-), 男, 副教授, 主要从事粗系统理论与应用研究. Email: Qiuyffjly@163.com
张凌(1963-), 男, 副教授, 研究方向为系统识别、粗系统理论与应用. Email: zl79024@yeah.net

给出S-粗状态规律($(p(x)_{-}^{\mathscr{T}},p(x)^{\mathscr{T},-})$)的推理、识别定理,给出$(p(x)_{-}^{\mathscr{T}},p(x)^{\mathscr{T},-})$关于Pawlak粗集生成的粗状态规律的状态偏离度量,给出$(p(x)_{-}^{\mathscr{T}},p(x)^{\mathscr{T},-})$的预测模型,给出$(p(x)_{-}^{\mathscr{T}},p(x)^{\mathscr{T},-})$的预测模型在系统动态预测中的应用。S-粗集与命题逻辑理论[6]交叉、渗透是系统状态预测的一个新的研究方向。S-粗集的结构见文献[2-4],更多的研究见文献[7-14]。

1 系统干扰与干扰的逻辑推理[5]

约定 1.1　$\Phi=\{\gamma_1,\gamma_2,\cdots,\gamma_s\}$是干扰因素论域,$R=\{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_t\}$是系统属性论域,$A\subseteq R$是系统属性集;$\forall\gamma\in\Phi$与命题“$\gamma$干扰系统”等同,$\forall\alpha\in R$与命题“$\alpha$属于属性集$A$”等同,文中只涉及逻辑联结词$\wedge,\neg,\rightarrow_A,\rightarrow_A$的含义见定义1.2。

定义 1.1　合式公式(well-formed formula)

(1) 简单命题是合式公式;

(2) 若Q是R上的合式公式,则$\neg Q$也是R上的 合式公式;

(3) 若P_1和P_2是Φ上的合式公式,则$P_1\wedge P_2$是合式公式;若Q_1,Q_2是R上的合式公式,则$Q_1\wedge Q_2$也是R上的合式公式;

(4) 若P,Q分别是Φ,R上的合式公式,则$P\rightarrow_A Q$也是合式公式,这类合式公式的全体记为IMP(Φ,R);若$T_1,T_2\in$IMP(Φ,R),则$T_1\wedge T_2$是合式公式;

(5) 只有以上4个条件中给出命题的才是合式公式。

约定 2　命题$P=\gamma_1\wedge\gamma_2\wedge\cdots\wedge\gamma_m$表示$\Phi$的一个干扰,简记为$P=\{\gamma_1,\gamma_2,\cdots,\gamma_m\}\subseteq\Phi$,同理,被干扰命题$Q=\alpha_1\wedge\alpha_2\wedge\cdots\wedge\alpha_n$,简记为$Q=\{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n\}\subseteq R$。

定义 1.2　给定干扰$P\subseteq\Phi$,被干扰集合$Q\subseteq R$,和集合$A\subseteq R$。称复合命题“$Q\not\subset A$,若P,则$Q\subseteq A$”及“$Q\subseteq A$,若P,则$Q\not\subset A$”,是P对Q关于A的蕴涵式,分别记为“$P\rightarrow_A Q$”和“$P\rightarrow_A\neg Q$”。“$\rightarrow_A$”称为Φ与R之间关于A的蕴涵联结词。特别地:

$\gamma\rightarrow_A\alpha$ ($\gamma\in\Phi,\alpha\in R,\alpha\,\overline{\in}\,A$)表示:“$\alpha\,\overline{\in}\,M$,若$\gamma$,则$\alpha\in A$”;

$\gamma\rightarrow_A\neg\alpha$ ($\gamma\in\Phi,\alpha\in A$)表示:“$\alpha\in A$,若$\gamma$,则$\alpha\,\overline{\in}\,A$”;

$\gamma\rightarrow_A(\neg\alpha)\wedge\alpha$ ($\gamma\in\Phi,\alpha\in R$)表示:“若$\gamma$,则$\alpha$的隶属情况不发生变化”。

R中往往存在这样的元素α,干扰P中存在若干个干扰强弱不同的γ_j,$\gamma_j\rightarrow_A\alpha$,同时存在若干个干扰强弱不同的$\gamma_k$,$\gamma_k\rightarrow_A\neg\alpha$,使得$P$与$\alpha$关于$A$的蕴涵式不能被确定,称这种现象为冲突(Conflict)现象。冲突现象的出现为A的确定带来了困难。

定义 1.3　给定$\alpha\in R$,干扰P,设$P^+(\alpha)=\{\gamma_i\mid\gamma_i\rightarrow_A\alpha,\gamma_i\in P\}$,$P^-(\alpha)=\{\gamma_i\mid\gamma_i\rightarrow_A\neg\alpha,\gamma_i\in P\}$。若$P^+(\alpha)\neq\phi$,$P^-(\alpha)\neq\phi$,则称$\mathrm{Conf}^P(\alpha)=P^+(\alpha)\cup P^-(\alpha)$是$\varepsilon$包含在$P$中的冲突。

