

文章编号:1001-9081(2009)10-2744-04

## 用于连续空间寻优的一种蚁群算法

刘喜恩

(华中农业大学 理学院, 武汉 430070)

(liu\_xi\_en@163.com)

**摘要:**结合经典蚁群算法思想提出一种基于动态分类的新型蚁群搜索算法——三策略智能蚂蚁(TSIA)算法。将整个蚁群动态分为随机搜索蚁群、局部搜索蚁群和定向搜索蚁群三个子类,分别采用随机搜索、局部搜索和定向搜索三层搜索策略,使得蚁群具有全局探索能力,并能对优良解进行继承和改进。通过自适应地调整三个子类蚁群的规模和搜索步长,使得整个蚁群在“探索”和“学习”之间处于一个较好的平衡。实例运算证明该算法简单高效,具有快速的收敛能力和优良的全局寻优能力。

**关键词:**连续空间寻优;蚁群算法;动态分类;自适应调整;模式搜索

**中图分类号:** TP183 **文献标志码:** A

### Ant colony algorithm for continuous space optimization

LIU Xi-en

(College of Science, Huazhong Agricultural University, Wuhan Hubei 430070, China)

**Abstract:** A new ant colony optimization algorithm—Three Strategy of Intelligent Ants (TSIA), based on the idea of classic ant colony algorithm and dynamic classification, was presented in this paper. The whole ant colony was divided into 3 sub-categories: random search category, local search category and targeted search category. And, using three-tier search strategy: the random search ants move in the random directions by random step lengths, the local search ants move by the way of pattern movement, the targeted search ants move in the direction of "best ants" by large steps. It makes the whole ant colony have a better balance in the "exploration" and "learning" to adjust the three sub-class sizes and the moving step lengths. It proves that the algorithm is simple and efficient with fast convergence and global optimization.

**Key words:** continuous space optimization; ant colony algorithm; dynamic classification; adaptive adjustment; pattern search

## 0 引言

自 1991 年 Dorigo M 等人<sup>[1]</sup>提出了第一个蚁群算法——蚂蚁系统(Ant System)以来,蚁群算法(Ant Colony Optimization, ACO)已成功用于解决旅行商问题(Traveling Saleman Problem, TSP)<sup>[2]</sup>、二次分配问题<sup>[3]</sup>、调度问题<sup>[4]</sup>和车辆路径问题<sup>[5]</sup>等一系列复杂的组合优化问题。近年来众多国内外的学者在算法的改进方面做了大量的研究工作,提高了蚁群算法在一定的空间复杂度下的寻优能力并对蚁群算法的应用领域进行扩展,包括对连续型蚁群算法的应用研究。事实上,蚁群的离散性本质非常适合于求解组合优化问题,但在求解连续空间中的优化问题时却面临着算法优化的构建难题和收敛速度过慢等问题。囿于连续蚁群算法与传统离散蚁群算法在思想和结构上的差别,蚁群算法在优化问题求解中缺失通用性,这使得连续蚁群优化算法<sup>[6]</sup>及收敛性<sup>[7]</sup>的研究成为当前学者关注的焦点。

经典蚁群算法的主要特点是通过信息正反馈及分布式协作寻找最优路径<sup>[8]</sup>。目前对于连续空间中寻优的蚁群算法大多采用的思想是:首先将求解空间离散化,然后将经典蚁群算法进行适当改进加以应用。这种设计思想得出的算法,计算量、存储量都与搜索域的范围、搜索空间的维数成正比。对

于高维的、大范围的复杂优化问题,其寻优的时间、所需的内存空间都让人难以接受。本文结合用于离散域的 ACO 算法思想提出一种新的,不需要离散化求解空间而通过位点存储信息来直接控制蚂蚁的移动以找到全局最优解的蚁群算法——三策略智能蚂蚁(Three Strategy of Intelligent Ants, TSIA)算法。首先将蚁群动态分为三个子蚁群类:随机搜索子蚁群类、局部搜索子蚁群类和定向搜索子蚁群类。同时采用三层搜索策略,随机搜索蚁群类在整个寻优域内按随机方式进行探索,具有全局的探索能力;局部搜索蚁群类在局部范围内按模式搜索理论<sup>[9]</sup>的方法进行搜索,将好的解进行继承和改进;定向搜索蚁群类利用系统的反馈信息,向上一步搜索中的最优解方向搜索。

