

研究论文

机械密封摩擦副端面接触分形模型

魏 龙^{1,2}, 顾伯勤¹, 冯 秀², 冯 飞²

¹南京工业大学机械与动力工程学院, 江苏 南京 210009;

²南京化工职业技术学院流体密封与测控技术研究所, 江苏 南京 210048)

摘要: 依据分形理论, 研究了机械密封摩擦副端面间的真实接触状况, 建立了机械密封摩擦副端面接触分形模型。得到了机械密封摩擦副端面微接触点的面积分布、临界弹性变形微接触面积、临界塑性变形微接触面积、量纲 1 真实接触面积的数学表达式。采用数值计算方法得到了 GY70 型机械密封摩擦副端面间的量纲 1 真实接触面积与端面比载荷的关系曲线。结果表明, 真实接触面积随着密封端面比载荷的增加而近似呈线性增加; 在相同比载荷下, 真实接触面积随着特征尺度系数的增大而减小, 随着分形维数的增大而增大, 但当 D 达到 1.67 以后, 随着 D 的增大而减小。机械密封摩擦副端面接触分形模型的建立, 为研究机械密封摩擦副端面间的摩擦磨损性能和密封性能提供了依据。

关键词: 机械密封; 端面; 分形模型; 接触面积; 比载荷

中图分类号: TH 136

文献标识码: A

文章编号: 0438-1157 (2009) 10-2543-06

Contact fractal model for friction faces of mechanical seals

WEI Long^{1,2}, GU Boqin¹, FENG Xiu², FENG Fei²

¹College of Mechanical and Power Engineering, Nanjing University of Technology, Nanjing 210009, Jiangsu, China; ²Fluid Sealing Measure and Control Institute, Nanjing College of Chemical Technical, Nanjing 210048, Jiangsu, China)

Abstract: The real contact state between the end faces in friction pair of mechanical seals was studied with fractal theory. A fractal model for the end face contact of friction pair was proposed, with which the mathematical expressions for the area distribution of micro-contacting points of the friction pair, the micro-contacting area related to the critical elastic and plastic deformations, and the dimensionless fractional contact area were obtained. A correlation curve describing the relationship between the dimensionless contact area and the unit load on the end-faces of GY70 mechanical seal was obtained by numerical calculation. Research results indicated that the real contact area presents an approximately linear increase with surface unit load, and at the same unit load, the real contact area decreases with the increase of characteristic length scale G and increases with the increase of fractal dimension D , but decreases with the increase of D when D is greater than 1.67. The end-face contact fractal model for friction pair provides a foundation for the study of the friction mechanism and sealing performance of mechanical seals.

Key words: mechanical seal; end face; fractal model; contact area; unit load

2009-02-12 收到初稿, 2009-06-04 收到修改稿。

联系人: 顾伯勤。第一作者: 魏龙 (1972-), 男, 博士研究生, 副教授。

基金项目: 江苏省“六大人才高峰”计划项目 (07-D-027); 江苏省高校科研成果产业化推进项目 (JHZD07-015); 南京市科技发展计划项目 (200603009)。

Received date: 2009-02-12.

Corresponding author: Prof. GU Boqin, bqgu@njut.edu.cn

Foundation item: supported by Jiangsu Planned Projects for Fostering Talents in Six Scientific Fields (07-D-027).

引 言

机械密封靠动环和静环的接触端面在密封流体压力和弹性元件的压紧力作用下紧密贴合,并相对滑动而达到密封。研究机械密封摩擦副端面间的真实接触状况对分析其密封性能和摩擦、磨损性能有着重要作用。由于机械密封摩擦副端面之间的接触都是不同粗糙程度的粗糙表面间的接触,实际接触只发生在摩擦面的较高的微凸体上^[1-2],使得真实接触面积仅是名义接触面积的很小一部分,这就对摩擦副端面之间接触性质的理解和压力分布分析,以及摩擦副承载能力的计算带来了困难。