定义 1.4　称矩阵$[\mathscr{U}(\gamma_i,\alpha_j)]_{s\times t}$为干扰因素论域$\Phi$对属性集$R$的效用(utility function)矩阵,且

$$[\mathscr{U}(\gamma_i,\alpha_j)]_{s\times m}=\begin{bmatrix}\mathscr{U}(\gamma_1,\alpha_1) & \mathscr{U}(\gamma_1,\alpha_2) & \cdots & \mathscr{U}(\gamma_1,\alpha_t)\\ \mathscr{U}(\gamma_2,\alpha_1) & \mathscr{U}(\gamma_2,\alpha_2) & \cdots & \mathscr{U}(\gamma_2,\alpha_t)\\ \cdots & \cdots & \ddots & \cdots\\ \mathscr{U}(\gamma_s,\alpha_1) & \mathscr{U}(\gamma_s,\alpha_2) & \cdots & \mathscr{U}(\gamma_s,\alpha_t)\end{bmatrix},\tag{1}$$

$\mathscr{U}(\gamma_i,\alpha_j)$表示$\gamma_i$与$\alpha_j$的关于属性集$A$的蕴涵式的效用值。若$\mathscr{U}(\gamma_i,\alpha_j)<0$,则$\gamma_i\rightarrow_A\neg\alpha_j$;若$\mathscr{U}(\gamma_i,\alpha_j)=0$,则$\gamma_i\rightarrow_A\alpha_j\wedge(\neg\alpha_j)$;若$\mathscr{U}(\gamma_i,\alpha_j)>0$,则$\gamma_i\rightarrow_A\alpha_j$。

具体的效用函数可由专家根据具体实例,利用模糊数学的综合评判方法确定,本文略。

$\mathscr{U}(\gamma,\alpha)$的定义给出了干扰属性$\gamma$对系统属性$\alpha$干扰的方向和强弱。下面讨论$P$与$Q$关于$A$的效用值$\mathscr{U}(P,Q)$。首先定义干扰的逻辑运算规则:

定义 1.5　干扰的逻辑运算规则:

运算规则 1　对 $\forall \alpha \in R, \forall P=\{\gamma_1,\gamma_2,\cdots,\gamma_p\}\subseteq \Phi, \mathscr{U}(P,\alpha)=\sum_{i=1}^{p}\mathscr{U}(\gamma_i,\alpha)$。

1^0若 $\mathscr{U}(P,\alpha)<0$,则 $P \rightarrow_A \neg\alpha$;

2^0若 $\mathscr{U}(P,\alpha)=0$,则 $P \rightarrow_A \alpha \wedge (\neg\alpha)$;

3^0若 $\mathscr{U}(P,\alpha)>0$,则 $P \rightarrow_A \alpha$。

运算规则 2　给定 $\forall P=\{\gamma_1,\gamma_2,\cdots,\gamma_p\}\subseteq \Phi$ 和 $\forall Q=\{e_1,e_2,\cdots,e_q\}\subseteq R$,则

$$\forall \gamma \in P, \mathscr{U}(\gamma,Q)=(\mathscr{U}(\gamma,\alpha_1),\mathscr{U}(\gamma,\alpha_2),\cdots,\mathscr{U}(\gamma,\alpha_q));\mathscr{U}(P,Q)=\sum_{i=1}^{p}\mathscr{U}(\gamma_i,Q)。$$

运算规则 3　若 $T_1,T_2\in \mathrm{IMP}(\Phi,R)$, $T_i=(P_i\rightarrow_A Q_i^+ \wedge (P_i \rightarrow_A \neg Q_i^-)$, $P_i\subseteq\Phi$, Q_i^+, $Q_i^-\subseteq R$, $i=1,2$,则 $T_1\wedge T_2 \Leftrightarrow ((P_1\cup P_2)\rightarrow_A (Q_1^+\cup Q_2^+))\wedge((P_1\cup P_2)\rightarrow_A \neg(Q_1^-\cup Q_2^-))$。

这里: $Q^+=\{\alpha_k \mid \mathscr{U}(P,\alpha_k)>0, \alpha_k\in Q, \alpha_k \overline{\in} A\}$, $Q^-=\{\alpha_k\mid \mathscr{U}(P,\alpha_k)<0,\alpha_k\in A\}$。

根据效用向量$\mathscr{U}(P,Q)$可求 P 与 Q 关于 A 逻辑推理关系: $(P\rightarrow_A Q^+)\wedge(P\rightarrow_A \neg Q^-)$。