## 1 TSIA 算法的定义

在连续空间的寻优问题求解中,解空间是以区域性的方式表示,而不是以离散的点集方式表示。因此,用于离散域与用于连续域寻优的蚁群算法相比,至少有蚁群信息量留存方式、蚁群在解空间中寻优方式和蚁群行进策略等方面的不同<sup>[8]</sup>。

### 1.1 3 个子蚁群类的判别方式和搜索方式

为便于描述,根据“学习”方式的不同分别给三个子蚁群

类进行命名。

第一类为不学习的蚂蚁 (Learning From Nobodies-Ants, LFNA), 即随机搜索子蚁群类。LFNA 不向任何人学习 (包括自己), 只在整个空间内随机探索。LFNA 有较强的全局探索能力, 能有效避免搜索陷于局部最优。

第二类为自学习蚂蚁 (Learn From Yourself-Ants, LFYA), 即局部搜索子蚁群类。LFYA 是探索到了较好解的蚂蚁, 它只向自己学习, 即在自己附近以一定步长进行某种方式搜索。

第三类为向他人学习的蚂蚁 (Learning From Others-Ants, LFOA), 即定向搜索子蚁群类。LFOA 是探索到较差解的蚂蚁, 它转向精英蚂蚁学习, 即向当前探索到最好解的蚂蚁的方向进行移动。

1.1.1 3 个子蚁群类的判别

记  $ant_{(i)}$  为蚁群中的第  $i$  只蚂蚁。假设是在第  $N$  次整体移动中对  $ant_{(i)}$  进行判别, 则方法如下:

$$\begin{aligned} & \text{if } t < \text{panli}^{(N)} \text{ } ant_{(i)} \in \text{LFNA} \\ & \text{elseif } \Delta T_i = \frac{\text{max}T - T_i}{\text{max}T - \text{min}T} < PO \text{ } ant_{(i)} \in \text{LFYA} \\ & \text{else } ant_{(i)} \in \text{LFOA} \end{aligned}$$

其中:  $t$  为  $(0,1)$  的一个随机数;  $\text{panli}^{(N)}$  为叛逆系数, 即第  $N$  次整体移动中 LFNA 在整个蚁群中所占的比例, 初始时进行合适设定, 随着搜索的进行它会自动进行调整;  $\text{max}T$  为在  $N-1$  次整体移动后探索到最好解的蚂蚁所发出的信息量;  $T_i$  为  $ant_{(i)}$  当前所发出的信息量;  $\text{min}T$  为  $N-1$  次整体移动后探索到最差解的蚂蚁所发出的信息量。

1.1.2 3 个子蚁群类的搜索方式

记  $x_i$  为  $ant_{(i)}$  移动前的位置,  $\text{temp}_i$  为  $ant_{(i)}$  移动后的位置,  $x_{\text{inf}}$  为搜索空间的下界,  $x_{\text{sup}}$  为搜索空间的上界 (注: 在  $n$  维空间中寻优, 则  $x_i, \text{temp}_i, x_{\text{inf}}, x_{\text{sup}}$  都是一个  $n$  维向量)。

LFNA 搜索方式 LFNA 是在整个解空间内做随机探索, 搜索方式为  $\text{temp}_i = x_{\text{inf}} + t(x_{\text{sup}} - x_{\text{inf}})$ , 其中,  $t$  为  $(0,1)$  的一个随机数。

LFYA 搜索方式 LFYA 以较小的步长在自己的附近进行探索, 为了更好地保留住一个具有潜力的解 (在该解的附近存在更好的解) 可采用模式搜索方法<sup>[9]</sup>中的探测移动方式进行移动。

