第35卷 第22期 计 算 机 工 程 2009年11月
Vol.35 No.22 Computer Engineering November 2009
·人工智能及识别技术· 文章编号：1000—3428(2009)22—0188—03 文献标识码：A 中图分类号：TP182

群决策中多形式偏好信息的转换及一致性分析

熊才权，张 玉
(湖北工业大学计算机学院，武汉 430068)

摘 要：描述序关系、效用值、互补判断矩阵、互逆判断矩阵4种形式的偏好信息，给出将前3种偏好信息转换到互补判断矩阵的公式。在集结前，对转换后的互补判断矩阵进行一致性分析，如果没有达到规定的一致性指标，找出该矩阵中一致性最差的元素，并提交给其决策者进行调整，直到达到一致性指标。通过一个算例说明该方法的应用过程。

关键词：群决策；偏好信息；一致性分析

Transform and Consistency Analysis of Preference Information with Different Forms in Group Decision Making

XIONG Cai-quan, ZHANG Yu
(School of Computer, Hubei University of Technology, Wuhan 430068)

【**Abstract**】This paper describes four forms of preference information such as preference ordering, utility value, multiplicative judgment matrix and reciprocal judgment matrix, and gives the computational formulas to transform the front three forms of preference information into the form of reciprocal judgment matrix. Before aggregating, it is claimed to do consistency analysis for each reciprocal judgment matrix. When the consistency indicator of the reciprocal judgment matrix does not reach the threshold, the worst element of the matrix is abstracted to urge the decision maker who makes the preference to adjust his or her judgments until the consistency threshold is reached. An example is given to illustrate the use of the method.

【**Key words**】group decision making; preference information; consistency analysis

1 概述

在群决策分析中，由于知识结构、判断水平和个人偏好等的差异性，决策者可能采用不同形式的偏好信息表达自己的判断。最常见的偏好信息形式有序关系、效用值、互反判断矩阵[1]、互补判断矩阵[2]和语言评价信息[3]等。如果群决策中专家给出不同形式的偏好信息，则需要将它们转换为同一种形式，以便进行群的集结和方案优选。如文献[4-5]将偏好次序型、效用值型、互反判断矩阵型等转换为互补判断矩阵型。对于多偏好信息集结不仅要进行相互之间的转换，还要考虑转换后偏好信息的一致性。本文在上述文献的研究基础上给出了将序关系、效用值、互补判断矩阵这3种形式的偏好信息转换到互补判断矩阵的公式，再对各互补判断矩阵的一致性进行分析，如果某互补判断矩阵一致性没有达到规定的指标，则找出其中一致性最差的元素，提交至给出该偏好信息的专家进行调整，直到达到一致性指标为止。

2 偏好信息的定义

设一个有限方案集为 $X=\{x_1,x_2,\cdots,x_n\}$, $n\ge 2$，其中，x_n 表示第 n 个决策方案；设专家集为 $E=\{e_1,e_2,\cdots,e_m\}$, $m\ge 2$，其中，e_m 表示为第 m 个专家。群决策系统要根据需要提供不同偏好信息表达形式供专家选择。下面给出了4种不同偏好信息的定义。

(1)序关系

序关系是专家 e_k 对方案集 X 给出一个次序向量：$\boldsymbol{O}^k=\{O_i^k \mid i=1,2,\cdots,n\}$, $k=1,2,\cdots,m$，其中，O_i^k 取 1~n 中的一个整数，表示方案 x_i 在方案集 X 中的位置次序，其值越小，表示方案 x_i 越优。

(2)效用值

效用值是专家 e_k 对方案集 X 给出一个效用值向量：$\boldsymbol{S}^k=\{s_i^k \mid i=1,2,\cdots,n\}$，$k=1,2,\cdots,m$，其中，$s_i^k$ 是一个实数型数值，其值越大，表明方案 x_i 越优。