定义 1.6　称 Conf(α)是元素 α 关于 Φ 的所有可能的冲突,而且

$$\mathrm{Conf}(\alpha)=\{\mathrm{Conf}^P(\alpha)\mid P\subseteq\Phi\}。$$

定义 1.7　给定 $T(\Phi)=\{\{\gamma\}\mid \gamma\rightarrow_A \alpha(or\ \neg\alpha),\gamma\in\Phi,\alpha\in\Psi\}\cup\{\mathrm{Conf}(\alpha)\mid\alpha\in\Psi\}\subseteq 2^{\Phi}$,称 $T(\Phi)$是 Φ 关于 Ψ 的干扰原子集,$T(\Phi)$中的元素是干扰原子。

定理 1.1　给定干扰原子集 $T(\Phi)$和任意干扰 $P\subseteq\Phi$。P 经过分解,必要时进行重复组合,可表示为 $T(\Phi)$的一个子集 $T(P)$,且 $T(P)$中的元素满足: $\forall P_1,P_2\in T(P)$,若 $P_1\cup P_2$ 是冲突,则 $P_1\cup P_2\in T(P)$;反之,若 P 是冲突,且 $P=P_1\cup P_2$, P_1,P_2 不一定属于 $T(P)$。

定义 1.8　给定干扰 P,被干扰属性集 $Q=Q^+\cup Q^-$,且$(P\rightarrow_A Q^+)\wedge(P\rightarrow_A \neg Q^-)$。若$Q^+\neq\phi$, $Q^-=\phi$,则称 P 是 A 的 F-干扰;若 $Q^+=\phi$, $Q^-\neq\phi$,则称 P 是 A 的 $\bar{F}$-干扰;若$Q^+\neq\phi$, $Q^-\neq\phi$,则称 P 是 A 的 $\mathscr{F}$-干扰。

若 $P\rightarrow_A Q^+$,则系统发生属性迁移 $f\in F:\alpha\overline{\in}A, f(\alpha)\in A$;若 $P\rightarrow_A \neg Q^-$,则系统发生属性迁移 $\bar{f}:\alpha\in A,\bar{f}(\alpha)\overline{\in}A$。系统受到$\mathscr{F}$-干扰后 A 变为$A_{\mathscr{F}}=(A\cup Q^+)\setminus Q^-$, $A_{\mathscr{F}}$对论域重新划分。

定理 1.2　设 P_1,P_2 分别是属性集 A 的 F_1-干扰、F_2-干扰,如果 $T(P_1)\subseteq T(P_2)$,则$A_{F1}\subseteq A_{F2}$。

定理 1.3　设 $\bar{P}_1,\bar{P}_2$ 分别是属性集 A 的 $\bar{F}1$-干扰、$\bar{F}2$-干扰,如果 $T(\bar{P}_1)\subseteq T(\bar{P}_2)$,则$A_{\bar{F}1}\supseteq A_{\bar{F}2}$。

定理 1.4(知识推理识别定理)　给定元素 $x\in U$,属性集 A。A_F, $A_{\bar{F}}$是系统分别受到F-干扰和$\bar{F}$-干扰之后的属性集,$[x]_{A_F}$和$[x]_{A_{\bar{F}}}$分别是x 关于属性集A_F, $A_{\bar{F}}$生成的等价类,则

$$[x]_{A_F}\subseteq[x]_A,\ [x]_A\subseteq[x]_{A_{\bar{F}}}。\tag{2}$$

定理 1.1 ~ 1.4 的证明是直接的,证明略。

2　系统 S-粗状态规律的动态推理与识别

约定 2.1　对一个 m 端的输出系统,每隔一定的时间间隔 T 对系统的 m 个输出进行一次数据采集,设时间总长度为$(n-1)T$,则每个输出 x_i 在时间段$[0,(n-1)T]$上具有离散数据序列 $\boldsymbol{y}_i=(y_{i1},y_{i2},\cdots,y_{in})$,其中 $y_{ij}\in\mathbf{R}^+$, $\mathbf{R}^+$是非负实数集。

定义 2.1　给定输出$[x]=\{x_1,x_2,\cdots,x_k\}$, $\forall x_i\in[x]$, x_i 具有离散数据分布$\boldsymbol{y}_i=(y_{i1},y_{i2},\cdots,y_{in})$, $i=1,2,\cdots,k$;称 $\boldsymbol{y}$ 是$[x]$的复合离散数据序列

$$\boldsymbol{y}=(y(1),y(2),\cdots,y(n))=(\sum_{i=1}^{k}y_{i1},\sum_{i=1}^{k}y_{i2},\cdots\sum_{i=1}^{k}y_{in}),\tag{3}$$

