

# 基于 iMPA 的伪码快速捕获算法的性能分析和改进

徐定杰, 赵国清, 王 伟

(哈尔滨工程大学自动化学院, 哈尔滨 150001)

**摘 要:** 针对迭代消息传递算法(iterative Message Passing Algorithm, iMPA), 通过证明  $m$  序列是一种特殊的线性分组码, 给出了该算法应用到伪码捕获的理论依据; 分析了采用 iMPA 进行伪码快速捕获的性能, 包括捕获概率和算法复杂度; 用马尔科夫链分析了基于 iMPA 的捕获及判决流程, 给出了平均捕获时间的解析表示。针对 iMPA 进行伪码捕获时收敛速度慢, 检测性能较低的缺点, 通过增加因子图的约束, 提出了冗余 iMPA 算法, 即 R-iMPA(redundancy iMPA)。仿真结果表明, R-iMPA 能有效的提高算法的收敛速度, 检测性能平均提高约 2 dB。

**关键词:** 因子图; 消息传递算法; 平均捕获时间; 冗余迭代消息传递算法

**中图分类号:** TN914.4

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1000-1328(2009)06-2339-08

**DOI:** 10.3873/j.issn.1000-1328.2009.06.047

## 0 引言

Keith M. Chugg 等在<sup>[1-2]</sup>中提出了一种基于迭代消息传递算法(iterative Message Passing Algorithm, iMPA)的 PN 码快速捕获方法。该方法将 PN 码看作一种特殊的线性分组码, 然后在得到的因子图(Factor Graph)<sup>[3]</sup>上执行消息传递算法来估计 PN 码序列的相位。该方法直接对接收数据进行迭代估计, 具有捕获速度非常快、复杂度低的优点, 是一种崭新的 PN 码捕获思想; 国内一些学者也对该算法作了研究<sup>[4-7]</sup>。

基于 iMPA 的 PN 码快速捕获算法, 其关键是将  $m$  序列具体的看作一种线性分组码, 并得到其因子图表示。但在上述文献中, 并没有给出  $m$  序列可以看作线性分组码的理论证明, 也没有给出得到因子图表示的一般性方法和步骤。本文利用  $m$  序列的移位相加性, 证明了  $m$  序列可以看作一种线性分组码, 同时根据分组码的理论, 得到  $m$  序列的生成矩阵  $H_{LFSR}$ , 这样就可以通过  $H_{LFSR}$  得到表示  $m$  序列的因子图。传统的捕获算法需进行大量的相关操作, 而利用 iMPA 算法得到  $m$  序列的估计值是依靠迭代计算(仅仅在最后判决时需进行一滴相关运算), 大

大节省了计算时间<sup>[2]</sup>。但文献[2]中并没有给出平均捕获时间的解析表达式。根据 Jack K. Holmes 关于平均捕获时间的分析<sup>[8]</sup>, 本文利用马尔可夫链分析捕获过程及判决流程, 从而得到算法平均捕获时间  $T_{acq}$  的解析表达式。从文献[2]中可知, 该算法的缺点是收敛速度慢, 且检测性能逊于传统的捕获方法, 这主要是因子图对接收序列的约束太低, 针对这个问题, 本文提出了一种基于冗余约束的改进算法, 即 R-iMPA(redundancy iMPA)。该算法增加了检测节点的约束, 仿真结果显示, R-iMPA 明显地改善了算法的检测性能。

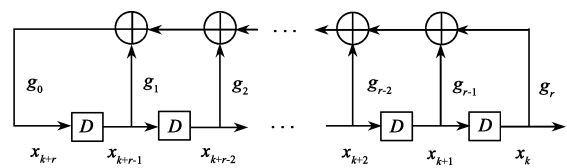


图 1 LFSR 序列产生原理图

Fig.1 Linear feedback shift register

## 1 序列

### 1.1 序列和线性分组码

$r$  级线性反馈移位寄存器(LFSR)产生的最大长

度序列称为  $m$  序列,其长度为  $N = 2^r - 1$ 。对于图 1 所示的移位寄存器,在任何给定的时刻  $k$ ,用  $x_k^{(i)}$ ,  $0 \leq i \leq r - 1$  来表示第  $i$  个寄存器的值。根据本原多项式:

$$g(D) = g_0 + g_1 D + g_2 D^2 + \dots + g_{r-1} D^{r-1} + g_r D^r \quad (1)$$

其中  $D$  为延迟单元,得到约束方程如下:

$$0 = g_0 x_k^{(r)} \oplus g_1 x_k^{(r-1)} \oplus \dots \oplus g_{r-1} x_k^{(1)} \oplus g_r x_k^{(0)} \quad (2)$$