记  $j^{(0)} = x_i, \text{minbu}_N$  为在第  $N$  次整体移动中 LFYA 的移动步长 ( $\text{minbu}_N$  初始时进行合适设定, 随着搜索的进行它会自动进行调整)。具体过程如下:

1) 先在坐标方向  $e_1$  上探索移动。若  $f(j^{(0)} + e_1(\text{minbu}_N)) > f(j^{(0)})$ , 则  $e_1$  方向探测移动成功, 置  $j^{(1)} = j^{(0)} + e_1(\text{minbu}_N)$ ; 否则考虑相反的方向; 如果  $f(j^{(0)} - e_1(\text{minbu}_N)) > f(j^{(0)})$ , 则  $-e_1$  方向探测移动成功, 置  $j^{(1)} = j^{(0)} - e_1(\text{minbu}_N)$ , 否则置  $j^{(1)} = j^{(0)}$ ;

2) 再沿  $e_2$  方向进行探索。若  $f(j^{(1)} + e_2(\text{minbu}_N)) > f(j^{(1)})$ , 则置  $j^{(2)} = j^{(1)} + e_2(\text{minbu}_N)$ , 否则若  $f(j^{(1)} - e_2(\text{minbu}_N)) > f(j^{(1)})$ , 则置  $j^{(2)} = j^{(1)} - e_2(\text{minbu}_N)$ ; 否则置  $j^{(2)} = j^{(1)}$ 。继续下去, 最后得到  $j^{(n)}$ , 置  $\text{temp}_i = j^{(n)}$ 。

LFOA 搜索方式 LFOA 向精英蚂蚁学习, 移动方式为:  $\text{temp}_i = x_i + t(\text{maxbu}_i), \text{maxbu}_i = x_{\text{max}} - x_i$ 。其中,  $\text{maxbu}_i$  为

$ant_{(i)}$  向精英蚂蚁学习的步长;  $x_{\text{max}}$  表示在上一次整体移动后找到最好解的蚂蚁的位置。从移动方式可看出, LFOA 类蚂蚁的移动具有信息反馈性和方向性。

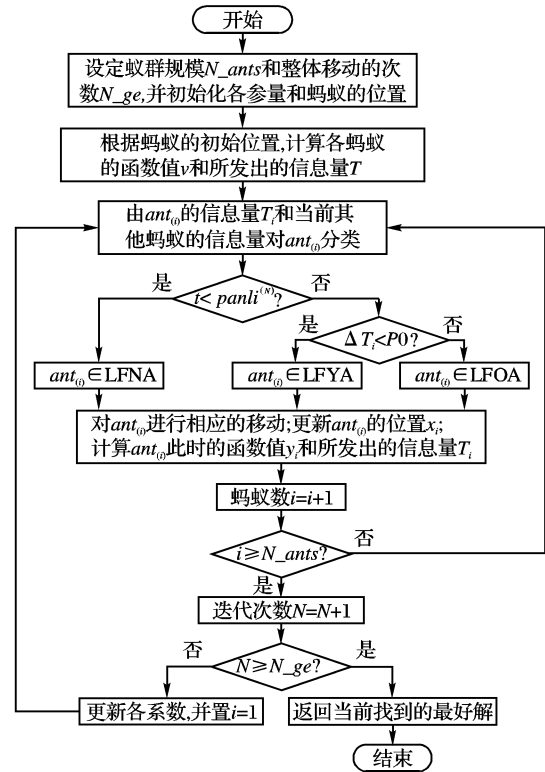


图 1 TSIA 算法流程

1.2 TSIA 算法的详细构建

设  $n$  维连续空间优化问题为:  $\text{max } f(x)$ , 求  $x^* = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ 。

搜索空间范围为:  $x \in [a, b], a = (a_1, a_2, \dots, a_n), b = (b_1, b_2, \dots, b_n)$ 。

对于寻找全局最小值问题可以通过添加一个负号很容易转化为  $\text{max } f(x)$  的形式。

TSIA 算法步骤如下:

1) 设定蚁群的规模  $N_{\text{ants}}$ 、整体移动的次数  $N_{\text{ge}}$ 、叛离系数初始值  $\text{panli}^{(1)}$ 、自学习系数初始值  $PO^{(1)}$ , 并初始化各蚂蚁的位置:  $x_i = x_{\text{inf}} + t(x_{\text{sup}} - x_{\text{inf}}) (i = 1, \dots, N_{\text{ants}})$ , 初始化 LFYA 的移动步长:  $\text{minbu}_1 = \frac{x_{\text{sup}} - x_{\text{inf}}}{N_{\text{ants}}}$ 。

2) 计算  $ant_{(i)}$  的函数值  $y_i$  和所发出的信息量  $T_i: y_i = f(x_i), T_i = v(y_i) = e^{y_i}$ 。

3) 根据整个蚁群的信息量和当前第  $i$  只蚂蚁所发出的信息量对  $ant_{(i)}$  进行分类 (见 1.1.1 节), 并按相应的类别移动第  $i$  只蚂蚁 (即  $ant_{(i)}$ ) 的位置 (见 1.1.2 节)。

4) 按蚂蚁类别更新  $ant_{(i)}$  的位置: 如果  $f(\text{temp}_i) > c_j f(x_i), x_i = \text{temp}_i$ , 否则  $x_i = x_i$ 。

式中  $c_j$  为第  $j$  类蚂蚁的松弛非递减系数, 若  $c_j = 1$  则表示第  $j$  类蚂蚁按严格非递减的方式进行位置的更新。

5) 蚂蚁数  $i = i + 1$ ; 若  $i > N_{\text{ants}}$  则转 6), 否则转 2)。

6) 设  $N$  表示当前进行的是第  $N$  次整体移动, 相关参量更新如下:

叛离系数更新 如果  $\frac{N}{N_{\text{ge}}} < \text{panli}^{(1)}, \text{panli}^{(N)} =$

$panli^{(1)}$ , 否则  $panli^{(N)} = \min\left(\frac{N}{N_{ge}}, p_{sup}\right)$ , 其中  $p_{sup}$  为设定的叛离系数取值上限, 一般取  $[0.5, 0.8]$  中的某个值较为合适。

自学习系数更新 如果  $\frac{N}{N_{ge}} < PO^{(1)}, PO^{(N)} = PO^{(1)}$ , 否则  $PO^{(N)} = \min\left(\frac{N}{N_{ge}}, l_{sup}\right)$ , 其中  $l_{sup}$  为设定的自学习系数取值上限, 一般取  $[0.5, 0.9]$  中的某个值较为合适。

LFYA 移动步长更新  $minbu_N = \frac{minbu_{N-1}}{\log(kN + 10)}$ , 其中  $k$  为设定的微调系数, 一般取  $[0.7, 1]$  的某个值。

7) 记录第  $N$  次整体移动后的最好解:  $Vx_{(N)} = \{x \mid x \in \max(f(x_i))\}, Vy_{(N)} = \max(f(x_i))$

8) 整体移动次数  $N = N + 1$ 。若  $N > N_{ge}$ , 则退出循环, 并按如下方式返回整个寻优过程所得到的最优解和最优值:  $x = \{x^* \mid x^* \in \max(f(Vx_{(j)}))\}, j = 1, 2, \dots, N_{ge}, y = \max(Vy)$ ; 否则置  $i = 1$  并转向 2)。

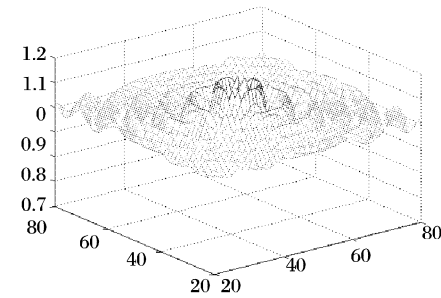
## 2 算法的实例检验与分析

### 2.1 算法性能测试分析

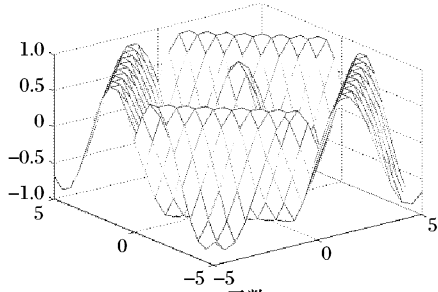
为了验证 TSIA 算法的性能, 进行了实例运算, 并和相关文献的算法作对比分析。以下函数均是些寻优难度比较大的多峰值经典测试函数。