称 $\boldsymbol{y}$ 由拉格朗日插值方法得到的多项式 $w(x)$是$[x]$在区间$[0,(n-1)T]$上的生成规律,简称 $w(x)$是$[x]$的生成规律。而且

$$w(x)=\sum_{s=1}^{n}y_s\prod_{\substack{t=1\\t\neq s}}^{n}\frac{t-t_s}{t_t-t_s}=a_{n-1}t^{n-1}+a_{n-2}t^{n-2}+\cdots+a_1t+a_0。\tag{4}$$

定义 2.2 给定 $X\subseteq U$ 的 S-粗集 $((R,\mathscr{F})_{\circ}(X),(R,\mathscr{F})^{\circ}(X))$,设 $[u]_{-}^{\mathscr{F}}=(R,\mathscr{F})_{\circ}(X)$,$[u]^{\mathscr{F},-}=(R,\mathscr{F})^{\circ}(X)$;称 $p(x)_{-}^{\mathscr{F}}$,$p(x)^{\mathscr{F},-}$ 构成的规律对 $(p(x)_{-}^{\mathscr{F}},p(x)^{\mathscr{F},-})$ 是S-粗集 $((R,\mathscr{F})_{\circ}(X),(R,\mathscr{F})^{\circ}(X))$ 生成的系统S-粗状态规律,如果 $p(x)_{-}^{\mathscr{F}}$ 和 $p(x)^{\mathscr{F},-}$ 分别是 $[u]_{-}^{\mathscr{F}}$ 和 $[u]^{\mathscr{F},-}$ 的生成规律。

一般地,$p(x)_{-}^{\mathscr{F}}\neq p(x)^{\mathscr{F},-}$;当 $((R,\mathscr{F})_{\circ}(X),(R,\mathscr{F})^{\circ}(X))$ 退化为 $((R,F)_{\circ}(X),(R,F)^{\circ}(X))$ 或 $((R,\bar{F})_{\circ}(X),(R,\bar{F})^{\circ}(X))$ 时,相应地,$(p(x)_{-}^{\mathscr{F}},p(x)^{\mathscr{F},-})$ 退化为 $(p(x)_{-}^{F},p(x)^{F,-})$ 或 $(p(x)_{-}^{\bar{F}},p(x)^{\bar{F},-})$。

定义 2.3 设 $(p(x)_{-}^{\mathscr{F}},p(x)^{\mathscr{F},-})$ 和 $(p(x)_{-},p(x)^{-})$ 分别是 $X\subseteq U$ 的S-粗集 $((R,\mathscr{F})_{\circ}(X),(R,\mathscr{F})^{\circ}(X))$ 与Pawlak粗集 $(R_{-}(X),R^{-}(X))$ 生成的粗状态规律,若

$$(r(x)_{-}^{\mathscr{F}},r(x)^{\mathscr{F},-})=(p(x)_{-}^{\mathscr{F}}-p(x)_{-},p(x)^{-}-p(x)^{\mathscr{F},-}),\tag{5}$$

则称 $(r(x)_{-}^{\mathscr{F}},r(x)^{\mathscr{F},-})$ 是 $(p(x)_{-}^{\mathscr{F}},p(x)^{\mathscr{F},-})$ 关于 $(p(x)_{-},p(x)^{-})$ 的状态偏离规律(state departure law);

若

$$\mathrm{SDM}(r(x)_{-}^{\mathscr{F}},r(x)^{\mathscr{F},-})=\int_{1}^{(n-1)T}(r(x)^{\mathscr{F},-}+r(x)_{-}^{\mathscr{F}})\mathrm{d}x,\tag{6}$$

则称 $\mathrm{SDM}(r(x)_{-}^{\mathscr{F}},r(x)^{\mathscr{F},-})$ 是 $(p(x)_{-}^{\mathscr{F}},p(x)^{\mathscr{F},-})$ 关于 $(p(x)_{-},p(x)^{-})$ 的偏离度量(state departure measurement);

若规律 $w(x)_1\leqslant w(x)_2$,则称 $w(x)_1$ 蕴涵 $w(x)_2$,或者 $w(x)_1\Rightarrow w(x)_2$。

定义 2.4 设 $(p(x)_{-}^{\mathscr{F}_1},p(x)^{\mathscr{F}_1,-})$ 和 $(p(x)_{-}^{\mathscr{F}_2},p(x)^{\mathscr{F}_2,-})$ 分别是S-粗集 $((A,\mathscr{F}_1)_{\circ}(X),(A,\mathscr{F}_1)^{\circ}(X))$ 和 $((A,\mathscr{F}_2)_{\circ}(X),(A,\mathscr{F}_2)^{\circ}(X))$ 生成的S-粗状态规律。若

$$p(x)_{-}^{\mathscr{F}_2}\Rightarrow p(x)_{-}^{\mathscr{F}_1},\ p(x)^{\mathscr{F}_1,-}\Rightarrow p(x)^{\mathscr{F}_2,-},\tag{7}$$

