

# 机床传动丝杠的动力分析<sup>\*</sup>

张会端<sup>1</sup> 谭庆昌<sup>1</sup> 李庆华<sup>2</sup>

(1. 吉林大学机械科学与工程学院, 长春 130025; 2. 长春大学机械工程学院, 长春 130025)

**【摘要】** 把机床传动丝杠简化为承受预拉伸力和移动力作用的旋转 Timoshenko 梁, 综合考虑了陀螺效应、预拉伸力和移动力对丝杠振动的影响, 以及丝杠两端轴承的支承作用, 建立了弹性支承条件下丝杠的频率方程, 利用拉格朗日方程建立了丝杠的动力学模型, 利用振型叠加原理和隆格-库塔法求解, 分析了系统参数对丝杠涡动转速和横向振动的影响。

**关键词:** 动力学 传动丝杠 涡动转速 横向振动

**中图分类号:** TH113.1; TG502.31 **文献标识码:** A

## Dynamic Analysis of the Machine Drive Screw

Zhang Huiduan<sup>1</sup> Tan Qingchang<sup>1</sup> Li Qinghua<sup>2</sup>

(1. College of Mechanical Science and Engineering, Jilin University, Changchun 130025, China

2. College of Machinery Engineering, Changchun University, Changchun 130025, China)

### Abstract

The drive screw was simplified as a rotating Timoshenko beam bearing the pre-tension force and moving forces, and the frequency equation of the screw with the elastic end supports was derived under considering the effect of gyroscope, the pre-tension force, the moving forces on the screw vibration, and the bearing stiffness. The dynamic model of the drive screw was established using Lagrange equation, and was analyzed adopting the mode superposition and Runge-Kutta method to calculate the transient response. Eventually, the effect of the system parameters on the whirl speed and lateral vibration was studied to supply a base for designing the drive system.

**Key words** Dynamic, Drive screw, Whirl speed, Lateral vibration

### 引言

滚珠丝杠传动系统在现代机床中得到了广泛应用, 随着机床加工速度和加工精度的提高, 滚珠丝杠传动系统的动态性能变得越来越重要。

机床工作时, 刀具的切削力可分解为 3 个分力: 垂直于导轨底面的主切削力  $F_c$ , 与吃刀方向一致的背向力  $F_r$ , 沿进给方向的进给力  $F_g$ 。主切削力与背向力由机床导轨的底面及侧面支承。工作台移动时产生的摩擦力  $F_f$  和进给力  $F_g$  构成了通过工作台作用在丝杠上的轴向力  $F_u$ 。主切削力与背向力虽然由机床导轨的底面及侧面支承, 但由于螺母在滚珠丝杠上是预紧的, 工作台移动时轨道的不平度会

导致丝杠承受径向力。为提高丝杠的横向刚度, 常对丝杠进行预拉伸, 所以传动丝杠可简化为承受预拉伸力和移动力作用的旋转梁来进行研究。

文献[1]研究了瑞利梁的涡动频率与临界转速, 没有考虑梁的剪切效应; 文献[2]研究了 Timoshenko 梁的固有频率随轴向力与切向力的变化, 文献[3]研究了受轴向力作用的 Timoshenko 梁的振动模态, 但文献[2~3]研究的是不旋转 Timoshenko 梁, 所以没有考虑陀螺效应对频率和振动模态的影响; 文献[4]研究了承受单方向移动力旋转梁的固有频率, 没有考虑轴向力的影响; 文献[5~7]研究了受单方向移动力的旋转梁的动态响应, 文献[8]研究了承受 3 个方向移动力的旋转梁的动态

响应,但文献[5~8]均采用两端简支的边界条件。

本文把丝杠简化为 Timoshenko 梁,综合考虑陀螺效应、预拉伸力以及两端轴承的支承作用对振动频率的影响,建立弹性支承条件下丝杠的频率方程,并利用拉格朗日方程建立滚珠丝杠传动系统的动力学方程。

### 1 传动丝杠的动力学方程

丝杠以角速度  $\Omega$  匀速转动,承受预拉伸力  $F$ ,工作台以速度  $\lambda\Omega$  移动时丝杠承受轴向力  $F_u$ 、径向力  $F_v$  和  $F_w$ 。以丝杠左端点为坐标原点,建立如图 1 所示坐标系。设丝杠在  $y$  和  $z$  方向的横向振动位移分别为  $v(x, t)$  与  $w(x, t)$ ,绕  $y$  和  $z$  轴的转动角位移分别为  $\theta(x, t)$  与  $\psi(x, t)$ 。

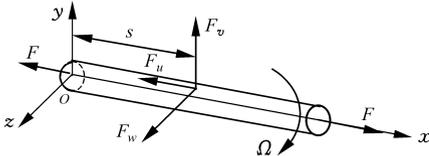


图 1 丝杠的简化模型

Fig. 1 Simplified model of the screw

把丝杠两端轴承的支承作用简化为刚度和阻尼,设两端轴承的支承刚度相同,  $k_v$  表示轴承在  $y$  和  $z$  方向上的径向刚度;  $k_\psi$  表示轴承绕  $y$  和  $z$  轴的转动刚度;  $c_v$  表示轴承在  $y$  和  $z$  方向上的径向阻尼,  $c_\psi$  表示轴承绕  $y$  和  $z$  轴的转动阻尼。