(3)互补判断矩阵

互补判断矩阵是专家 e_k 对方案集 X 中的方案进行两两比较而得到的一个互补矩阵 $\boldsymbol{P}^k=(P_{ij}^k)_{n\times n}$, $P_{ij}^k\in[0,1]$, $i,j=1,2,\cdots,n$, $k=1,2,\cdots,m$，其中，P_{ij}^k 表示方案 x_i 相对于 x_j 的优越程度，$P_{ij}^k=0.5$ 表明方案 x_i 与 x_j 是平等的；$P_{ij}^k=1$ 表示方案 x_i 完全优于 x_j；$P_{ij}^k>0.5$ 表示方案 x_i 优于 x_j；$P_{ij}^k<0.5$ 表示方案 x_j 优于 x_i，且满足：$P_{ij}^k\ge 0$, $P_{ij}^k+P_{ji}^k=1$, $P_{ii}^k=0.5$。

(4)互反判断矩阵

互反判断矩阵是专家 e_k 对方案集 X 中的方案进行两两比较而得到的一个互反矩阵 $\boldsymbol{M}^k=(m_{ij}^k)_{n\times n}$, $i,j=1,2,\cdots,n$, $k=1,2,\cdots,m$，其中，m_{ij}^k 是一个比率值，依据文献[1]提出的1-9标度法给出，且满足：$m_{ij}^k\ge 0$，$m_{ij}^k m_{ji}^k=1$ 和 $m_{ii}^k=1$。

基金项目：湖北省自然科学基金资助项目(2007ABA025)
作者简介：熊才权(1966－)，男，副教授，主研方向：人工智能，模式识别；张 玉，硕士研究生
收稿日期：2009-01-17 **E-mail：**zhgangyuyu05@126.com

3 不同偏好信息的转换

不同形式的偏好信息不能直接进行集结，而需要将它们转换为同一种偏好信息形式。如果通过某种方式将各种形式的偏好信息均转换为序关系则容易丢失较多的决策信息，如果都转化为效用值形式则计算起来非常不便[6]，如果都转化为互反判断矩阵，在一致性分析中的计算量则太大[7]。因此，采用一定的转换函数将各形式的偏好信息统一转换为互补判断矩阵。

(1)序关系到互补判断矩阵的转换

假设对于方案集 X，O_i^k 和 O_j^k 表示专家 e_k 采用序关系对方案 x_i 和 x_j 给出的位置值，$\boldsymbol{P}^k$ 是转换后得到的互补判断矩阵，则 O_i^k, O_j^k 到 P_{ij}^k 的转换函数为[4]

$$P_{ij}^k=\left(1+\left(O_j^k-O_i^k\right)/\left(n-1\right)\right)/2 \tag{1}$$

其中，n 是方案数。

(2)效用值到互补判断矩阵的转换

假设 s_i^k 是专家 e_k 对方案 x_i 给出的效用值，$\boldsymbol{P}^k$ 是转换后得到的互补判断矩阵，则将效用值转换到互补判断矩阵的转换函数为

$$P_{ij}^k=\frac{1}{2}\left(1+\left(s_i^k-s_j^k\right)/\sum_{r=1}^{n}s_r^k\right) \tag{2}$$

(3)互反判断矩阵到互补判断矩阵的转换

假设 m_{ij}^k 表示专家 e_k 给出的方案 x_i 相对于 x_j 的优越程度，P_{ij}^k 是转换后得到的互补判断矩阵中专家 e_k 给出的 x_i 相对于 x_j 的优越程度，其转换函数为[4]

$$P_{ij}^k=\left(1+\log_9 m_{ij}^k\right)/2 \tag{3}$$

4 偏好信息的一致性分析及调整

由序关系和效用值转换而来的互补判断矩阵是不需要进行一致性分析的。互补判断矩阵本身和由互反判断矩阵转换而来的互补判断矩阵则需要进行一致性分析，找出一致性最差的元素，并对其进行调整。

4.1 基本理论

定义 1[8] 互补判断矩阵 $\boldsymbol{P}^k$ 若满足 $P_{il}^k+P_{lj}^k=P_{ij}^k+0.5$，其中，$\forall i,j,l\in\{1,2,\cdots,n\}$，$l\neq i,j$，则称 $\boldsymbol{P}^k$ 具有完全一致性。