Lebeck^[3]、葛培琪等^[4]和丁雪兴等^[5]在研究机械密封混合摩擦特性时均采用 G-T^[6]弹性接触模型,来计算微凸体接触压力。他们认为,在机械密封摩擦副真实粗糙表面的接触中,弹性接触是主要形式。而 Etsion 等^[7]通过研究认为,当塑性指数(表征表面塑性变形程度的指标)超过某一临界值时,由于微凸体的弹性变形承载部分很小,故可忽略;在机械密封摩擦副接触端面中,绝大多数塑性指数都大于临界值,因此可以认为接触端面微凸体的承载主要是由塑性变形来实现的。杨惠霞等^[8]建立了考虑微凸体塑性变形的接触式机械密封二维混合摩擦模型,并认为该模型更接近于常用的密封环一硬一软配对的接触式机械密封的实际运转工况,能较好地预测接触式机械密封的工作特性。

由此可见,机械密封摩擦副端面真实接触状况的研究还有待于进一步深入。本文引入分形几何理论,建立机械密封摩擦副端面接触分形模型。得到了机械密封摩擦副端面微接触点的面积分布、临界弹性变形微接触面积、临界塑性变形微接触面积以及量纲 1 真实接触面积的数学表达式。依据所建立的模型,分析了摩擦副端面轮廓分形参数对 GY70 型机械密封真实接触面积的影响。

1 机械密封摩擦副端面形貌的分形特征

在微尺度下,机械密封摩擦副端面都是粗糙不平的,其表面轮廓曲线具有统计自仿射分形特征,其分形特征与尺度无关^[9-10],因此,摩擦副端面可以用处处连续但处处不可导且具有自仿射分形特征的 Weierstrass-Mandelbrot (W-M) 函数来表征和模拟。其表达式为^[11]

$$z(x) = G^{D-1} \sum_{n=n_l}^{\infty} \frac{\cos(2\pi\gamma^n x)}{\gamma^{(2-D)n}} \quad (1)$$

式中 $z(x)$ 为粗糙表面随机轮廓高度; x 为轮廓的位置坐标; G 为反映 $z(x)$ 大小的特征尺度系数; D 为轮廓分形维数,它定量地表征了表面轮廓在所有尺度上的不规则和复杂程度 ($1 < D < 2$); γ^n 表示随机轮廓的空间频率 ($\gamma > 1$),即决定表面粗糙度的频谱,对于服从正态分布的随机表面,取 $\gamma = 1.5$ 较为合适(可适于高频谱密度及相位的随机性)^[12]; n_l 是与粗糙表面轮廓的最低截止频率相对应的序数,由于粗糙表面轮廓是一个非平稳的随机过程,对触针式轮廓仪, n_l 依赖于取样长度 L ,且 $\gamma^{n_l} = 1/L$ 。