根据 Timoshenko 梁理论,横向振动位移包括弯曲产生的位移和剪切产生的位移,即

$$\begin{cases} v(x, t) = v_b(x, t) + v_s(x, t) \\ w(x, t) = w_b(x, t) + w_s(x, t) \end{cases} \quad (1)$$

梁的转动角位移与弯曲位移的关系为

$$\begin{cases} \psi(x, t) = -\frac{\partial v_b(x, t)}{\partial x} \\ \theta(x, t) = \frac{\partial w_b(x, t)}{\partial x} \end{cases} \quad (2)$$

系统动能包括丝杠的横向振动动能、转动动能、陀螺力矩产生的动能、回转动能,记为

$$\begin{aligned} T = & \frac{1}{2} \int_0^L \rho A \left[ \left( \frac{\partial v(x, t)}{\partial t} \right)^2 + \left( \frac{\partial w(x, t)}{\partial t} \right)^2 \right] dx + \\ & \frac{1}{2} \int_0^L \rho I \left[ \left( \frac{\partial \theta(x, t)}{\partial t} \right)^2 + \left( \frac{\partial \psi(x, t)}{\partial t} \right)^2 \right] dx + \\ & \frac{1}{2} \int_0^L \rho J \Omega \left[ \left( -\frac{\partial \theta(x, t)}{\partial t} \right) \psi(x, t) + \right. \\ & \left. \frac{\partial \psi(x, t)}{\partial t} \theta(x, t) \right] dx + \frac{1}{2} \Omega^2 \int_0^L \rho J dx \end{aligned} \quad (3)$$

系统势能包括丝杠的变形势能及轴承的弹簧势能,表示为

$$U = U_s + U_b \quad (4)$$

其中,丝杠的变形势能  $U_s$  包括弯曲变形势能、剪切变形势能、预拉伸力和移动轴向力产生的势能,记为

$$\begin{aligned} U_s = & \frac{1}{2} \int_0^L EI \left[ \left( \frac{\partial \theta(x, t)}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \psi(x, t)}{\partial x} \right)^2 \right] dx + \\ & \frac{1}{2} F_u \int_0^L \left[ \left( \frac{\partial v(x, t)}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial w(x, t)}{\partial x} \right)^2 \right] dx + \\ & \frac{1}{2} \int_0^L GAk \left[ \left( \frac{\partial v_s(x, t)}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial w_s(x, t)}{\partial x} \right)^2 \right] dx + \\ & \frac{1}{2} F \int_0^L \left[ \left( \frac{\partial v(x, t)}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial w(x, t)}{\partial x} \right)^2 \right] dx \end{aligned} \quad (5)$$

两端轴承的弹簧势能  $U_b$  表示为

$$\begin{aligned} U_b = & \frac{1}{2} k_v [v(0, t)]^2 + \frac{1}{2} k_v [v(L, t)]^2 + \\ & \frac{1}{2} k_v [w(0, t)]^2 + \frac{1}{2} k_v [w(L, t)]^2 + \\ & \frac{1}{2} k_\psi [\theta(0, t)]^2 + \frac{1}{2} k_\psi [\theta(L, t)]^2 + \\ & \frac{1}{2} k_\psi [\psi(0, t)]^2 + \frac{1}{2} k_\psi [\psi(L, t)]^2 \end{aligned} \quad (6)$$

系统的耗能为轴承的阻尼耗能,表示为

$$\begin{aligned} D = & \frac{1}{2} c_v \left[ \frac{dv(0, t)}{dt} \right]^2 + \frac{1}{2} c_v \left[ \frac{dv(L, t)}{dt} \right]^2 + \\ & \frac{1}{2} c_v \left[ \frac{dw(0, t)}{dt} \right]^2 + \frac{1}{2} c_v \left[ \frac{dw(L, t)}{dt} \right]^2 + \\ & \frac{1}{2} c_\psi \left[ \frac{d\theta(0, t)}{dt} \right]^2 + \frac{1}{2} c_\psi \left[ \frac{d\theta(L, t)}{dt} \right]^2 + \\ & \frac{1}{2} c_\psi \left[ \frac{d\psi(0, t)}{dt} \right]^2 + \frac{1}{2} c_\psi \left[ \frac{d\psi(L, t)}{dt} \right]^2 \end{aligned} \quad (7)$$