定理 1 用式(1)对优先排序进行转换得到的互补判断矩阵 $\boldsymbol{P}^k$ 具有完全一致性。

证明：对于任意的 $i,\ j,\ l\in\{1,\ 2,\ \cdots,\ n\}$，$l\neq i,\ j$，由 $P_{ij}^k=\left(1+\left(O_j^k-O_i^k\right)/\left(n-1\right)\right)/2$ 有

$$\begin{aligned}P_{il}^k+P_{lj}^k&=\left(1+\left(O_i^k-O_l^k\right)/\left(n-1\right)\right)/2+\left(1+\left(O_l^k-O_j^k\right)/\left(n-1\right)\right)/2=\\&\left(2+\left(O_i^k-O_l^k+O_l^k-O_j^k\right)/\left(n-1\right)\right)/2=\\&\left(2+\left(O_i^k-O_j^k\right)/\left(n-1\right)\right)/2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}P_{ij}^k+0.5&=\left(1+\left(O_j^k-O_i^k\right)/\left(n-1\right)\right)/2+0.5=\\&\left(1+\left(O_j^k-O_i^k\right)/\left(n-1\right)\right)/2+1/2=\\&\left(2+\left(O_j^k-O_i^k\right)/\left(n-1\right)\right)/2\end{aligned}$$

所以，$P_{il}^k+P_{lj}^k=P_{ij}^k+0.5$，即由优先关系转换得到的互补判断矩阵 $\boldsymbol{P}^k$ 具有完全一致性。

定理 2 用式(2)对效用值进行转换而得到的互补判断矩阵 $\boldsymbol{P}^k$ 具有完全一致性。

证明：对于任意的 $i,\ j,\ l\in\{1,\ 2,\ \cdots,\ n\}$，$l\neq i,\ j$，由 $P_{ij}^k=\frac{1}{2}\left(1+\left(s_i^k-s_j^k\right)/\sum_{r=1}^{n}s_r^k\right)$ 有

$$\begin{aligned}P_{il}^k+P_{lj}^k&=\left(1+\left(s_i^k-s_l^k\right)/\sum_{r=1}^{n}s_r^k\right)/2+\left(1+\left(s_l^k-s_j^k\right)/\sum_{r=1}^{n}s_r^k\right)/2=\\&\left(2+\left(s_i^k-s_j^k\right)/\sum_{r=1}^{n}s_r^k\right)/2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}P_{ij}^k+0.5&=\left(1+\left(s_i^k-s_j^k\right)/\sum_{r=1}^{n}s_r^k\right)/2+0.5=\\&\left(1+\left(s_i^k-s_j^k\right)/\sum_{r=1}^{n}s_r^k\right)/2+1/2=\\&\left(2+\left(s_i^k-s_j^k\right)/\sum_{r=1}^{n}s_r^k\right)/2\end{aligned}$$

所以，$P_{il}^k+P_{lj}^k=P_{ij}^k+0.5$，即由效用值转换得到的互补判断矩阵 $\boldsymbol{P}^k$ 具有完全一致性。

定义 2 互补判断矩阵 $\boldsymbol{P}^k$ 的一致性指标定义为

$$\rho=\frac{2}{n\left(n-1\right)\left(n-2\right)}\sum_{i=1}^{n-1}\sum_{j=i+1}^{n}\sum_{l\neq i,j}^{n}\sqrt{\left(P_{ij}^k-(P_{il}^k+P_{lj}^k-0.5)\right)^2} \tag{4}$$

取临界值 ε，当 $\rho<\varepsilon$ 时，称 $\boldsymbol{P}^k$ 满足一致性。ε 的选取根据具体情况而定。

定义 3[9] 在互补判断矩阵 $\boldsymbol{P}^k$ 中，称 P_{ij}^k 为专家 e_k 给出的关于 x_i 优于 x_j 的直接判断信息，$P_{ij(l)}^k=(P_{il}^k+P_{lj}^k-0.5)$，$l\neq i,j$ 为专家 e_k 给出的关于方案 x_i 优于 x_j 的间接判断信息。

由于 $P_{ij(l)}^k=(P_{il}^k+P_{lj}^k-0.5)$ 是根据专家给出的直接判断信息导出的，因此 x_i 优于 x_j 的间接判断信息共有 $n-2$ 个。

定理 3 当互补判断矩阵 $\boldsymbol{P}^k$ 具有完全一致性时，方案 x_i 优于 x_j 的所有间接判断信息 $P_{ij(l)}^k=(P_{il}^k+P_{lj}^k-0.5)$，$l\neq i,j$ 是相等的。