此处,  $\oplus$  表示模 2 加。

当  $r$  级 LFSR 的初始值取全零时,将得到的长度为  $(2^r - 1)$  全零序列看作是一个特殊的  $m$  序列,则  $r$  级 LFSR 可以得到总共  $2^r$  个长度为  $N$  的  $m$  序列。根据分组码的定义<sup>[9]</sup>,有:长为  $N$  的二元向量共有  $2^N$  个,从中选择  $M = 2^r (k < N)$  个码字来构成一个二元分组码,产生  $m$  序列的过程是将一个长度为  $r$  的信息分组映射为一个长度为  $N$  的码字,则可将其看作为一个  $(N, r)$  分组码,其编码速率为  $r/N$ 。

$$\begin{pmatrix} g_r & g_{r-1} & \dots & g_1 & g_0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & g_r & g_{r-1} & \dots & g_1 & g_0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & g_r & g_{r-1} & \dots & g_1 & g_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \\ \vdots \\ x_{N-2} \\ x_{N-1} \end{pmatrix} = 0 \quad (3)$$

即:  $H_{LFSR} x = 0 \quad (4)$

$H_{LFSR}$  即为  $m$  序列的校验矩阵,其大小为  $((N - r) \times (N))$ 。

矩阵  $H_{LFSR}$  中,每行代表一个约束方程,在因子图中用一个检测节点来表示,而  $x$  中的每个元素用一个变量节点来表示。对于矩阵中的任意一个元素  $h_{i,j} (i = 0, \dots, N - r - 1; j = 0, \dots, N - 1)$ ,如果  $h_{i,j} = 1$ ,表示第  $i$  个检测节点和  $X$  中第  $j$  个元素(变量节点)相连,否则无连接,从而得到  $m$  序列的 Tanner 型因子图。

以 15 级  $m$  序列为例,其本原多项式系数取

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 1 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 1 & 1 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & \dots & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \\ \vdots \\ x_{M-2} \\ x_{M-1} \end{pmatrix} = 0 \quad (7)$$

下面证明  $m$  序列满足线性特性:

设  $c_i$  和  $c_j$  是  $GF(2)$  上  $(N, r)$  分组码中的两个码字,既它们表示包括全零序列在内的任意两个  $m$  序列,  $a_1$  和  $a_2$  是  $GF(2)$  上两个元素,有:

当  $a_1 = a_2 = 0$ , 则  $a_1 c_i + a_2 c_j = 0$ , 为全零的码序列;

当  $a_1 = a_2 = 1$ , 则  $a_1 c_i + a_2 c_j = c_i + c_j$ , 根据  $m$  序列的移位可加性<sup>[10]</sup>,  $m$  序列与其移位序列的模 2 和仍是  $m$  序列的另一移位序列;

当  $a_1 \oplus a_2 = 1$ , 则  $a_1 c_i + a_2 c_j = c_i$  或  $c_j$ 。

则根据线性分组码的定义<sup>[9]</sup>,上述过程证明了在包含了长度为  $N = 2^r - 1$  的全零序列后(全零的  $m$  序列在实际的捕获过程中不需考虑),可以将  $r$  级 LFSR 生成  $m$  序列的过程看作一个  $(N, r)$  的线性分组码。

1.2  $m$  序列的校验矩阵  $H_{LFSR}$  和因子图

将式(2)扩展到整个  $m$  序列,有:

[140001],则本原多项式为:

$$g(D) = D^0 + D + D^{15} \quad (5)$$

根据式(5),有:

$$x_k \oplus x_{k-1} \oplus x_{k-15} = 0 \quad (6)$$

即  $(x_k, x_{k-1}, x_{k-15}) \in ((0,0,0), (0,1,1), (1,0,1), (1,1,0))$ , 在任意时刻  $k$ ,  $m$  序列都要满足式(6)的约束。

在实际的 DS/SS 系统 PN 码捕获过程中,接收机处理的是调制后的 PN 码序列经过信道后到达接收机的  $M$  个观测值,记为  $\{z_k\}_0^{M-1}$ , 则根据方程  $H_{LFSR} X = 0$ , 有:

式(7)中,  $H_{LFSR}$  为  $((M - 15) \times (M))$  的矩阵, 则得到图 2 所示 15 级  $m$  序列的 Tanner 型因子图。

实际上, 因子图的思想就是将一个复杂的全局函数分解为一些简单的本地约束的乘积<sup>[11]</sup>, 15 级

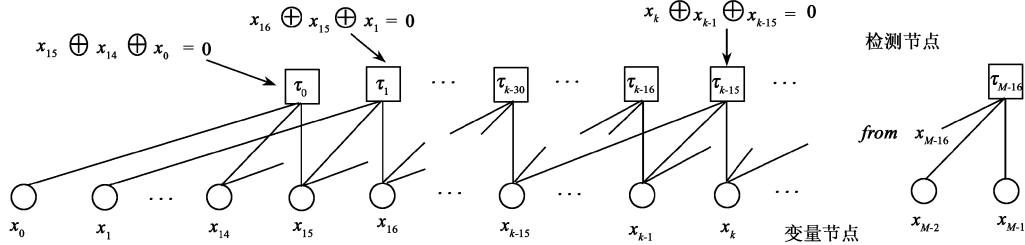


图 2 PN 码序列的 Tanner 型因子图上

Fig.2 Tanner's factor graph of  $m$  sequence

$$(0 = x_{15} \oplus x_{14} \oplus x_1) \text{AND} (0 = x_{16} \oplus x_{15} \oplus x_1) \text{AND} \dots \text{AND} (0 = x_{M-1} \oplus x_{M-2} \oplus x_{M-16}) \text{AND} (0 = x_{M-1} \oplus x_{M-2} \oplus x_{M-16}) = \text{TRUE} \quad (8)$$