外力所做虚功为

$$\delta W = F_v \delta v(s, t) + F_w \delta w(s, t) \quad (8)$$

式中  $L$ ——丝杠长度  $d$ ——丝杠直径  
 $\rho$ ——丝杠材料的密度

$A$ ——丝杠的截面积,  $A = \frac{\pi d^2}{4}$

$I$ ——丝杠截面的中性轴惯性矩,  $I = \frac{\pi d^4}{64}$

$J$ ——丝杠截面的极惯性矩,  $J = \frac{\pi d^4}{32}$

$E$ ——丝杠材料的弹性模量

$G$ ——丝杠材料的剪切模量

$k$ ——剪切系数  $h$ ——丝杠导程

$s$ ——移动力到原点的距离,  $s = \lambda\Omega t$

$\lambda$ ——工作台沿丝杠移动速度系数,  $\lambda = \frac{h}{2\pi}$

根据文献[9],连续系统具有同步运动的特征,设  $v(x, t) = V(x)q_v(t)$ ,  $w(x, t) = V(x)q_w(t)$ ,  $\theta(x, t) = \Psi(x)q_\theta(t)$ ,  $\psi(x, t) = \Psi(x)q_\psi(t)$ ,将以上各式代入式(3)、(5)、(6)、(7)、(8)后,再代入拉格朗日方程,得系统的运动方程,表示为

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = \mathbf{F} \quad (9)$$

式中,  $\mathbf{q} = (q_v \ q_w \ q_\theta \ q_\psi)^\top$ ,  $\dot{\mathbf{q}}$ 、 $\ddot{\mathbf{q}}$  分别代表速度和加速度,  $\mathbf{M}$ 、 $\mathbf{C}$ 、 $\mathbf{K}$  分别代表系统的质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵,  $\mathbf{F}$  为系统的力向量。

## 2 丝杠横向振动的频率方程与振型函数

根据 Timoshenko 梁理论, 梁所受的弯矩表示为

$M(x, t) = EI \frac{\partial \psi(x, t)}{\partial x}$ , 剪力表示为  $Q(x, t) = GAk \left( \psi(x, t) - \frac{\partial v(x, t)}{\partial x} \right)$ 。考虑陀螺力矩与预拉伸力的作用, 由文献[2, 7], 梁在  $y$  方向自由运动的方程式为

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho A \frac{\partial^2 v(x, t)}{\partial t^2} + GAk \left[ \frac{\partial \psi(x, t)}{\partial x} - \frac{\partial^2 v(x, t)}{\partial x^2} \right] - F \frac{\partial^2 v(x, t)}{\partial x^2} = 0 \\ \rho I \left[ \frac{\partial^2 \psi(x, t)}{\partial t^2} - 2i\Omega \frac{\partial \psi(x, t)}{\partial t} \right] - EI \frac{\partial^2 \psi(x, t)}{\partial x^2} + GAk \left[ \psi(x, t) - \frac{\partial v(x, t)}{\partial x} \right] = 0 \end{array} \right. \quad (10)$$

假设振型为  $v(x, t) = V_0 e^{mx} e^{i\omega t}$ 、 $\psi(x, t) = \Psi_0 e^{mx} e^{i\omega t}$ , 代入式(10), 整理得

$$\begin{bmatrix} (-F - GAk)m^2 - \rho A \omega^2 & GAkm \\ GAkm & m^2 EI - GAk + \rho I \omega^2 - 2\rho I \Omega \omega \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_0 \\ \Psi_0 \end{bmatrix} = 0 \quad (11)$$

要使式(11)有非零解, 则

$$\begin{vmatrix} (-F - GAk)m^2 - \rho A \omega^2 & GAkm \\ GAkm & m^2 EI - GAk + \rho I \omega^2 - 2\rho I \Omega \omega \end{vmatrix} = 0 \quad (12)$$

解得

$$m = \pm \alpha \text{ 或 } m = \pm i\beta$$

其中

$$\alpha = \frac{-b_0 + \sqrt{b_0^2 - 4a_0 c_0}}{2a_0}$$

$$\beta = \frac{b_0 + \sqrt{b_0^2 - 4a_0 c_0}}{2a_0}$$

$$a_0 = (GAk + F)EI$$

$$b_0 = EI\rho A \omega^2 + (F + GAk) \cdot$$

$$(-GAk + \rho I \omega^2 - 2\rho I \Omega \omega) + (GAk)^2$$

$$c_0 = \rho A \omega^2 (\rho I \omega^2 - GAk - 2\rho I \Omega \omega)$$

则振型函数可表示为

$$\left\{ \begin{array}{l} V(x) = C_1 \sin(\beta x) + C_2 \cos(\beta x) + \\ C_3 \sinh(\alpha x) + C_4 \cosh(\alpha x) \\ \Psi(x) = \eta C_1 \cos(\beta x) - \eta C_2 \sin(\beta x) + \\ \delta C_3 \cosh(\alpha x) + \delta C_4 \sinh(\alpha x) \end{array} \right. \quad (13)$$

如果  $\alpha$  为虚数, 则用正弦和余弦函数分别代替双曲正弦和双曲余弦。将振型函数代入式(10), 可得

$$\eta = \frac{GAk\beta^2 + F\beta^2 - \rho A \omega^2}{GAk\beta}$$

$$\delta = \frac{GAk\alpha^2 + F\alpha^2 + \rho A \omega^2}{GAk\alpha}$$

弹性支承条件下丝杠横向振动的边界条件为

$$\left\{ \begin{array}{l} EI \frac{d\psi(0, t)}{dx} = k_\psi \psi(0, t) \\ kAG \left( \psi(0, t) - \frac{dv(0, t)}{dx} \right) = -k_v v(0, t) - F \frac{dv(0, t)}{dx} \\ EI \frac{d\psi(L, t)}{dx} = -k_\psi \psi(L, t) \\ kAG \left( \psi(L, t) - \frac{dv(L, t)}{dx} \right) = k_v v(L, t) - F \frac{dv(L, t)}{dx} \end{array} \right. \quad (14)$$