2 机械密封摩擦副端面微接触点的面积分布与变形性质

2.1 微接触点的面积分布函数

依据 Majumdar 等^[11]的研究结果,机械密封摩擦副端面的微接触点面积 (A) 超过一定值 a 的个数 (N) 与 a 之间满足如下幂律关系

$$N(A > a) = ka^{-D/2} \quad (2)$$

式中 k 为比例系数; D 为摩擦副端面轮廓的分形维数。

则端面微接触点面积分布函数可表示为

$$n(a) = -\frac{dN(a)}{da} = \frac{D}{2}ka^{-(D+2)/2} \quad (3)$$

若最大微接触点面积为 a_l ,则真实接触面积 A_r 为

$$A_r = \int_0^{a_l} an(a)da = \frac{D}{2-D}ka_l^{(2-D)/2} \quad (4)$$

由式 (3) 和式 (4) 可得

$$n(a) = \frac{2-D}{2} \frac{A_r}{a_l} a_l^{D/2} a^{-(2+D)/2} \quad (5)$$

Wang 等^[13]通过引入一个分形区域扩展系数 ψ ,求得 A_r 与 a_l 的关系为

$$\frac{A_r}{a_l} = \frac{D}{2-D}\psi^{(2-D)/2} \quad (6)$$

ψ 可由如下超越方程求得

$$\frac{\psi^{(2-D)/2} - (1 + \psi^{-D/2})^{-(2-D)/2}}{(2-D)/D} = 1 \quad (7)$$

将式 (6) 代入式 (5) 可得机械密封摩擦副端面的微接触点面积分布函数为

$$n(a) = \frac{D}{2}\psi^{(2-D)/2} a_l^{D/2} a^{-(D+2)/2} \quad (8)$$

2.2 微接触点的变形性质

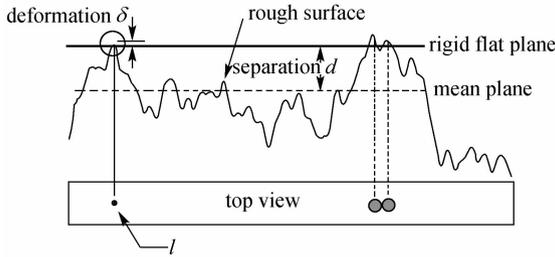
机械密封摩擦副的动环和静环通常采用一硬一软两种材料配对使用且端面宽度较小,参照 M-B

分形接触模型^[14]，将机械密封硬质环与软质环的接触简化为刚性理想光滑平面与粗糙表面的接触，摩擦副沿周向展开后的接触模型如图 1 所示。分形表面微凸体顶端的曲率半径 R 为^[14]

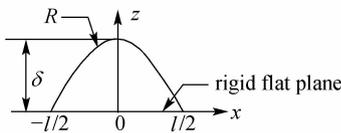
$$R = \frac{a^{D/2}}{\pi^2 G^{D-1}} \quad (9)$$

微凸体顶端的变形量 δ 为^[14]

$$\delta = G^{(D-1)} a^{(2-D)/2} \quad (10)$$



(a) contact between rough surface and rigid flat plane



(b) geometry of contact spot of length scale

图 1 摩擦副端面接触模型

Fig. 1 Contacting model of end face of friction pair

对于一定性质的粗糙表面的一微凸体，其变形性质随其顶部曲率半径和变形量的不同而变化。微凸体的变形方式可分为弹性、弹塑性和塑性 3 种^[13,15]。由文献^[15]可知，当机械密封摩擦副端面施加载荷后，软质环端面上曲率半径小的接触点处于伪塑性变形，而当载荷增大时，接触面积增大，曲率半径小的接触点可能合成为曲率半径较大的接触点，其应力释放而使其转变为弹塑性变形；当载荷进一步增大时，接触面积进一步增大，曲率半径较大的接触点可能合成为曲率半径更大的接触点，其应力进一步释放而使其转变为弹性变形。

2.2.1 微凸体临界弹性接触状态 设粗糙表面微凸体在变形中各向同性，且不考虑微凸体在变形过程中的相互作用。对于一个被刚性平面挤压的弹性微凸体，其弹性变形量 δ 为^[13]

$$\delta = \left(\frac{3\pi p_a}{4E} \right)^2 R \quad (11)$$

式中 p_a 为作用于微凸体上的平均压力； E 为综合弹性模量， $E = \left[\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right]^{-1}$ ， E_1 和 E_2 分别为硬质环和软质环材料的弹性模量， ν_1 和 ν_2 分

别为硬质环和软质环材料的泊松比。

考虑摩擦副端面间的相对滑动摩擦，则微凸体开始屈服的临界平均压力 p_c 为^[16]

$$p_c = 1.1 K_f \sigma_{2y} \quad (12)$$

式中 σ_{2y} 为软质环材料的屈服强度； K_f 为摩擦校正系数， $K_f = 1 - 0.228 f^{[17]}$ ， $0 \leq f \leq 0.3$ ， f 为摩擦因数。