在  $m$  序列的因子图上执行迭代消息传递算法, 就能直接从接收到的  $\{z_k\}_0^{M-1}$  中估计出伪码序列的相位, 通过验证过程后完成捕获<sup>[1-2]</sup>, 本文的研究是基于最小和算法 (min-sum)<sup>[11]</sup> 来进行的。

## 2 基于 iMPA 伪码快速捕获方法的性能分析

### 2.1 算法的平均捕获时间分析

运用 iMPA 算法来进行伪码捕获的框图如图 3 所示。整个过程可以分为三部分: 输入缓存单元, 迭代处理单元, 估计向量验证单元。输入数据是长度为  $M$  的向量  $Z_k$ , 送入到输入缓存中, 码片时间是  $T_c$ , 码片速率为  $R_c = \frac{1}{T_c}$ , 则输入时间为  $\tau_{RB} = M \cdot T_c$ ; 对于迭代处理单元, 设每次迭代时间为  $T_i$ ,  $R_i = \frac{1}{T_i}$ , 则迭代单元占用的时间为  $\tau_{ipu} : \tau_{ipu} \leq \frac{I_{MAX}}{\rho} \cdot T_c$ , 其中  $\rho = \frac{R_i}{R_c}$  为迭代处理的时间因子,  $\rho$  依赖于接收机的处理技术。

采用 iMPA 算法来进行伪码捕获时, 每当  $I_{MAX}$  次迭代结束时, 经过码片判决准则<sup>[2]</sup> 都能得到一个相位估计向量  $\hat{c}$ 。估计向量的验证是一个长的相关过程。当接收信号中存在有用信号时, 估计向量的验证只能得到两种结果: 相关峰值大于或等于门限值或者相关峰值小于门限。当相关峰值大于或等于门

PN 码的全局约束为  $0 = x_k \oplus x_{k-1} \oplus x_{k-15}$ ; 将该式在每一个检测节点上分解, 得到一些本地约束的乘积, 表示为式(8)的形式, 该式清晰的解释了图 2 所示的因子图。

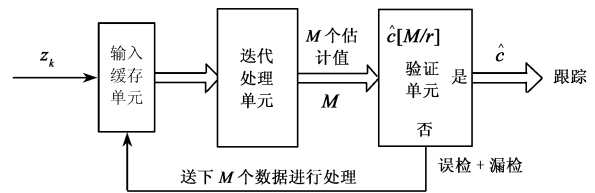


图 3 捕获结构图

Fig.3 Acquisition structure of  $m$  sequence based on iMPA

限时, 信号被正确检测, 其概率记为  $P_{CD}$  (correct detection), 验证时间  $\tau_{CD} \triangleq k \cdot M \cdot T_c$ 。当相关峰值小于门限时, 包括漏检  $P_{MD}$  (missing detection) 和误检测  $P_{WD}$  (wrong detection) 两种情况, 因为当出现漏检和误检时, 捕获系统的处理都是取下一个长为  $M$  的数据段进行重新捕获, 则可以将这两种情况一起考虑, 统一记为  $(1 - P_{CD})$ , 处罚时间为 (penalty time)  $\tau_p \triangleq k \cdot M \cdot T_c$ 。

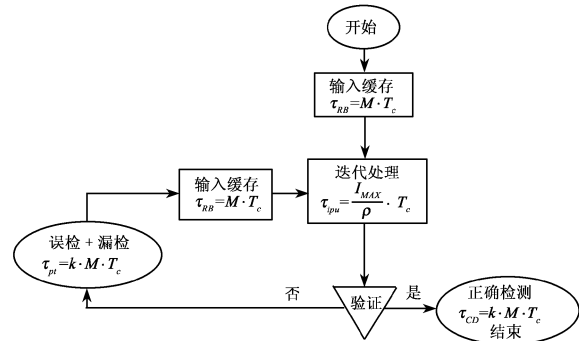


图 4 捕获状态转换图

Fig.4 Transfer graph of acquisition stage of  $m$  sequence based on iMPA

由图 4 可以建立图 5 所示的马尔可夫链来计算平均捕获时间产生函数。通过图 5,有:

$$Q_{AC} = Z^{M+I_{MAX}/\rho} \tag{9}$$

$$Q_C = (P_{WD} + P_{MD}) \cdot Z^{(k+1)M+I_{MAX}/\rho} \tag{10}$$

$$U(Z) = Q_{AC} \cdot \frac{1}{1 - Q_C} \cdot P_{CD} \cdot Z^{kM} = \frac{P_{CD} \cdot Z^{(k+1)M+I_{MAX}/\rho}}{1 - (P_{WD} + P_{MD}) \cdot Z^{(k+1)M+I_{MAX}/\rho}} \tag{11}$$

则有,平均捕获时间  $\bar{T}$  为:

$$\bar{T} = \left( \frac{\partial \ln U(Z)}{\partial Z} \Big|_{Z=1} \right) \cdot T_c = \frac{(k+1)M + I_{MAX}/\rho}{P_{CD}} \cdot T_c \tag{12}$$