把  $v(x, t) = V(x)q_v(t)$ 、 $\psi(x, t) = \Psi(x)q_\psi(t)$  代入式(14), 整理为

$$\mathbf{AC} = 0 \quad (15)$$

其中  $\mathbf{C} = [C_1 \ C_2 \ C_3 \ C_4]^\top$ 。式(15)有非零解的充要条件为

$$|\mathbf{A}| = 0 \quad (16)$$

式(16)即为丝杠的振动频率方程。

将所求频率代入式(15), 令  $C_1 = 1$ , 求得向量  $\mathbf{C}$ , 可得梁弯曲振动的振型函数。

为使振型唯一, 把振型正则化, 令

$$\chi_v^2 \int_0^L \rho A V^2(x) dx = 1$$

$$\chi_\psi^2 \int_0^L \rho I \Psi^2(x) dx = 1$$

得

$$\chi_v^2 = \frac{1}{\int_0^L \rho A V^2(x) dx}$$

$$\chi_\psi^2 = \frac{1}{\int_0^L \rho I \Psi^2(x) dx}$$

则振型函数表示为

$$\left\{ \begin{array}{l} V(x) = \chi_v [C_1 \sin(\beta x) + C_2 \cos(\beta x) + \\ C_3 \sinh(\alpha x) + C_4 \cosh(\alpha x)] \\ \Psi(x) = \chi_\psi [\eta C_1 \cos(\beta x) - \eta C_2 \sin(\beta x) + \\ \delta C_3 \cosh(\alpha x) + \delta C_4 \sinh(\alpha x)] \end{array} \right. \quad (17)$$

## 3 计算与分析

### 3.1 丝杠的涡动转速与临界转速

由文献[10], 主轴系统主要作同步正向涡动, 所以分析丝杠的正向涡动转速与临界转速。取  $L = 1000 \text{ mm}$ ,  $d = 20 \text{ mm}$ ,  $F = 0$ ,  $k_\psi = 0$ ,  $\Omega = 0$ , 根据

式(16)计算丝杠的振动频率随轴承径向刚度  $k_v$  的变化。图 2 为丝杠前两阶振动频率,可以看出,当轴承径向刚度  $k_v \rightarrow \infty$  时,前两阶振动频率趋近于梁在简支条件下的固有频率,说明本文的频率方程是正确的。

取  $L = 1\ 000\ \text{mm}$ ,  $k_v = 200\ \text{N}/\mu\text{m}$ ,  $k_\phi = 200 \times$

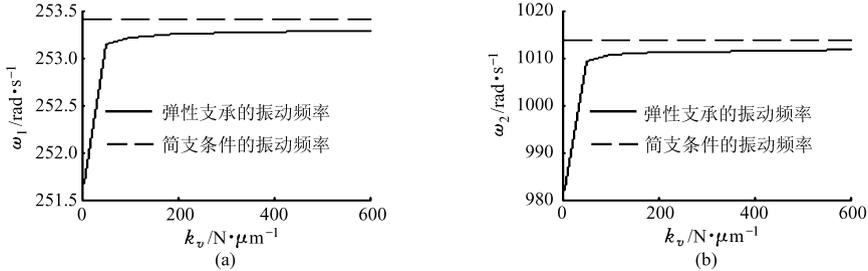


图 2 丝杠振动频率随轴承径向支撑刚度  $k_v$  的变化

Fig.2 Screw's vibration frequency as a function of the bearing's radial stiffness  $k_v$

(a) 第 1 阶振动频率 (b) 第 2 阶振动频率

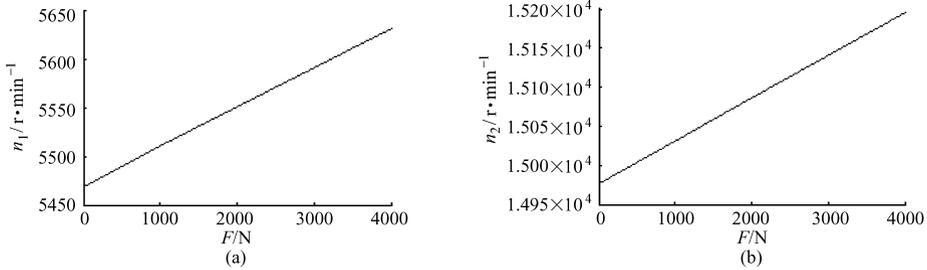


图 3 丝杠涡动转速随预拉伸力  $F$  的变化 ( $\Omega = 4\ 000\ \text{r}/\text{min}$ ,  $d = 20\ \text{mm}$ )