则称 $(p(x)_{-}^{\mathscr{F}_1},p(x)^{\mathscr{F}_1,-})$ 蕴涵 $(p(x)_{-}^{\mathscr{F}_2},p(x)^{\mathscr{F}_2,-})$,记作 $(p(x)_{-}^{\mathscr{F}_1},p(x)^{\mathscr{F}_1,-})\Rightarrow(p(x)_{-}^{\mathscr{F}_2},p(x)^{\mathscr{F}_2,-})$。

定理 2.1 (规律推理识别定理) 设 $A_F,A_{\bar{F}}$ 是系统受到 F-干扰和 $\bar{F}$-干扰之后系统的属性集,$[x]_{A_F}$ 和 $[x]_{A_{\bar{F}}}$ 分别是 x 关于属性集 $A_F,A_{\bar{F}}$ 生成的等价类,$w(x),w(x)^F,w(x)^{\bar{F}}$ 分别是 $[x]_A,[x]_{A_F},[x]_{A_{\bar{F}}}$ 的生成规律,则

$$w(x)^F\Rightarrow w(x),w(x)\Rightarrow w(x)^{\bar{F}}。\tag{8}$$

证明 由定理1.4知 $[x]_{A_F}\subseteq[x]_A$,$[x]_A\subseteq[x]_{A_{\bar{F}}}$,再由 $x\in U$ 的离散数据序列的特征以及定义2.1可知 $p(x)^F\Rightarrow p(x)$,$p(x)\Rightarrow p(x)^{\bar{F}}$。

定理 2.2 (S-粗状态规律 F-推理识别定理) 给定 $F1$-干扰 P_1,$F2$-干扰 P_2。A_{F1},A_{F2} 分别是系统受 $F1$-干扰,$F2$-干扰之后所具有的属性集,$(p(x)_{-}^{F_1},p(x)^{F_1,-})$,$(p(x)_{-}^{F_2},p(x)^{F_2,-})$ 是 $X\subseteq U$ 分别受到 $F1$-干扰,$F2$-干扰后的S-粗集生成的S-粗状态规律。如果 $T(P_1)\subseteq T(P_2)$,则

$$(p(x)_{-}^{F_2},p(x)^{F_2,-})\Rightarrow(p(x)_{-}^{F_1},p(x)^{F_1,-}),\tag{9}$$

$$\mathrm{SDM}(r(x)_{-}^{F_2},r(x)^{F_2,-})\leqslant\mathrm{SDD}(r(x)_{-}^{F_1},r(x)^{F_1,-})。\tag{10}$$

证明 如果 $T(P_1)\subseteq T(P_2)$,由引理1得 $A_{F1}\subseteq A_{F2}$,则 $\forall x\in X$,有 $[x]_{A_{F2}}\subseteq[x]_{A_{F1}}$,则有

$$(A,F_1)_{\circ}(X)=\{x\mid x\in U,[x]_{A_{F_1}}\subseteq X\}\subseteq\{x\mid x\in U,[x]_{A_{F_2}}\subseteq X\}=(A,F_2)_{\circ}(X),$$

$$(A,F_1)^{\circ}(X)=\{x\mid x\in U,[x]_{A_{F_1}}\cap X\neq\phi\}\supseteq\{x\mid x\in U,[x]_{A_{F_2}}\cap X\neq\phi\}=(A,F_2)^{\circ}(X)。$$

再由 $x\in U$ 的离散数据序列的特征以及定义2.1,2.3可知 $p(x)_{-}^{F_1}\Rightarrow p(x)_{-}^{F_2}$,$p(x)^{F_2,-}\Rightarrow p(x)^{F_1,-}$,由定义2.3得式(9)成立。式(10)由式(5),(6)易证,这里略。

定理 2.3 (S-粗状态规律 $\bar{F}$-推理识别定理) 给定概念 $X\subseteq U$,属性集 A,系统 $\bar{F}1$-干扰 $\bar{P}_1$,$\bar{F}2$-干扰 $\bar{P}_2$;如果 $T(\bar{P}_1)\subseteq T(\bar{P}_2)$,则

$$(p(x)_{-}^{\bar{F}_1},p(x)^{\bar{F}_1,-})\Rightarrow(p(x)_{-}^{\bar{F}_2},p(x)^{\bar{F}_2,-}),\tag{11}$$

$$\mathrm{SDM}(r(x)_{-}^{\bar{F}_2}, r(x)^{\bar{F}_2,-}) \leqslant \mathrm{SDD}(r(x)_{-}^{\bar{F}_1}, r(x)^{\bar{F}_1,-})。\tag{12}$$