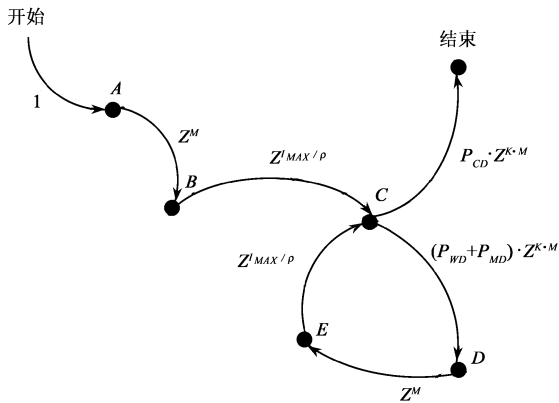


图 5 捕获结构的马尔科夫链

Fig.5 Markov chain of acquisition structure

仿真过程中,假设码速率为  $1.023 \times 10^6$  码片/s,则  $T_c = 1 \text{ ms}^{[12]}$ ;同时根据 LDPC 迭代译码器,设每次迭代的时间  $T_u = 1 \mu\text{sec}$  是合理的,则  $\rho = T_c/T_u = 10^3$ ;同时假设 iMPA 算法和基于相关的捕获算法的处罚时间 (penalty time) 相同,设  $k = 10^{[13]}$ 。从图 6 中可以看出,当信噪比为  $-16 \text{ dB}$  时,基于 iMPA 算法的平均捕获时间为混合捕获算法的十分之一,捕获速度得到极大提高。

2.2 算法复杂度及检测性能的分析

对于基于 iMPA 算法的伪码快速捕获方法,其计算复杂度严格依赖于建立的因子图模型。本文的消息传递算法具体执行的是最小和计算,则整个迭代过程的计算复杂度为算法执行和计算(sum)和最小比较运算(min)的总量。为了简化对计算量的统计以及便于和传统捕获方法计算复杂度的比较,本文将一个最小比较操作(min)等效于一次和操作(sum)。

设基于 iMPA 的迭代捕获方法的计算复杂度为

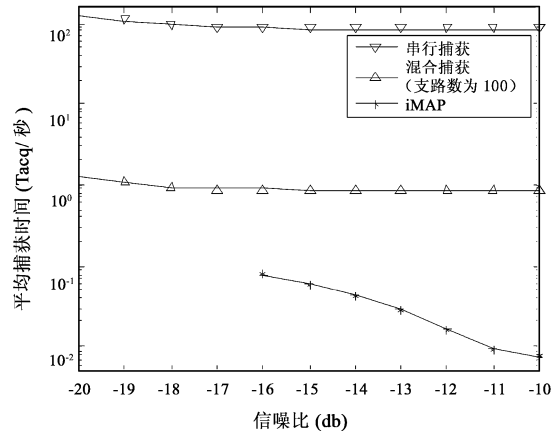


图 6 平均捕获时间和信噪比的关系

Fig.6 Mean acquisition time vs. SNR

$O_{impa}$ , 则对于图 2 所示的因子图,有:

$$O_{impa} = O_{sum}^v + O_{min}^c \cong O_{sum}^v + O_{sum}^c \tag{13}$$

其中,  $O_{sum}^v$  和  $O_{sum}^c$  分别是变量节点和检测节点上的和操作量。而二者又可以表示为:

$$O_{sum}^v \leq 2 \cdot \bar{N}_{edg}^v \cdot N_{node}^v \cdot I \tag{14}$$

$$O_{sum}^c \leq 2 \cdot \bar{N}_{edg}^c \cdot N_{node}^c \cdot I \tag{15}$$

其中,  $N_{node}^v, \bar{N}_{edg}^v$  和  $N_{node}^c, \bar{N}_{edg}^c$  分别表示因子图中变量节点和检测节点各自的数量以及与每个节点相连的边的平均数,  $I$  为最大迭代次数。

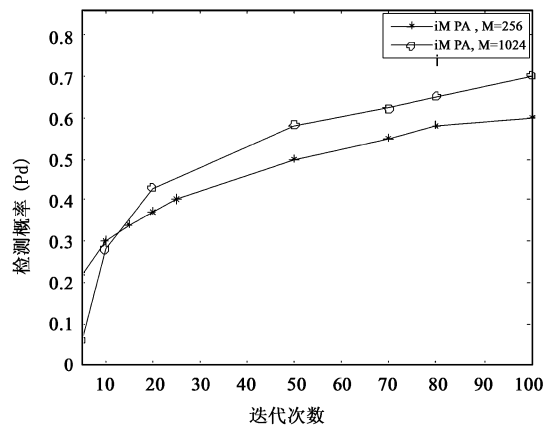


图 7 迭代次数对检测概率的影响(SNR = -16 dB)

Fig.7 Detection probability of iMPA vs. iterative number with SNR = -16 dB

当采用全并行相关捕获方法对 15 级的  $m$  序列进行捕获时需要  $2^{15}$  个相关器,如果相关器长度为 256 个码片,则共需要  $2^{15} \times 256$  次乘加运算,采用串行相关捕获方法同样需要  $2^{15} \times 256$  次乘加运算。采用 iMPA 算法时,对于图 2 所示的 15 级  $m$  序列的因