取 $p_a = p_c$ ，将式 (12) 代入式 (11) 得到微凸体开始屈服时的临界弹性变形 δ_c 为

$$\delta_c = \left(\frac{33\pi K_f \sigma_{2y}}{40E} \right)^2 R \quad (13)$$

将式 (9)、式 (10) 代入式 (13) 得到微凸体开始屈服时的临界弹性变形微接触面积 a_c 为

$$a_c = G^2 \left(\frac{40E}{33K_f \sigma_{2y}} \right)^{2/(D-1)} \quad (14)$$

由式 (9)、式 (10)、式 (13) 和式 (14) 可得 $\delta_c/\delta = (a/a_c)^{(D-1)}$ ，当 $\delta < \delta_c$ 时，微凸体发生弹性变形，因此微凸体弹性变形条件可用接触面积表示为 $a > a_c$ 。

2.2.2 微凸体临界弹塑性接触状态 由以上分析可知，相对较小的微凸体由于其顶端曲率半径也较小，因而更容易产生较大的变形。当接触点的接触面积小于临界塑性变形微接触面积 a_{pt} 时，将发生完全塑性变形；当接触面积大于临界塑性变形微接触面积 a_{pt} 而小于临界弹性变形微接触面积 a_c 时，即 $a_{pt} < a < a_c$ ，微凸体接触点的变形状态处于弹塑性状态。

根据 Johnson 理论^[16]，当微接触面积满足 $\beta = \frac{Er}{\sigma_{2y} R} \approx 30$ ($r = \sqrt{a/\pi}$ ，为接触点半径) 时，相接触的微凸体产生完全塑性变形。依据该理论和式 (9) 可以得到 a_{pt} 为

$$a_{pt} = G^2 \left(\frac{\pi^3 E^2}{900 \sigma_{2y}^2} \right)^{1/(D-1)} \quad (15)$$

由式 (14) 和式 (15) 可知， a_c 和 a_{pt} 都与接触点顶端的曲率半径 R 无关，而只与材料的力学性能参数、表面分形参数以及表面间的摩擦因数有关，即对于确定的粗糙表面和摩擦状态，它们均为定值。

3 机械密封摩擦副端面真实接触面积与载荷的关系

3.1 微接触点的接触面积与载荷的关系

对于一个变形量为 δ 、接触面积为 a 且变形前

的顶端曲率半径为 R 的微接触点, 由于 $\delta \ll R$, 则 $a = \pi R \delta^{[14]}$ 。Johnson^[16] 研究发现, 处于弹性变形状态的微接触点上的载荷为

$$P_e = \frac{4}{3} ER^{1/2} \delta^{3/2} \quad (16)$$

将 $a = \pi R \delta$ 和式 (9) 代入式 (16) 可得机械密封摩擦副端面上弹性接触点的接触面积和载荷的关系为

$$P_e(a) = \frac{4}{3} \sqrt{\pi} EG^{(D-1)} a^{(3-D)/2} \quad (17)$$

依据 Jahnson^[16] 的研究结果, 机械密封摩擦副端面上弹塑性接触点的接触面积和载荷关系为

$$P_{ep}(a) = \frac{2}{3} a \sigma_{2y} \left[2 + \ln\left(\frac{\beta}{3}\right) \right] = \frac{2}{3} a \sigma_{2y} \left[2 + \ln\left(\frac{\pi^{3/2} EG^{(D-1)}}{3\sigma_{2y}}\right) + \frac{1-D}{2} \ln a \right] \quad (18)$$

在考虑表面有摩擦存在的情况下, 引入摩擦校正系数 K_f , 可得机械密封摩擦副端面上塑性接触点上的接触面积和载荷关系为^[18]

$$P_p(a) = 1.1 K_f \sigma_{2y} a \quad (19)$$

3.2 真实接触面积与总载荷的关系

根据机械密封摩擦副端面间最大微接触点面积 a_l 与临界弹性变形微接触面积 a_c 及临界塑性变形微接触面积 a_{pt} 的大小, 机械密封摩擦副端面真实接触面积与总载荷的关系可分为以下 3 种情况。