这里 $(p(x)_{-}^{\bar{F}_1}, p(x)^{\bar{F}_1,-}),(p(x)_{-}^{\bar{F}_2}, p(x)^{\bar{F}_2,-})$ 是 $X \subseteq U$ 分别受到 $\bar{F}1$- 干扰,$\bar{F}2$- 干扰后的 S- 粗集生成的系统状态规律。

定理 2.4 (S- 粗状态规律 $\mathscr{F}$- 推理识别定理)　给定概念 $X \subseteq U$,系统 $\mathscr{F}1$- 干扰 P_1,$\mathscr{F}2$- 干扰 P_2; 如果 $T(P_1^+) \subseteq T(P_2^+)$,$T(P_1^-) \supseteq T(P_2^-)$,则

$$(p(x)_{-}^{\mathscr{F}_2}, p(x)^{\mathscr{F}_2,-}) \Rightarrow (p(x)_{-}^{\mathscr{F}_1}, p(x)^{\mathscr{F}_1,-}),\tag{13}$$

$$\mathrm{SDM}(r(x)_{-}^{F_2}, r(x)^{F_2,-}) \leqslant \mathrm{SDD}(r(x)_{-}^{F_1}, r(x)^{F_1,-})。\tag{14}$$

这里$(p(x)_{-}^{\mathscr{F}_1}, p(x)^{\mathscr{F}_1,-}),(p(x)_{-}^{\mathscr{F}_2}, p(x)^{\mathscr{F}_2,-})$是 $X \subseteq U$ 分别受到 $\mathscr{F}1$- 干扰,$\mathscr{F}2$- 干扰后的 S- 粗集生成的系统状态规律。

证明　如果 $T(P_1^+) \subseteq T(P_2^+)$,$T(P_1^-) \supseteq T(P_2^-)$,由引理 1,2 得到$A_{\mathscr{F}1} \subseteq A_{\mathscr{F}2}$,类似于定理 2.2的证明,式(13)式得证; 根据定义 2.3,式(14)易得。

3　系统 S- 粗状态规律预测模型及其应用

根据干扰的逻辑推理理论和 S- 粗状态规律推理理论,当系统受到外部因素干扰时,可以对未知的 S- 粗状态规律进行预测,下面给出 S- 粗状态规律的预测模型。

对一个 m 端的输出系统 $U = \{x_1, x_2, \cdots, x_m\}$,已知干扰因素论域 $\Phi = \{\gamma_1, \gamma_2, \cdots, \gamma_s\}$,系统属性论域 $R = \{\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_t\}$,和系统属性集 $A \subseteq R$。每个输出 x_i 在时间段$[0,(n-1)T]$上具有离散数据序列 $y_i = (y_{i1}, y_{i2}, \cdots, y_{in})$,其中 $y_{ij} \in \mathbf{R}^+$,$\mathbf{R}^+$ 是非负实数集。设 $X \subseteq U$,

(1) 确定干扰因素论域 Φ 对属性论域 R 的效用矩阵$[\mathscr{U}(\gamma_i, \alpha_j)]_{s\times t}$;

(2) 由定义 2.1,2.2 求得 $X \subseteq U$ 的 Pawlak 粗状态规律$(p(x)_{-}, p(x)^{-})$;

(3) 对外部干扰 P,根据$[\mathscr{U}(\gamma_i, \alpha_j)]_{s\times t}$ 求得 $T(P)$ 及关于 $T(P)$ 的所有蕴涵式,进而由定义 1.8 确定干扰后的属性集 $A_{\mathscr{F}}$;

(4) $A_{\mathscr{F}}$对论域重新划分,这时 $X \subseteq U$ 的S- 粗集为$((R,\mathscr{F})_{\circ}(X),(R,\mathscr{F})^{\circ}(X))$,进而由定义2.1,2.2求得 S- 粗状态规律$(p(x)_{-}^{\mathscr{F}}, p(x)^{\mathscr{F},-})$.

下面以一个简单的多输出系统为例给出应用示例。设 $U = \{x_1, x_2, \cdots, x_{10}\}$ 为系统的 10 个输出。$R = \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5\}$ 是该系统的属性集;$\Phi = \{\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3\}$ 是外界的干扰因素论域,$A = \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_5\}$ 为系统当前属性集,R 与 Φ 具体含义略。每隔一定时间间隔 T 对该输出统的每个输出进行一次数据统计,时间总长度为 $6T$。设 $X = \{x_1, x_2, x_4, x_6, x_7\}$。$U/A = \{\{x_1, x_2\},\{x_3, x_4\}\{x_5\},\{x_6, x_7\},\{x_8, x_9, x_{10}\}\}$