子图,当  $M = 256$  时,根据式(13),(14)和(15),整个捕获过程的最大计算量为  $(2 \times 3 \times 256 + 2 \times 3 \times 241) \cdot I$  次等效的和操作(sum)。从图 7 中可以看到,当迭代次数取  $I = 100$  时,算法的检测概率趋于平稳,整个算法处于收敛。则在分析迭代计算复杂度时取  $I = 100$  是合理的。此时,根据上面的分析有:基于 iMPA 的快速捕获方法的计算复杂度约为传统捕获算法的三十分之一。

从图 7 中可以看出,算法的检测概率要达到稳定,消息传递算法要迭代 100 次数左右,算法收敛速度比较慢,影响了算法的速度,同时迭代次数较大也提高了算法的复杂度。

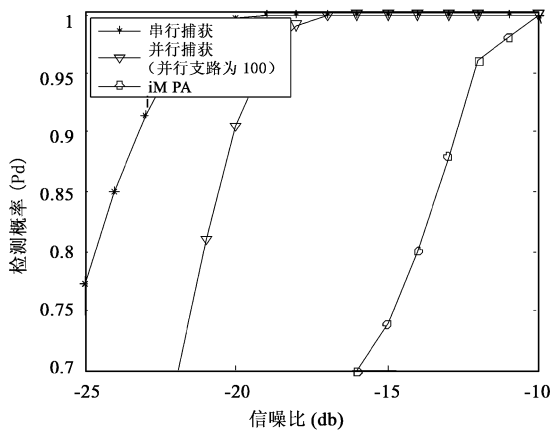


图 8 检测概率和信噪比的关系

Fig.8 Detection probability of iMPA vs. SNR

图 8 给出了使用 iMPA 算法来进行伪码捕获的

检测性能,从图中可以看出,该算法的检测性能要逊于传统的捕获方法,相比混和捕获算法大约下降 5 db。针对上述两点,本文提出了后面的基于冗余约束的 iMPA。

### 3 基于冗余约束的 iMPA 算法

基于 iMPA 算法的伪码快速捕获方法能有效的减少捕获时接收机的运算量,降低算法复杂度,捕获速度快。但是同时也看到该算法收敛速度慢,捕获性能低于同条件下的传统捕获方法。这主要是因为因子图中检测节点对接收序列的约束太低,可以通过增加算法的全局约束来加快消息传递算法(MPA)的收敛速度,提高检测性能,称该方法为冗余 iMPA 算法,记为 R-iMPA。

#### 3.1 R-iMPA 算法的原理

用 15 级的  $m$  序列为例来说明。根据式(6),有:

$$0 = x_k \oplus x_{k-1} \oplus x_{k-15} \tag{16}$$

$$0 = x_{k-1} \oplus x_{k-2} \oplus x_{k-16} \tag{17}$$

$$0 = x_{k-15} \oplus x_{k-16} \oplus x_{k-30} \tag{18}$$

综合式(12),(13),(14),得到:

$$0 = x_k \oplus x_{k-2} \oplus x_{k-30} \tag{19}$$

这是 15 级  $m$  序列的另一个全局约束,相对式(9),本文把式(19)称为冗余约束,则该约束下伪码的另一个生成矩阵  $H_{LFSR}^1$  为:

$$H_{LFSR}^1 x = 0 \tag{20}$$

即有:

$$\begin{pmatrix} g_0 = 1, & 0, & 0, & \dots, & g_{28} = 1, & 0, & g_{30} = 1, & g_{30} = 0, & \dots, & 0, \\ g_0 = 0, & g_1 = 1, & 0, & \dots, & 0, & g_{29} = 1, & g_{30} = 0, & g_{30} = 1, & \dots, & 0, \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0, & 0, & 0, & \dots, & 0, & 0, & 0, & 0, & \dots, & g_{M-31} = 1, \\ \\ 0, & \dots, & 0, & 0, & 0 \\ 0, & \dots, & 0, & 0, & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0, & \dots, & g_{M-3} = 1, & 0, & g_{M-1} = 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \\ \vdots \\ x_{M-2} \\ x_{M-1} \end{pmatrix} = 0 \tag{21}$$

综合式(10)和式(22),根据  $m$  序列因子图的生成过程,得到如图 9 所示因子图:

$$\begin{aligned} & ((0 = x_{15} \oplus x_{14} \oplus x_0) \text{AND} \dots \text{AND} (0 = x_k \oplus x_{k-1} \oplus x_{k-15}) \text{AND} \dots \text{AND} (0 = x_{M-1} \oplus x_{M-2} \oplus x_{M-16}) = \text{TRUE}) \text{AND} \\ & ((0 = x_{30} \oplus x_{28} \oplus x_0) \text{AND} \dots \text{AND} (0 = x_k \oplus x_{k-2} \oplus x_{k-30}) \text{AND} \dots \text{AND} (0 = x_{M-1} \oplus x_{M-3} \oplus x_{M-31}) = \text{TRUE}) = \text{TRUE} \end{aligned} \tag{22}$$