(1) 当 $a_l < a_{pt}$ 时, 微接触点均处于塑性变形状态。此时总载荷 P_g 为塑性载荷 P_p 的总和。

$$P_g = P_p = \int_0^{a_l} P_p(a) n(a) da \quad (20)$$

将式 (6)、式 (8) 和式 (19) 代入式 (20) 并积分, 且在等式两边同除以机械密封摩擦副端面名义面积 A_a , 可得到密封端面比载荷 p_g 与量纲 1 真实接触面积 A_r^* 之间的关系为

$$p_g = 1.1 K_f \sigma_{2y} A_r^* \quad (21)$$

式中

$$p_g = \frac{P_g}{A_a}, \quad A_r^* = \frac{A_r}{A_a}$$

(2) 当 $a_{pt} < a_l < a_c$ 时, 微接触点部分处于弹塑性变形状态, 另一部分处于塑性变形状态。此时总载荷 P_g 为弹塑性载荷 P_{ep} 和塑性载荷 P_p 的总和

$$P_g = P_{ep} + P_p = \int_{a_{pt}}^{a_l} P_{ep}(a) n(a) da + \int_0^{a_{pt}} P_p(a) n(a) da \quad (22)$$

将式 (8)、式 (18) 和式 (19) 代入式 (22) 并积分, 且在等式两边同除以 A_a , 得

$$p_g = \frac{2D}{3(2-D)} \sigma_{2y} \psi^{(2-D)/2} a_l^{D/2} \left\{ \left[2 + \ln\left(\frac{\pi^{3/2} EG^{(D-1)}}{3\sigma_{2y}}\right) \right] \times \right.$$

$$\left. \left(a_l^{*(2-D)/2} - a_{pt}^{*(2-D)/2} \right) + \frac{1-D}{2} \times \left[a_l^{*(2-D)/2} \left(\ln a_l - \frac{2}{2-D} \right) - a_{pt}^{*(2-D)/2} \left(\ln a_{pt} - \frac{2}{2-D} \right) \right] \right\} + 1.1 K_f \sigma_{2y} \frac{D}{2-D} \psi^{(2-D)/2} a_l^{*D/2} a_{pt}^{*(2-D)/2} \quad (23)$$

式中

$$a_l^* = \frac{a_l}{A_a} = \frac{(2-D)A_r^*}{D\psi^{(2-D)/2}}, \quad a_{pt}^* = \frac{a_{pt}}{A_a}$$

(3) 当 $a_l > a_c$ 时, 微接触点部分处于弹性变形状态, 部分处于弹塑性变形状态, 部分处于塑性变形状态。此时总载荷 P_g 为弹性载荷 P_e 、弹塑性载荷 P_{ep} 和塑性载荷 P_p 的总和。

$$P_g = P_e + P_{ep} + P_p =$$

$$\int_{a_c}^{a_l} P_e(a) n(a) da + \int_{a_{pt}}^{a_c} P_{ep}(a) n(a) da + \int_0^{a_{pt}} P_p(a) n(a) da \quad (24)$$

将式 (6)、式 (8)、式 (17) ~ 式 (19) 代入式 (24) 并积分, 且在等式两边同除以 A_a , 得

$$p_g = \frac{4}{3} \sqrt{\pi} EG^* G_1^{(D-1)} g_1(D) \psi^{(2-D)^2/4} A_r^{*D/2} \times$$

$$\left[\left(\frac{2-D}{D} \psi^{-(2-D)/2} A_r^* \right)^{(3-2D)/2} - a_c^{*(3-2D)/2} \right] +$$