Fig.3 Screw's whirl speed as a function of the pre-tension force  $F$

(a) 第 1 阶涡动转速 (b) 第 2 阶涡动转速

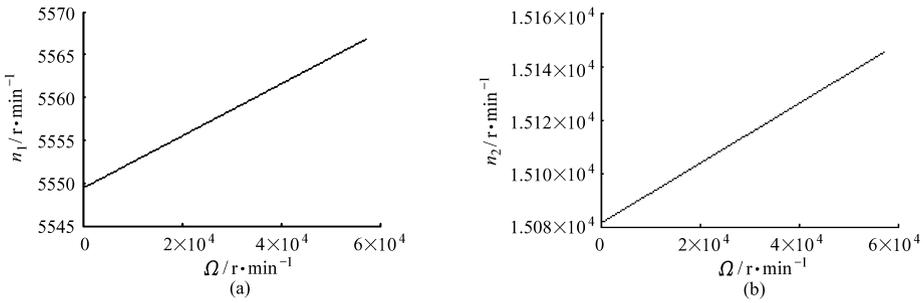


图 4 丝杠涡动转速随转速  $\Omega$  的变化 ( $F = 2\ 000\ \text{N}$ ,  $d = 20\ \text{mm}$ )

Fig.4 Screw's whirl speed as a function of the spinning speed  $\Omega$

(a) 第 1 阶涡动转速 (b) 第 2 阶涡动转速

在图 5 中,丝杠的工作转速  $\Omega = 4\ 000\ \text{r}/\text{min}$ ,可以看出,当  $d < d_c$  时,丝杠在启动的过程中将会发生第一阶共振;当  $d > d_c$ ,丝杠在启动过程中不会发生共振;当  $d = d_c$  时,丝杠的工作转速正好为共振转速,丝杠将不能正常工作。由此说明,对于低速运转的丝杠,合理设计丝杠参数,可以避免共振。

图 6~8 为丝杠第一阶涡动转速在不同的条件下随直径的变化。由图 6 可以看出,预拉伸力会改变丝杠的临界直径  $d_c$  值,预拉伸力越大,  $d_c$  值越小。由图 7 可以看出,在转速比较低时,轴承径向支

$10^6\ \text{N}/\text{rad}$ ,根据式(16),计算丝杠的涡动转速随预拉伸力  $F$ 、丝杠的转动速度  $\Omega$  和丝杠直径  $d$  的变化情况,如图 3~5 所示。可以看出,由于预拉伸使得丝杠的横向刚度增大,涡动转速随预拉伸力的增大而增大;转速  $\Omega$  增大,陀螺效应增大,涡动转速随之增大;丝杠的直径增大,转动惯量增大,涡动转速增大。

承刚度对临界直径  $d_c$  值影响不大;工作转速越高,轴承径向支撑刚度对  $d_c$  值的影响越大。由图 8 可以看出,丝杠转速较低时,轴承转动刚度对  $d_c$  值几乎没有影响。

图 9 表示的是丝杠前几阶涡动转速随直径和转速的变化曲线。由图可以看出,当丝杠的工作转速达到  $6 \times 10^4\ \text{r}/\text{min}$  时,不同直径的丝杠,其共振转速不同,经历的共振阶数也不尽相同。直径较小时,共振阶数多(图 9a),但当丝杠直径增大,达到同样的转速时,经历的共振阶数减少(图 9d)。

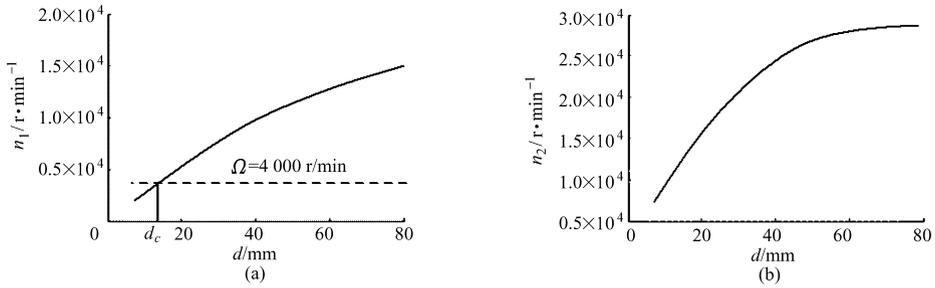


图5 丝杠涡动转速随直径  $d$  的变化 ( $\Omega = 4\ 000\ \text{r/min}$ ,  $F = 2\ 000\ \text{N}$ )