### 3.2 R-iMPA 的消息传递规则

从图 10 中可以看到, R-iMPA 的因子图可以看作不同约束的两个因子图的联合, 分别执行标准的最小和算法(min-sum)。在每次迭代中, 得到的码片

判决量  $M_k[x_k]$  和  $M'_k[x_k]$  ( $k = 0, \dots, N - 1$ ) 分别作为下半部分因子图 ( $x_k, \tau'_{k-30}; k = 0, \dots, M - 1$ ) 和上半部分因子图 ( $\tau_{k-15}, x_k; k = 0, \dots, M - 1$ ) 变量节点的初始信息软信道。

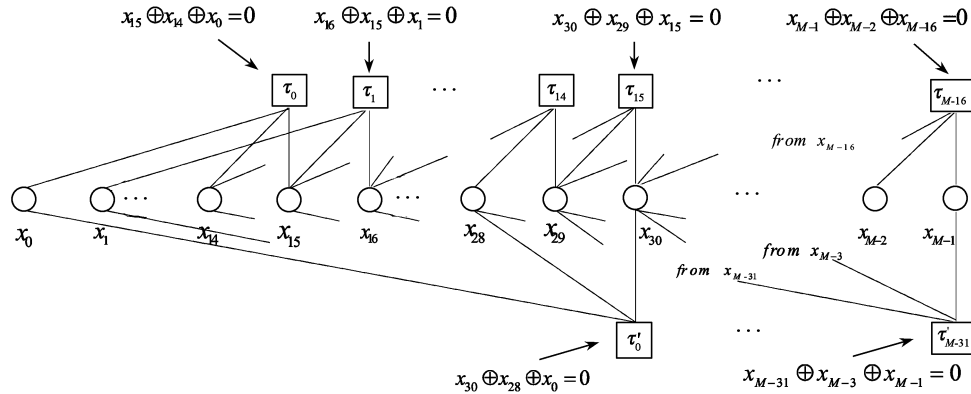


图 9 基于 R-iMPA 的 m 序列快速捕获的 Tanner 型因子图

Fig.9 Tanner's factor graph of m sequence acquisition based on R-iMPA

$$M_k[x_k] = M'_k[x_k] = \sum_{m \in M(k)} L_{c, mk}$$

$$x_k = 0, 1 \text{ and } k = 0, \dots, M - 1 \quad (23)$$

其中  $L_{c, mk}$  表示从第  $m$  个校验节点传向第  $k$  个变量节点的消息;  $M(k)$  表示与第  $k$  个变量节点相连接的校验节点的集合。

其中  $L_{v, km}$  表示从第  $k$  个变量节点传向第  $m$  个校验节点的消息;  $N(k)$  表示与第  $k$  个校验节点相连接的变量节点的集合;  $N(k)/n$  表示除了第  $n$  个变量节点外的所有与第  $k$  个校验节点相连接的校验节点的集合。

变量节点  $x_k$  消息更新规则服从:

$$L_{v, km} = \sum_{m' \in M(k)/m} L_{c, m'k} \quad k = 0, \dots, M - 1 \quad (25)$$

其中  $M(k)/m$  表示除了第  $m$  个校验节点外的所有与第  $k$  个变量节点相连接的校验节点的集合。

则码片判决量  $MO'[x_k]$  和判决准则为:

$$MO'[x_k] = M_{ch}[x_k] + M'_k[x_k]$$

$$x_k = 0, 1 \text{ and } k = 0, \dots, M - 1 \quad (26)$$

$$\begin{cases} \hat{x}_k = 0 & M_k[x_k = 0] < M_k[x_k = 1] \\ \hat{x}_k = 1 & M_k[x_k = 0] > M_k[x_k = 1] \end{cases}$$

$$k = 0, \dots, M - 1 \quad (27)$$

约束  $0 = x_k \oplus x_{k-1} \oplus x_{k-15}$  中,  $x_k, x_{k-1}, x_{k-15}$  的取值为  $(x_k, x_{k-1}, x_{k-15}) \in ((0,0,0), (1,1,0), (1,0,1), (0,1,1))$ 。约束  $0 = x_k \oplus x_{k-2} \oplus x_{k-30}$  中,  $x_k, x_{k-2}, x_{k-30}$  的取值为:  $(x_k, x_{k-2}, x_{k-30}) \in ((0,0,0), (1,1,0), (1,0,1), (0,1,1))$ 。

### 3.3 R-iMPA 算法的性能分析

从图 11 中可以看到, 当迭代次数  $I = 25$ , R-iMPA 算法的检测概率已经趋于稳定, 算法的收敛速度得到了极大的提高, 这样大大的减少了算法的复杂度。