$$\frac{2}{3} \sigma_{2y} g_2(D) \psi^{(2-D)^2/4} A_r^{*D/2} \times$$

$$\left\{ \left[2 + \ln\left(\frac{\pi^{3/2} EG^{(D-1)}}{3\sigma_{2y}}\right) \right] \left(a_c^{*(2-D)/2} - a_{pt}^{*(2-D)/2} \right) + \frac{1-D}{2} \times \right.$$

$$\left. \left[a_c^{*(2-D)/2} \left(\ln a_c - \frac{2}{2-D} \right) - a_{pt}^{*(2-D)/2} \left(\ln a_{pt} - \frac{2}{2-D} \right) \right] \right\} +$$

$$1.1 K_f \sigma_{2y} g_2(D) \psi^{(2-D)^2/4} A_r^{*D/2} a_{pt}^{*(2-D)/2} \quad (1 < D < 2, \quad D \neq 1.5) \quad (25)$$

$$p_g = 3^{-3/4} \sqrt{\pi} EG^{*1/2} \psi^{1/16} A_r^{*3/4} \ln\left(\frac{A_r^*}{3\psi^{1/4} a_c^*}\right) +$$

$$2 \times 3^{-3/4} \sigma_{2y} \psi^{1/16} A_r^{*3/4} \left\{ \left[2 + \ln\left(\frac{\pi^{3/2} EG^{1/2}}{3\sigma_{2y}}\right) \right] \left(a_c^{*1/4} - a_{pt}^{*1/4} \right) + \right.$$

$$\left. \frac{1}{4} \left[a_c^{*1/4} (\ln a_c - 4) - a_{pt}^{*1/4} (\ln a_{pt} - 4) \right] \right\} +$$

$$1.1 \times 3^{1/4} K_f \sigma_{2y} \psi^{1/16} A_r^{*3/4} a_c^{*1/4} \quad (D = 1.5) \quad (26)$$

式中

$$G^* = \frac{G}{\sqrt{A_a}}, \quad a_c^* = \frac{a_c}{A_a}, \quad g_1(D) =$$

$$\frac{D}{3-2D} \left(\frac{2-D}{D} \right)^{D/2}, \quad g_2(D) = \left(\frac{D}{2-D} \right)^{(2-D)/2}$$

由式 (21) ~ 式 (26) 可以看出, 摩擦副端面间的量纲 1 真实接触面积 A_r^* 是 p_g 、 D 、 G^* 、 a_c^* 、 a_{pt}^* 以及材料特性的函数, 即

$$A_r^* = f(p_g, D, G^*, a_c^*, a_{pt}^*, E, \sigma_{2y}, K_f) \quad (27)$$

据此, 可以获得一定载荷作用下机械密封摩擦副端

面之间的真实接触面积。

4 计算结果分析

以 GY70 型机械密封为例对量纲 1 真实接触面积 A_r^* 的影响因素进行数值计算分析。GY70 型机械密封的动环为镶嵌式结构, 密封面材料为硬质合金 YG8, $E_1 = 6 \times 10^5$ MPa、 $\nu_1 = 0.24$; 静环材料为碳石墨 M106K, $E_2 = 1.6 \times 10^4$ MPa、 $\nu_2 = 0.20$ 、 $\sigma_{2y} = 200$ MPa; 摩擦副端面名义面积 $A_n = 1270$ mm²。

4.1 分形维数 D 对 A_r^* 的影响

当取 $G = 5 \times 10^{-9}$ m、 $f = 0.06$ 时, 得到不同 D 值时 A_r^* 与 p_g 的关系曲线如图 2 所示。由图 2 可以看出, 对于一定的比载荷 p_g , 纲量 1 真实接触面积 A_r^* 随着分形维数 D 的增大而增大; 但当 D 达到 1.67 以后, 则随着 D 的增大逐渐减小。