Fig. 5 Screw's whirl speed as a function of the diameter  $d$

(a) 第1阶涡动转速 (b) 第2阶涡动转速

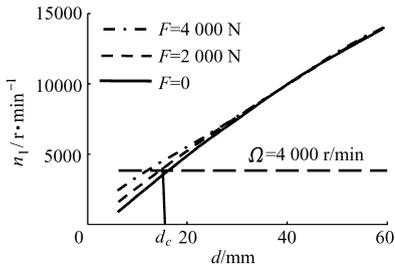


图6 预拉伸力  $F$  对临界直径  $d_c$  的影响

Fig. 6 Effect of the pre-tension force to the critical diameter  $d_c$

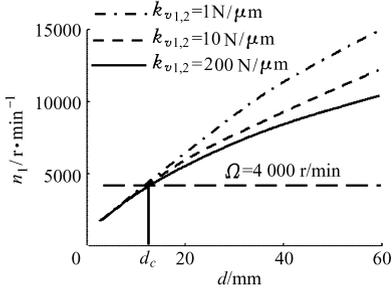


图7 轴承径向刚度对临界直径  $d_c$  的影响

Fig. 7 Effect of the bearing's radial stiffness to the critical diameter  $d_c$

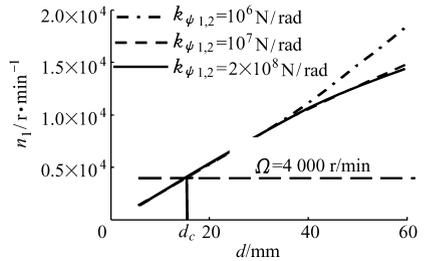


图8 轴承转动刚度对临界直径  $d_c$  的影响

Fig. 8 Effect of the bearing's rotational stiffness to the critical diameter  $d_c$

### 3.2 丝杠的振动分析

在系统运动方程式(9)中,若不考虑轴承的支承作用,则式(9)简化为文献[8]中的系统运动方程,若代入式(9)的频率不考虑陀螺效应和预拉伸力的影响,采用两端简支的边界条件,则丝杠的动态响应简化为文献[8]中梁的响应,由此说明本文运动方程式(9)的正确性。

将式(17)及相应的频率代入式(9),利用振型叠加原理和隆格-库塔法求解方程,计算丝杠的横向振

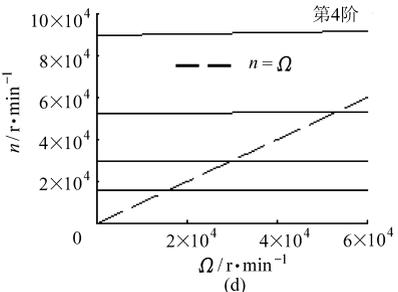
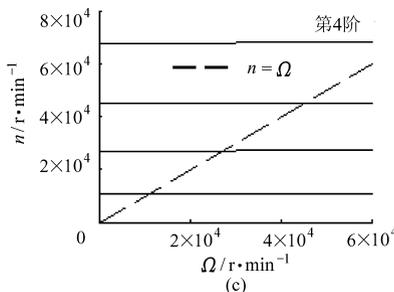
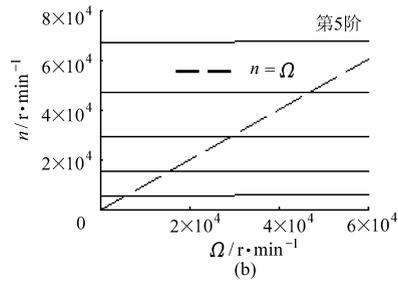
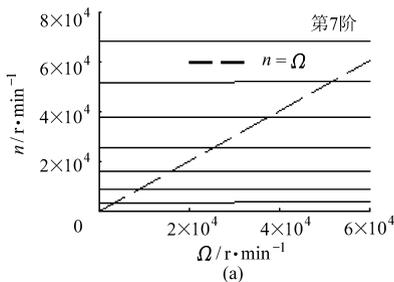


图9 丝杠涡动转速随直径  $d$  和转速  $\Omega$  的变化

Fig. 9 Screw's whirl speed as a function of the diameter  $d$  and spinning speed  $\Omega$

(a)  $d = 10\ \text{mm}$  (b)  $d = 20\ \text{mm}$  (c)  $d = 40\ \text{mm}$  (d)  $d = 80\ \text{mm}$

动位移。取  $L = 1 \text{ m}$ ,  $E = 2.07 \times 10^5 \text{ MPa}$ ,  $G = 8.3 \times 10^4 \text{ MPa}$ ,  $k = 0.9$ ,  $\rho = 7.85 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ,  $\Omega = 1000 \text{ r/min}$ ,  $h = 20 \text{ mm}$ ,  $k_v = 200 \text{ N}/\mu\text{m}$ ,  $k_\psi = 200 \times 10^6 \text{ N/rad}$ ,  $F_u = 0$ ,  $F = 2000 \text{ N}$ ,  $F_v = 50\sin(\pi x) \text{ N}$ ,  $F_w = 200\sin(\pi x) \text{ N}$ 。

图 10 为预拉伸力  $F$  不同时丝杠的横向振动曲线。由图可见, 预拉伸力  $F$  增大, 丝杠横向振幅减小; 丝杠  $z$  方向受力  $F_w$  为  $y$  方向受力  $F_v$  的 4 倍,  $z$  方向的振幅也大约为  $y$  方向的 4 倍, 说明降低传动

系统的轨道不平度, 可有效降低丝杠的横向振幅。

图 11 为改变轴向力  $F_u$  时丝杠的横向振动变化曲线。当轴向力与其移动方向相反时可降低丝杠的振幅。图 12 为改变丝杠导程时丝杠的振动曲线, 随导程的增大, 丝杠的振幅增大。图 13 和图 14 为改变轴承的支承刚度时丝杠的振动曲线, 较大的轴承支承刚度可降低丝杠的振幅。