设 Φ 对 R 的效用矩阵$[\mathscr{U}(\gamma_i, \alpha_j)]_{3\times 5}$ 为:

$$[\mathscr{U}(\gamma_i, \alpha_j)]_{3\times 5} = \begin{bmatrix} -0.5 & 0.3 & 0 & 0.3 & 0.2 \\ 0 & -0.3 & 0.4 & -0.6 & -0.5 \\ 0.8 & 0 & -0.6 & 0.4 & -0.1 \end{bmatrix}。$$

X 的 Z.Pawlak 下、上近似 $A_{-}(X) = \{x_1, x_2, x_6, x_7\}$,$A^{-}(X) = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_6, x_7\}$,得到 X 的 Z.Pawlak 粗集$(A_{-}(X), A^{-}(X))$。设这时 $A_{-}(X)$ 和 $A^{-}(X)$ 的复合离散数据序列 $\boldsymbol{y}_{-}$,$\boldsymbol{y}^{-}$ 分别为:

$\boldsymbol{y}_{-} = (1.13, 1.23, 1.34, 1.30, 1.21, 1.24, 1.33)$, $\boldsymbol{y}^{-} = (1.24, 1.29, 1.43, 1.47, 1.38, 1.33, 1.45)$。

由式(4) 得到系统的初始状态规律$(p(x)_{-}, p(x)^{-})$(见图 1),而且

$$p(x)_{-} = -0.153\times 10^{-3}x^6 + 0.708\times 10^{-3}x^5 + 0.137\times 10^{-1}x^4 - 0.113x^3 + 0.241x^2 - 0.430\times 10^{-1}x + 1.13,$$

$$p(x)^{-} = -0.389\times 10^{-3}x^6 + 0.617\times 10^{-2}x^5 - 0.297\times 10^{-1}x^4 + 0.275\times 10^{-1}x^3 + 0.901\times 10^{-1}x^2 - 0.437\times 10^{-1}x + 1.24。$$

若系统受到干扰 $P=\{\gamma_1,\gamma_2\}$，由$[\mathscr{U}(\gamma_i,\alpha_j)]_{3\times5}$ 可以得到 $T(P)=\{\{\gamma_1\},\{\gamma_2\},\{\gamma_1,\gamma_2\}\}$，且 $\gamma_1\rightarrow_A\neg\alpha_1,\gamma_2\rightarrow_A\alpha_3,\{\gamma_1,\gamma_2\}\rightarrow_A\alpha_2\wedge(\neg\alpha_2),\{\gamma_1,\gamma_2\}\rightarrow_A\neg\alpha_5$，则 $Q^F=\{\alpha_3\},Q^{\bar F}=\{\alpha_1,\alpha_5\},A_{\mathscr{F}}=(A\cup Q^F)\setminus Q^{\bar F}=\{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_5\}\cup\{\alpha_3\}\setminus\{\alpha_1,\alpha_5\}=\{\alpha_2,\alpha_3\}$。

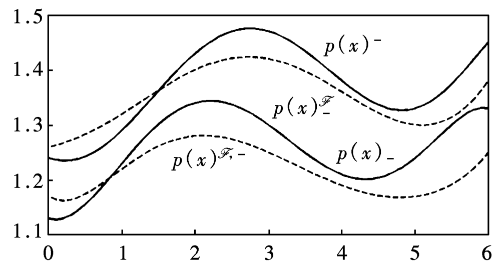

图1　状态规律曲线

Fig.1　State law curve

这时 $U/A_{\mathscr{F}}=\{\{x_1,x_2\},\{x_3,x_6\},\{x_4,x_7\},\{x_5,x_8,x_9,x_{10}\}\}$，且

$$(A,\mathscr{F})_\circ(X)=\{x_1,x_2,x_3,x_6,x_7\},$$

$$(A,\mathscr{F})^\circ(X)=\{x_1,x_2,x_3,x_5,x_6,x_7,x_8,x_9,x_{10}\}。$$

得到系统受到干扰后的 X 的S-粗集$((A,\mathscr{F})_\circ(X),(A,\mathscr{F})^\circ(X))$。设这时$(A,\mathscr{F})_\circ(X)$和$(A,\mathscr{F})^\circ(X)$的复合离散数据列 $\boldsymbol{y}^{\mathscr{F}}_-,\boldsymbol{y}^{\mathscr{F},-}$ 分别为：

$$\boldsymbol{y}^{\mathscr{F}}_-=(1.17,1.22,1.28,1.25,1.19,1.17,1.25),\ \boldsymbol{y}^{\mathscr{F},-}=(1.26,1.32,1.40,1.42,1.36,1.30,1.38)。$$