证明：$\forall u,v\in\{1,2,\cdots,n\}$，$u,\ v,\ i,\ j$ 互不相等，如果 $\boldsymbol{P}^k$ 具有完全一致性，则有：

$$P_{ij(u)}^k=(P_{iu}^k+P_{uj}^k-0.5)=P_{ij}^k$$

$$P_{ij(v)}^k=(P_{iv}^k+P_{vj}^k-0.5)=P_{ij}^k$$

所以，$P_{ij(v)}^k=P_{ij(u)}^k$。由此可知方案 x_i 优于 x_j 的所有间接判断信息 $P_{ij(l)}^k=(P_{il}^k+P_{lj}^k-0.5)$，$l\neq i,j$ 都是相等的。

定义 4 互补判断矩阵中元素 P_{ij}^k 的偏移指标是指所有间接判断信息与直接判断信息的差的绝对值和，定义为

$$\beta_{ij}^k=\sum_{l=1,l\neq i,j}^{n}\left|P_{ij}^k-P_{ij(l)}^k\right| \tag{5}$$

4.2 互补判断矩阵的一致性调整方法

由上述基本理论可知，当 $\boldsymbol{P}^k$ 具有完全一致性时，有 $P_{ij}^k=(P_{il}^k+P_{lj}^k-0.5)$，$\forall i,j,l\in\{1,2,\cdots,n\}$，$P_{ij}^k$ 的所有间接判断信息是相等的；当 $\boldsymbol{P}^k$ 不一致时，P_{ij}^k 的 $n-2$ 个间接判断信息彼此存在差异，此类差异是由专家判断不准确造成的。其中，直接判断信息与间接判断信息差异较大的判断应予以调整。下面给出一致性调整步骤：

step1 利用上述基础理论对原互补判断矩阵 $\boldsymbol{P}^k$ 进行一致性检验，若 $\boldsymbol{P}^k$ 满足一致性，则停止；否则，转 step2。

step2 对于任意元素 P_{ij}^k，计算其间接判断信息 $P_{ij(l)}^k=(P_{il}^k+P_{lj}^k-0.5)$，$l=\{1,2,\cdots,n\}$，$l\neq i,j$。

step3 计算偏移指标 β_{ij}^k，找出最大偏移指标 $\beta_{st}^k=\max_{i<j}\beta_{ij}^k$。

step4 若原偏好信息是用互补判断矩阵表示的，则直接对 P_{st}^k 进行调整，且保持 $P_{ts}^k=1-P_{st}^k$，$\boldsymbol{P}^k$ 中其余判断信息不改

变，得到新的互补判断矩阵 $\boldsymbol{P}^{k'}$；若原偏好信息是用互反判断矩阵表示的，则对 m_{st}^k 进行调整，且保持 $m_{st}^k m_{ts}^k = 1$，其余判断信息不变，再转化为新的互补判断矩阵 $\boldsymbol{P}^{k'}$。令 $\boldsymbol{P}^k = \boldsymbol{P}^{k'}$，转step1。

5　算例分析

假设专家集 $E = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$ 针对方案集 $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6\}$ 给出自己的判断，其中，e_1 采用序关系；e_2 采用效用值；e_3 采用互补判断矩阵；e_4 采用互反判断矩阵。所有偏好信息如下：

$$\boldsymbol{O}^1 = \{1,\ 3,\ 4,\ 2,\ 6,\ 5\}$$

$$\boldsymbol{S}^2 = \{30,\ 20,\ 80,\ 60,\ 40,\ 10\}$$

$$\boldsymbol{P}^3 = \begin{bmatrix} 0.50 & 0.55 & 0.45 & 0.25 & 0.70 & 0.30 \\ 0.45 & 0.50 & 0.70 & 0.85 & 0.40 & 0.80 \\ 0.55 & 0.30 & 0.50 & 0.65 & 0.70 & 0.60 \\ 0.75 & 0.15 & 0.35 & 0.50 & 0.95 & 0.60 \\ 0.30 & 0.60 & 0.30 & 0.05 & 0.50 & 0.85 \\ 0.70 & 0.20 & 0.20 & 0.40 & 0.15 & 0.50 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{M}^4 = \begin{bmatrix} 1 & 1/5 & 1/4 & 1/2 & 3 & 1/6 \\ 5 & 1 & 2 & 4 & 6 & 1/3 \\ 4 & 1/2 & 1 & 3 & 5 & 4 \\ 2 & 1/4 & 1/3 & 1 & 3 & 6 \\ 1/3 & 1/6 & 1/5 & 1/3 & 1 & 8 \\ 6 & 3 & 1/4 & 1/6 & 1/8 & 1 \end{bmatrix}$$