比较图 10~14, 可见系统参数对直径偏小的丝杠影响较大。对于直径较小的丝杠, 适当增大预拉

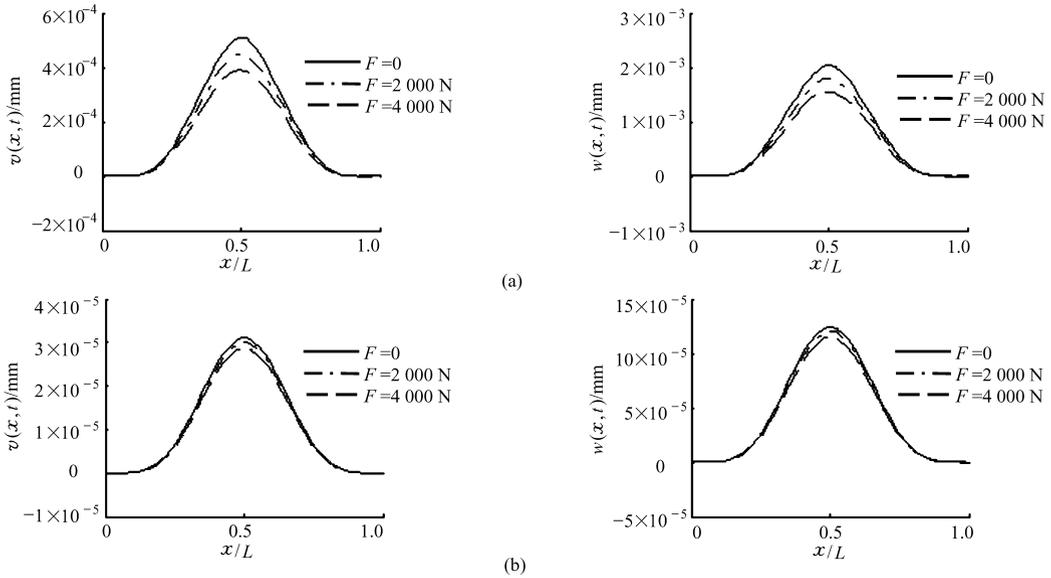


图 10 丝杠的横向振动随预拉伸力  $F$  的变化

Fig. 10 Screw's lateral vibration as a function of the pre-tension force  $F$

(a)  $d = 15 \text{ mm}$  (b)  $d = 30 \text{ mm}$

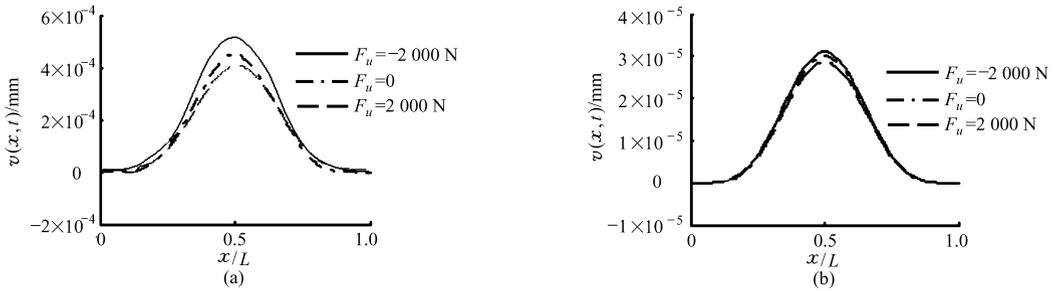


图 11 丝杠的横向振动随轴向力  $F_u$  的变化

Fig. 11 Screw's lateral vibration as a function of the moving axial force  $F_u$

(a)  $d = 15 \text{ mm}$  (b)  $d = 30 \text{ mm}$

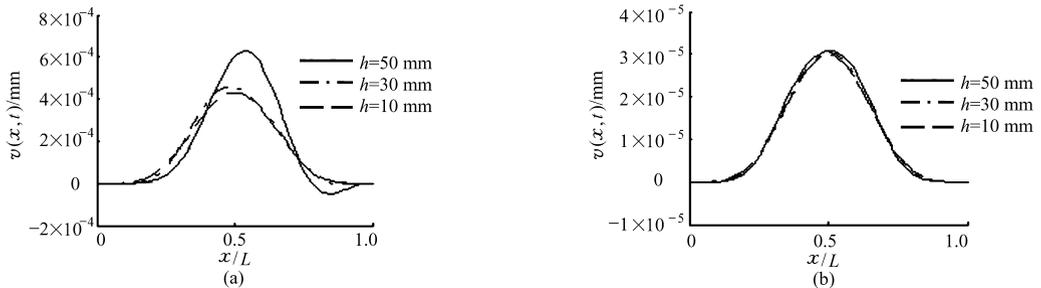
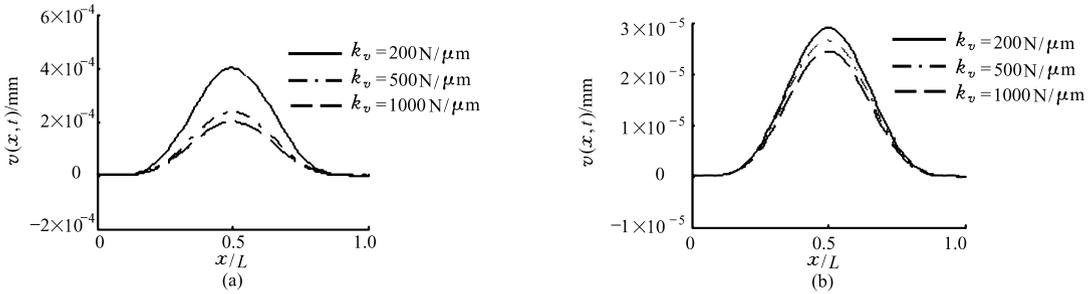
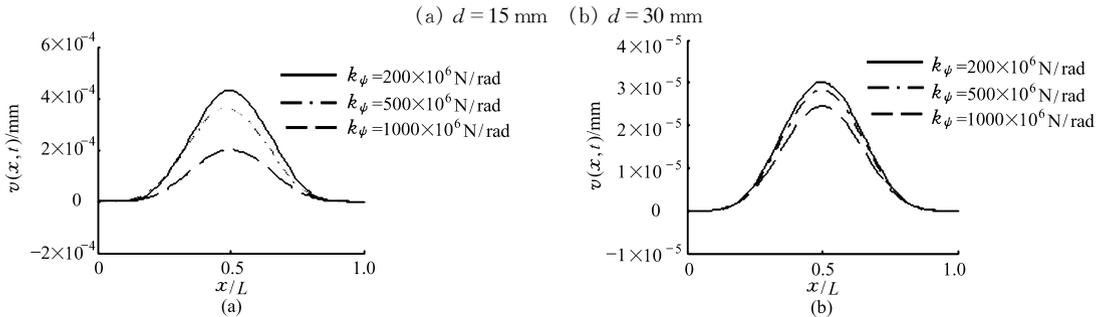


图 12 丝杠的横向振动随导程  $h$  的变化

Fig. 12 Screw's lateral vibration as a function of the pitch  $h$

(a)  $d = 15 \text{ mm}$  (b)  $d = 30 \text{ mm}$

图 13 丝杠的横向振动随轴承径向支承刚度  $k_v$  的变化Fig. 13 Screw's lateral vibration as a function of the bearing's radial stiffness  $k_v$ 图 14 丝杠的横向振动随轴承转动刚度  $k_\psi$  的变化Fig. 14 Screw's lateral vibration as a function of the bearing's rotational stiffness  $k_\psi$ (a)  $d = 15 \text{ mm}$  (b)  $d = 30 \text{ mm}$ 

伸力或轴承的支承刚度,减小丝杠导程,更能有效地降低丝杠的横向振幅。

## 4 结论

(1)综合考虑了陀螺效应、预拉伸力和移动力对丝杠振动的影响,以及丝杠两端轴承的支承作用,建立了弹性支承条件下丝杠的频率方程,并利用拉格朗日方程建立了传动丝杠的动力学方程,利用振型

叠加原理和隆格库塔法求解,分析了系统参数对丝杠涡动转速和横向振动的影响。

(2)丝杠的涡动转速随预拉伸力、旋转角速度和直径的增大而增大,可通过调整丝杠参数避免丝杠在启动过程中发生共振或者调整共振转速。

(3)对于直径较小的丝杠,适当增大预拉伸力和轴承的支承刚度,减小丝杠导程,可有效减小丝杠的横向振幅。

## 参 考 文 献

- 1 Sheu G J, Yang S M. Dynamic analysis of a spinning Rayleigh beam[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2005, 47(2):157~169.