它们生成的系统状态规律为$(p(x)^{\mathscr{F}}_-,p(x)^{\mathscr{F},-})$(见图 1)。而且

$$p(x)^{\mathscr{F}}_-=0.181\times10^{-3}x^6-0.396\times10^{-2}x^5+0.345\times10^{-1}x^4-0.141\times10^{-3}x^3+0.240x^2-0.80\times10^{-}\ x+1.17,$$

$$p(x)^{\mathscr{F},-}=-0.111\times10^{-3}x^6+0.200\times10^{-2}x^5-0.103\times10^{-1}x^4+0.833\times10^{-2}x^3+0.304\times10^{-1}x^2+0.297\times10^{-1}x+1.26。$$

$(p(x)^{\mathscr{F}}_-,p(x)^{\mathscr{F},-})$关于$(p(x)_-,p(x)^-)$的偏离规律为$(r(x)^{\mathscr{F}}_-,r(x)^{\mathscr{F},-})$，而且

$$r(x)^{\mathscr{F}}_-=-0.333\times10^{-3}x^6+0.467\times10^{-2}x^5-0.208\times10^{-1}x^4+0.283\times10^{-1}x^3+0.117\times10^{-2}x^2+0.370\times10^{-1}x-0.040,$$

$$r(x)^{\mathscr{F},-}=0.278\times10^{-3}x^6-0.417\times10^{-2}x^5+0.194\times10^{-1}x^4-0.192\times10^{-1}x^3-0.597\times10^{-1}x^2+0.0733x+0.020,$$

$$\mathrm{SDM}(r(x)^{\mathscr{F}}_-,r(x)^{\mathscr{F},-})=\int_0^6(r(x)^{\mathscr{F},-}+r(x)^{\mathscr{F}}_-)\mathrm{d}x\approx0.126。$$

由图1可知S-粗状态规律$(p(x)^{\mathscr{F}}_-,p(x)^{\mathscr{F},-})$偏离了$(p(x)_-,p(x)^-)$，其偏离度量值为0.126。这样，当系统受到外部因素干扰时，利用推理理论，S-粗状态规律被预测出来，并且可以知道它偏离系统受到干扰之前的 Pawlak 粗状态规律的程度，从而为下一步的决策奠定了基础。

4　结语

本文给出 S-粗状态规律$(p(x)^{\mathscr{F}}_-,p(x)^{\mathscr{F},-})$的生成模型及其逻辑推理形式，然后给出了$(p(x)^{\mathscr{F}}_-,p(x)^{\mathscr{F},-})$的预测模型及其在系统动态预测中的应用；将单向S-粗集与系统状态规律识别相交叉，融合，给出S-粗集的一个新的应用研究方向。本文的结果为实现系统的动态预测，提供了理论依据和方法。

参考文献：

[1] PAWLAK Z. Rough sets[J]. International Journal of Computer and Information Science, 1982, (5):288-294.

[2] SHI Kaiquan. S-rough sets and its applications in diagnosis-recognition for disease[J]. IEEE Proceedings of the First International Conference on Machine Learning and Cybernetics, 2002, (1):50-54.

[3] SHI Kaiquan. Two direction S-rough sets[J]. International Journal of Fuzzy Mathematics, 2005, (2):335-349.

[4] SHI Kaiquan, CHANG Tingcheng. One direction S-rough sets[J]. International Journal of Fuzzy Mathematics, 2005, (2):319-334.

[5] 任雪芳，杜英玲，邱育锋，S-粗集知识的动态推理与识别[J]. 山东大学学报:理学版，2005，43(4):21-27.

[6] 石纯一. 数理逻辑与集合论[M]. 北京：清华大学出版社，2000.

[7] SHI Kaiquan. S-rough sets and knowledge separation[J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2005, 16(2):403-410.

[8] SHI Kaiquan, CUI Yuquan. F-decomposition and $\bar{F}$-reduction of S-rough sets[J]. An International Journal Advances in Systems Science and Applications, 2004, (4):487-499.

（下转第30页）

(上接第 26 页)

[9] HU Haiqing, YIN Shoufeng, SHI Kaiquan. Knowledge rough recognition on assistant of two direction S-rough sets and recognition model [J]. IEEE Proceedings of the Fourth International Conference on Machine Learning and Cybernetics, 2005, (4):1910-1916.
[10] 史开泉. S-粗集与新金属材料发现－识别[J]. 系统工程与电子技术, 2006, (3):382-388.
[11] 史开泉, 姚炳学. S-粗集与系统规律挖掘[M]. 北京: 科学出版社, 2007: 51-59.
[12] 张萍, 史开泉, 卢昌荆. S-粗集与规律挖掘－分离[J]. 系统工程与电子技术, 2005, 11:1899-1902.
[13] SHI Kaiquan, YAO Bingxue. Function S-rough sets and law identification [J]. Science in China (F), 2008, 51(5):499-510.
[14] SHI Kaiquan, ZHAO Jianli. Function S-rough sets and security-authentication of hiding law[J]. Science in China (F), 2008, 51(7):924-935.

(编辑:孙培芹)