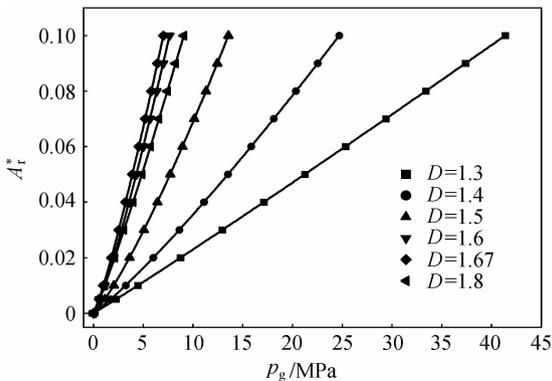


图 2 不同 D 值时 A_r^* 与 p_g 的关系曲线

Fig. 2 Relationship between A_r^* and p_g for different D
($G = 5 \times 10^{-9}$ m, $f = 0.06$)

4.2 特征尺度系数 G 对 A_r^* 的影响

当取 $D = 1.5$ 、 $f = 0.06$ 时, 得到不同 G 值时 A_r^* 与 p_g 的关系曲线如图 3 所示。由图 3 可以看出, 对于一定的比载荷 p_g , 随着特征尺度系数 G 值的增大, 纲量 1 真实接触面积 A_r^* 减小, 即当 G 增大时, 则对应于一定纲量 1 真实接触面积 A_r^* 的比载荷 p_g 也会增大。这是因为由式 (10) 可知, G 增大则微凸体顶端的变形量 δ 就会增大, 这就要求更高的载荷去产生一定的真实接触面积。

5 结论

(1) 依据分形理论建立了机械密封摩擦副端面接触分形模型, 它有助于分析机械密封摩擦副端面

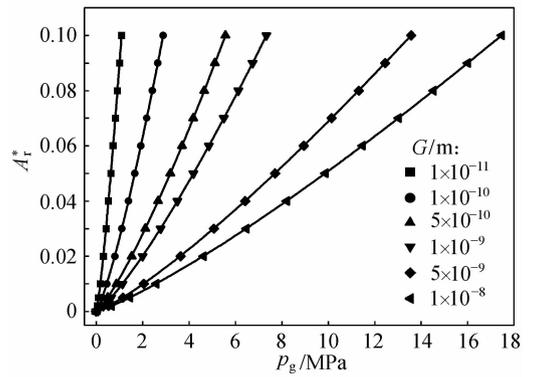


图 3 不同 G 值时 A_r^* 与 p_g 的关系曲线

Fig. 3 Relationship between A_r^* and p_g
for different G ($D = 1.5$, $f = 0.06$)

间的真实接触状况, 为研究机械密封摩擦副端面间的摩擦磨损性能和密封性能提供了依据。

(2) 机械密封摩擦副端面临界弹性变形微接触面积和临界塑性变形微接触面积均与接触点顶端的曲率半径无关, 而只与材料的力学性能参数、表面分形参数以及两接触表面间的摩擦因数有关, 即对于确定的粗糙表面和摩擦状态, 它们均为定值。

(3) 机械密封摩擦副端面间的量纲 1 真实接触面积是端面比载荷、材料的力学性能参数、表面分形参数以及两接触表面间的摩擦因数的函数, 依据本文提出的方法, 可以计算得到一定载荷作用下机械密封摩擦副端面之间的真实接触面积。

(4) 用数值计算方法得到的 GY70 型机械密封摩擦副端面间的量纲 1 真实接触面积与端面比载荷的关系表明: 真实接触面积随着端面比载荷的增加而近似呈线性增加; 在相同的比载荷下, 真实接触面积随着特征尺度系数 G 的增大而减小, 随着分形维数 D 的增大而增大, 但当 D 达到 1.67 以后, 则随着 D 的增大而减小。