- 2 Esmailzaden E, Ohadi A R. Vibration and stability analysis of non-uniform Timoshenko beams under axial and distributed tangential loads[J]. Journal of Sound and Vibration, 2000, 236(3): 443~456.
- 3 Arboleda-Monsalve L G, Zapata-Medina D G, Aristizabal-Ochoa J D. Stability and natural frequencies of weakened Timoshenko beam-column with generalized end conditions under constant axial load[J]. Journal of Sound and Vibration, 2007, 307(1~2):89~112.
- 4 Cheng C C, Lin J K. Modeling a rotating shaft subjected to a high-speed moving force[J]. Journal of Sound and Vibration, 2003, 261(5):955~965.
- 5 Zibdeh H S, Juma H S. Dynamic response of a rotating beam subjected to a random moving load[J]. Journal of Sound and Vibration, 1999, 223(5): 741~758.
- 6 Katz R. The dynamic response of a rotating shaft subject to an axially moving and rotating load[J]. Journal of Sound and Vibration, 2001, 246(5):757~775.
- 7 Lee H P. Dynamic response of a rotating Timoshenko shaft subject to axial force and moving load[J]. Journal of Sound and Vibration, 1995, 181(1):169~177.
- 8 Ouyang Huajiang, Wang Minjie. A dynamic model for a rotating beam subjected to axially moving force[J]. Journal of Sound and Vibration, 2007, 308(3~5):674~682.
- 9 张义民. 机械振动力学[M]. 长春:吉林科学技术出版社, 2000:157~208.
- 10 钟一铨,何衍宗,王正,等. 转子动力学[M]. 北京:清华大学出版社, 1990.