(1)偏好信息转换

分别采用式(1)~式(3)将专家 e_1, e_2, e_4 的偏好信息转换为互补判断矩阵：

$$\boldsymbol{P}^1 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.7 & 0.8 & 0.6 & 1.0 & 0.9 \\ 0.3 & 0.5 & 0.6 & 0.4 & 0.8 & 0.7 \\ 0.2 & 0.4 & 0.5 & 0.3 & 0.7 & 0.6 \\ 0.4 & 0.6 & 0.7 & 0.5 & 0.9 & 0.8 \\ 0.0 & 0.2 & 0.3 & 0.1 & 0.5 & 0.4 \\ 0.1 & 0.3 & 0.4 & 0.2 & 0.6 & 0.5 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{P}^2 = \begin{bmatrix} 0.500\,0 & 0.520\,8 & 0.395\,8 & 0.437\,5 & 0.479\,2 & 0.541\,7 \\ 0.479\,2 & 0.500\,0 & 0.375\,0 & 0.416\,7 & 0.458\,3 & 0.520\,8 \\ 0.604\,2 & 0.625\,0 & 0.500\,0 & 0.541\,7 & 0.583\,3 & 0.645\,8 \\ 0.562\,5 & 0.583\,3 & 0.458\,3 & 0.500\,0 & 0.541\,7 & 0.604\,2 \\ 0.520\,8 & 0.541\,7 & 0.416\,7 & 0.458\,3 & 0.500\,0 & 0.562\,5 \\ 0.458\,3 & 0.479\,2 & 0.354\,2 & 0.395\,8 & 0.437\,5 & 0.500\,0 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{P}^4 = \begin{bmatrix} 0.500\,0 & 0.133\,8 & 0.184\,5 & 0.342\,3 & 0.750\,0 & 0.923\,0 \\ 0.866\,2 & 0.500\,0 & 0.657\,7 & 0.815\,5 & 0.907\,7 & 0.250\,0 \\ 0.815\,5 & 0.342\,3 & 0.500\,0 & 0.750\,0 & 0.866\,2 & 0.815\,5 \\ 0.657\,7 & 0.184\,5 & 0.250\,0 & 0.500\,0 & 0.750\,0 & 0.907\,7 \\ 0.250\,0 & 0.092\,3 & 0.133\,8 & 0.250\,0 & 0.500\,0 & 0.973\,2 \\ 0.907\,7 & 0.750\,0 & 0.184\,5 & 0.092\,3 & 0.026\,8 & 0.500\,0 \end{bmatrix}$$

(2)偏好信息的一致性分析及不一致性调整

用式(4)计算由专家 e_3, e_4 偏好信息转换而来的互补判断矩阵的一致性指标 $\rho^3 = 0.331\,7$，$\rho^4 = 0.365\,8$，若一致性指标的临界值指定为 $\varepsilon = 0.35$，则 $\rho^4 > \varepsilon$，所以，专家 e_4 所给的偏好信息没有达到一致性指标。计算其偏移指标，得到：$\beta_{12}^4 = 2.532\,4$，$\beta_{13}^4 = 1.310\,0$，$\beta_{14}^4 = 0.803\,3$，$\beta_{15}^4 = 1.310\,9$，$\beta_{16}^4 = 3.109\,7$，$\beta_{23}^4 = 1.784\,6$，$\beta_{24}^4 = 2.326\,2$，$\beta_{25}^4 = 2.779\,9$，$\beta_{26}^4 = 5.823\,3$，$\beta_{34}^4 = 1.050\,3$，$\beta_{35}^4 = 1.561\,1$，$\beta_{36}^4 = 3.058\,0$，$\beta_{45}^4 = 1.173\,7$，$\beta_{46}^4 = 2.896\,5$，$\beta_{56}^4 = 3.590\,8$，从中可以看出 β_{26}^4 最大，所以，要求专家 e_4 对 m_{26}^4 进行调整，设新的互反判断矩阵为

$$\boldsymbol{M}^4 = \begin{bmatrix} 1 & 1/5 & 1/4 & 1/2 & 3 & 1/6 \\ 5 & 1 & 2 & 4 & 6 & 3 \\ 4 & 1/2 & 1 & 3 & 5 & 4 \\ 2 & 1/4 & 1/3 & 1 & 3 & 6 \\ 1/3 & 1/6 & 1/5 & 1/3 & 1 & 8 \\ 6 & 1/3 & 1/4 & 1/6 & 1/8 & 1 \end{bmatrix}$$