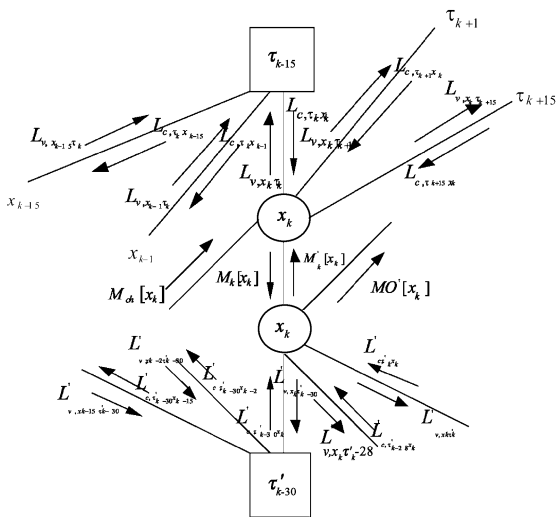


图 10 R-iMPA 的因子图局部节点放大图

Fig.10 Enlarge local node of factor graph of R-iMPA

校验节点  $\tau_{k-15}$  与  $\tau'_{k-30}$  的更新根据最小和算法(min-sum), 有:

$$L_{c, km} = \min_{n' \in N(k) \setminus n} \sum L_{v, n'k} - L_{v, nk}$$

$$k = 0, \dots, M - 16 \text{ or } k = 0, \dots, M - 31 \quad (24)$$

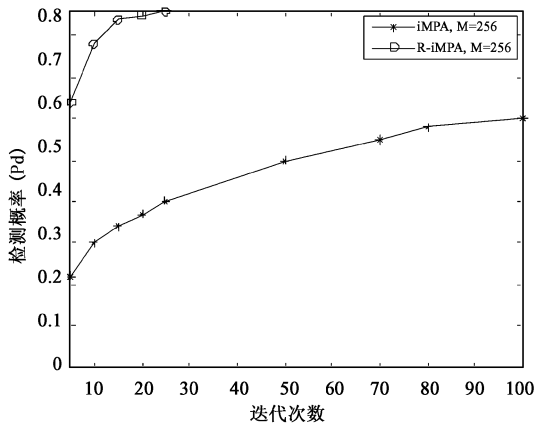


图 11 R-iMPA 的检测概率随迭代次数的变化曲线(SNR = -16 dB)

Fig. 11 Detection probability of R-iMPA vs. iterative number with SNR = -16 dB

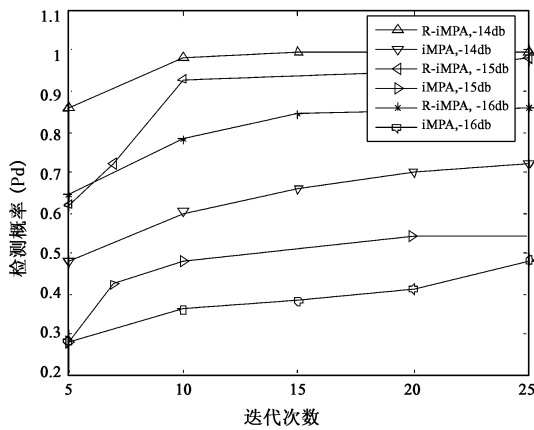


图 12 R-iMPA 的检测概率随迭代次数的变化曲线 (M = 256)

Fig. 12 Acquisition probability of R-iMPA vs. iterative number with M = 256

从图 12 可以看到,在信噪比分别为 -14 dB, -15 dB, -16 dB 时,R-iMPA 相比 iMPA 算法,其检测概率都有明显的改善。从图 13 中可以看出,当两种算法都处于收敛状态时,R-iMPA 相比 iMPA 算法,其检测概率平均提高约 2 dB(当迭代次数分别为  $I = 20$  和  $I = 25$  时,R-iMPA 的检测概率变化不大,说明了算法此时已经趋于收敛,而从图 7 中可以知道,当迭代次数  $I = 100$  左右时,iMPA 算法的检测概率趋于稳定)。

#### 4 总结

本文首先证明了  $m$  序列是一种特殊的线性分组码,因而可以用迭代译码的思想(具体实现为迭代

消息传递算法)来进行  $m$  序列的捕获。然后分析了该算法的性能,给出了算法的复杂度和平均捕获时间。分析结果表明,该算法相比传统的捕获方法在捕获速度和算法的复杂度方面都有极大的改善,但同时该算法的检测性能不尽人意,且收敛速度慢。

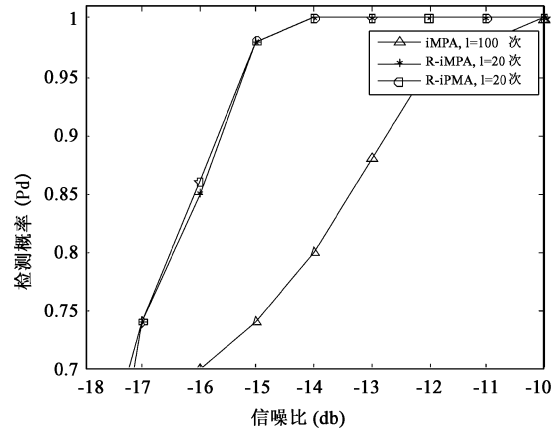


图 13 两种算法的检测概率随信噪比的变化 (M = 256)

Fig. 13 Detection probability vs. SNR for the referred two algorithms with M = 256

本文提出了基于冗余约束的 iMPA 算法来解决上述的问题。仿真结果显示,R-iMPA 算法使得算法的收敛速度有明显的提高,且当两种算法都收敛时,R-iMPA 相比 iMPA 算法,其检测性能平均提高约 2 dB,有明显改善。