References

- [1] Peng Xudong (彭旭东), Gu Yongquan (顾永泉). The effects of coning face and fluid inertia on the performance of mechanical face seals at various phase states. *Journal of the University of Petroleum* (石油大学学报), 1990, **14** (3): 62-70
- [2] Wei Long (魏龙), Gu Boqin (顾伯勤), Sun Jianjun (孙见君), Feng Xiu (冯秀). Friction mechanism and friction state of end faces of mechanical seals. *Lubrication Engineering* (润滑与密封), 2008, **33** (6): 38-41
- [3] Lebeck A O. Mixed lubrication in mechanical face seals with plain faces. *Proceedings of the Institution of Mechanical*

- Engineers, 1999, **213** (3): 163-175
- [4] Ge Peiqi (葛培琪), Chen Lihai (陈利海), Cheng Jianhui (程建辉). The mixed friction calculation model of mechanical face seals considering surface roughness and radial taper. *Lubrication Engineering* (润滑与密封), 2001, **26** (5): 14-16
- [5] Ding Xuexing (丁雪兴), Cheng Xiangping (程香平), Li Guodong (李国栋), Wang Xunjie (王训杰), Zhang Weizheng (张伟政). The numerical simulation for micropolar fluids field of mixing friction in mechanical seal. *Journal of Petrochemical Universities* (石油化工高等学校学报), 2008, **21** (2): 63-67
- [6] Greenwood J A, Tripp J H. The contact of two nominally flat rough surfaces. *Proc. Inst. Mech. Eng.*, 1971, **185**: 625-633
- [7] Etsion I, Front I. A model for static sealing performance of end face seals. *Tribology Transactions*, 1994, **37** (1): 111-119
- [8] Yang Huixia (杨惠霞), Gu Yongquan (顾永泉). Calculation on the mixed friction performance of contacting mechanical seals considering plastic deformation of asperities. *Petro-Chemical Equipment* (石油化工设备), 1998, **27** (4): 29-32
- [9] Sun Jianjun (孙见君), Gu Boqin (顾伯勤), Wei Long (魏龙). Leakage model of contacting mechanical seal based on fractal geometry theory. *Journal of Chemical Industry and Engineering (China)* (化工学报), 2006, **57** (7): 1626-1631
- [10] Sun Jianjun (孙见君), He Xiaoyuan (何小元), Xu Jianzhong (徐建中), Liu Qihe (刘其和), Wei Long (魏龙), Gu Boqin (顾伯勤). Study on fractal behaviors of surface topography of mechanical seals. *Petro-chemical Equipment* (石油化工设备), 2007, **36** (6): 15-18
- [11] Majumdar A, Bhushan B. Role of fractal geometry in roughness characterization and contact mechanics of surfaces. *Journal of Tribology (ASME)*, 1990, **112** (4): 205-216
- [12] Majumdar A, Tien C L. Fractal characterization and simulation of rough surface. *Wear*, 1990, **136** (2): 313-327
- [13] Wang S, Komvopoulos K. A fractal theory of the interfacial temperature distribution in the slow sliding regime (I): Elastic contact and heat transfer analysis. *Journal of Tribology (ASME)*, 1994, **116** (10): 812-823
- [14] Majumdar A, Bhushan B. Fractal model of elastic-plastic contact between rough surfaces. *Journal of Tribology (ASME)*, 1991, **113** (1): 1-11
- [15] Zhu Yuquan (朱育权), Ma Baoji (马保吉), Jiang Lingyan (姜凌彦). The elastic elastoplastic and plastic fractal contact models for rough surface. *Journal of Xi'an Institute of Technology* (西安工业学院学报), 2001, **21** (2): 150-157
- [16] Johnson K L. *Contact Mechanics*. Cambridge: Cambridge University Press, 1985: 45-90
- [17] Sackfield A, Hills D A. Some useful results in the tangentially loaded hertzian contact problem. *Strain Analysis*, 1983, **18** (3): 107-110
- [18] Chen Guoan (陈国安), Ge Shirong (葛世荣). Prediction model of sliding wear during running-in process based on fractal theory. *Chinese Journal of Mechanical Engineering* (机械工程学报), 2001, **20** (2): 4-7