再将其转换为互补判断矩阵：

$$\boldsymbol{P}^{4'} = \begin{bmatrix} 0.500\,0 & 0.133\,8 & 0.184\,5 & 0.342\,3 & 0.750\,0 & 0.923\,0 \\ 0.866\,2 & 0.500\,0 & 0.6577 & 0.815\,5 & 0.907\,7 & 0.750\,0 \\ 0.815\,5 & 0.342\,3 & 0.500\,0 & 0.750\,0 & 0.866\,2 & 0.815\,5 \\ 0.657\,7 & 0.184\,5 & 0.250\,0 & 0.500\,0 & 0.750\,0 & 0.907\,7 \\ 0.250\,0 & 0.092\,3 & 0.133\,8 & 0.250\,0 & 0.500\,0 & 0.250\,0 \\ 0.907\,7 & 0.250\,0 & 0.184\,5 & 0.092\,3 & 0.750\,0 & 0.500\,0 \end{bmatrix}$$

这时 $\rho^4 = 0.265\,8 < \varepsilon$，达到了一致性指标要求。

所有偏好信息达到一致性指标后，便可对它们进行集结，得出最终的方案排序结果。

6　结束语

在群决策中，专家可能采用不同形式的偏好信息给出自己的判断，如序关系、效用值、互补判断矩阵、互反判断矩阵等，在对偏好信息进行集结前必须将它们转换为同一种偏好信息，并对转换后的偏好信息进行一致性分析。本文研究了将优先排序、效用值、互反判断矩阵统一转换为互补判断矩阵并进行一致性分析的方法。对于优先排序和效用值，转换后的互补判断矩阵本身被证明具有完全一致性，无需调整。互补判断矩阵和互反判断矩阵则需进行一致性分析，方法是先计算互补判断矩阵(或转换得到的互补判断矩阵)的一致性指标，如果没有达到规定的临界值，则求矩阵中各元素的偏移指标，找出偏移指标最大的元素，再提给专家对互补判断矩阵(或原互反判断矩阵)中对应的元素进行调整，直到达到一致性指标为止。最后用一个算例说明了该方法的应用过程。

参考文献

[1] Satty T L. The Analytic Hierarchy Process[M]. New York, USA: McGraw-Hill, 1980.

[2] Orlorski S A. Decision Making with a Fuzzy Preference Relation[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1978, 1(3): 155-167.

[3] Herrera F, Herrera-Viedma E, Verdegay J L. A Model of Consensus in Group Decision Making Under Linguistic Assessments[J]. Fuzzy Sets and System, 1996, 28(1): 73-87.

[4] Herrera-Viedma E, Herrera F, Chiclana F. A Consensus Model for Multiperson Decision Making with Different Preference Structures[J]. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics: Systems and Humans, 2002, 32(3): 394-402.

[5] 樊治平, 姜艳萍, 肖四汉. 基于 OWA 算子的不同形式偏好信息的群决策方法[J]. 控制与决策, 2001, 16(5): 749-752.

[6] 王欣荣, 樊治平. 一种具有不同形式偏好信息的群决策方法[J]. 东北大学学报: 自然科学版, 2003, 24(2): 178-181.

[7] 程　昭, 王丽亚. 群 AHP 法判断矩阵调整和群信息集结算法研究[J]. 计算机工程, 2007, 33(7): 184-186.

[8] 宋光兴, 杨德礼. 模糊判断矩阵的一致性检验及一致性改进方法[J]. 系统工程, 2003, 21(1): 111-116.

[9] 吕跃进, 徐改丽. 模糊互补判断矩阵一致性调整的一种新方法[J]. 重庆工学院学报, 2007, 21(2): 35-38.

编辑　张　帆