#### 参考文献:

- [ 1 ] Zhu M R, Chugg K M. Iterative message passing techniques for rapid code acquisition [C]//Proc. IEEE Military Commun. Conf., New York: ACM Press, 2003.
- [ 2 ] Chugg K M, Zhu M R. A new approach to rapid PN code acquisition using iterative message passing techniques[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Commun, 2005, 23(5): 884 - 897.
- [ 3 ] Tanner R M. A recursive approach to low complexity codes[J]. IEEE Transaction on Information Theory, 1981, 27(5):533 - 547.
- [ 4 ] 王伟,刘洋,李欣.基于迭代信息传递的 PN 码快速捕获方法研究[J]. 宇航学报,2008(7):1375 - 1380. [WANG Wei, LIU Yang, LI Xing. Research on rapid PN code acquisition using iterative message-passing algorithm [J]. Journal of Astronautics, 2008, 29(4):1375 - 1380(in chinese).]
- [ 5 ] 徐定杰,姜利,沈峰.基于迭代信息传递技术的直扩信号捕获[J]. 计算机仿真, 2008, 25(03):318 - 322. [XU Ding-jie, JIANG Li, SHEN Feng. Direct sequence spread spectrum signal acquisition using iterative message passing techniques [J]. Computer

- Simulation, 2008, 25(03): 318 – 322 (in chinese). ]
- [ 6 ] 徐定杰, 姜利. 多路直扩信号并行 iMPA 捕获算法仿真实现 [J]. 中国航海, 2007, 73(04): 44 – 49. [XU Ding-jie, JIANG Li. Simulated realization of multiple DS/SS signals parallel iMPA acquisition[J]. Navigation of China, 2007, 73(04): 44 – 49 (in chinese). ]
- [ 7 ] 别志松. 基于因子图的迭代接收机设计与优化 [D]. 北京: 北京邮电大学, 2007. [BIE Zhi-song. Factor graph based iterative receiver design and optimization [D]. Beijing: Beijing University of Posts and Telecommunications, 2007 (in chinese). ]
- [ 8 ] JACK K, HOLMES, CHANG C, CHEN. Acquisition times' performance of PN spread-spectrum systems [J]. IEEE Transactions on Communications, 1977, 25(8): 778 – 784.
- [ 9 ] 王育民, 李晖, 梁传甲. 信息论与编码理论 [M]. 北京: 高等教育出版社, 2005: 176 – 177. [WANG Yu-ming, LI Hui, LIANG Chuan-jia. The Theory of Information and Coding [M]. Beijing: Higher Education Press, 2005: 176 – 177 (in chinese). ]
- [ 10 ] 查光明, 熊贤祚. 扩频通信 [M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 1988: 71 – 73. [CHA Guang-ming, XIONG Xiang-zuo. Spread Spectrum Communications [M]. Xi'an: University of Electronic Science and Technology Press, 1988: 71 – 73 (in chinese). ]
- [ 11 ] Kschischang F R, Frey B J, Logilger H A. Factor graphs and the sum-product algorithm [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2001, 47(2): 489 – 519.
- [ 12 ] Elliott D. Kaplan, Christopher J, Hegarty, 寇艳红译. GPS 原理与应用 (第 2 版) [M]. 北京: 电子工业出版社, 2007: 88 – 89. [Kaplan E D, Hegarty C J and Kou Yang-hong. Understanding GPS Principles and Applications [M]. 2nd. Beijing: Electronic Industry Press, 2007: 88 – 89 (in chinese). ]
- [ 13 ] Fabio principle. Iterative message passing based algorithms to detect spreading codes [D]. Pisa. University of Pisa, 2007.
- [ 14 ] Yeung O W, Chugg K M. An iterative algorithm and low complexity hardware architecture for fast acquisition of long PN code in UWB system [J]. Journal of VLSI and Signal Processing, 2006, 43: 25 – 42.

作者简介: 徐定杰 (1966 – ), 男, 工学博士, 教授, 博导, 研究方向为扩频通信, 无线电导航, 信号检测。

通信地址: 哈尔滨工程大学自动化学院 407 教研室无线电课课题组 (150001)

电话: (0451) 82568487

E-mail: xdjyzy@163.com

## The Performance Analysis and Improvement of PN Code Rapid Acquisition Based on iMPA

XU Ding-jie, ZHAO Guo-qing, WANG Wei

(Automation College, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China)

**Abstract:** The theoretic basis of rapid PN code acquisition based on iMPA (iterative message passing algorithm) was give by proving that m sequence is one kind of especial linear block code; and then the performance of acquisition based on iMPA was analyzed, which include the computational complexity and acquisition probability; and then, the Markov chain was used to analysis the process of the acquisition and the judgment, and the analytic expression of it was give. At the same time, in order to improve the convergence and the detection probability of acquisition based on iMPA, a new redundancy-iMPA (R-iMPA) was introduced which adds additional restriction to the factor graph. The simulation result showed that the redundancy – iMPA can speed up the convergence effectively and improve the detection performance about 2dB averagely.

**Key words:** PN code acquisition; Factor graph; Message passing algorithm (MPA); Mean acquisition time; Redundancy-iMPA (R-iMPA)