函数 1

$\max f(x) = \frac{\sin(r)}{r} + 1, r = \sqrt{(x_1 - 50)^2 + (x_2 - 50)^2} + e$ , 该函数在  $x^* = (50, 50)$  处取得全局最优值  $f = 1.1512$ , 其他的局部最优解呈圆形向外分布, 见图 2(a)。



(a) 函数1



(b) 函数2

图2 函数1和函数2

函数 2

$\max f(x) = e^{-(|x_1| + |x_2|)^{50}} \cos(|x_1| + |x_2|)$ , 该函数在  $x^* = (0, 0)$  处取得全局最大值  $f = 1$ , 在偏离点  $(0, 0)$  处呈现多个局部极大值, 见图 2(b)。

函数 3

$\max f(x) = 20 \exp(-0.2 \sqrt{0.5(x_1^2 + x_2^2)}) + \exp(0.$

$5(\cos(2\pi x_1) + \cos(2\pi x_2)) - 22.71828$ , 该函数称为 Ackley 函数, 是一个经典的测试函数, 详细描述可参见文献 [12]。函数在  $x^* = (0, 0)$  处取得全局最大值  $f = 0$ 。

函数 4

$\min f(x) = 5e^{-0.5x} \sin(30x) + e^{0.2x} \sin(20x) + 6$ , 函数特性及计算机绘图可参见文献 [14]。该函数在  $x^* = 0.5725419946$  处取得全局最小值  $f = 1.25730542384$ 。

函数 5

$\max f(x) = 0.5 - ((\sin \sqrt{x_1^2 + x_2^2} - 0.5)^2 / (1 + 0.001(x_1^2 + x_2^2)))^2$ , 函数在  $x^* = (0, 0)$  处取得全局最大值  $f = 1$ , 在偏离全局最优解处局部最优解呈环状, 计算机绘图可参见文献 [15]。

在没有特别说明的情况下, TSIA 算法实验时参数设定为:  $panli^{(1)} = 0.3, PO^{(1)} = 0.3, P_{sup} = 0.7, l_{sup} = 0.9, k = 1, c_1 = 0.99, c_2 = 1, c_3 = 0.98$ 。相关算法的实验数据均来自于相应的文献, 各算法性能对比表中的“—”表示文献没有提供相应指标的实验数据。对于相同的测试函数, 由于不同文献算法实验时设定的搜索域、实验次数等不一样, 为了进行客观的比较在表中分别给出了 TSIA 算法在不同情况下的实验数据。

测试函数 1~3 下 TSIA 算法和相关算法的对比情况如表 1, 表中平均迭代步数是指算法停滞或达到搜索精度时最小迭代步数的平均值。从表 1 中数据可知, 在相同的蚁群规模下本文的 TSIA 算法只以很少的迭代步 ( $< 100$ ), 得到的搜索结果在最优值、平均值、达优率上均优于对比的文献算法。文献 [12] 的 ACOSA2 算法虽然在平均迭代步数上有所改善, 但和本文算法相比依然相差甚远, 同时在搜索精度上也较差。对于函数 1 该算法的最优值只达到了 1.14610 这样的差解, 比本文算法的平均值还要差。

测试函数 4 下, 算法性能的对比情况见表 2。文献 [14] 中对鲁棒性的计算有误, 在表 2 中进行了更正。函数 4 要求寻找全局最小解, 从对比表中可知, 用 TSIA 算法得到的 1000 次实验均值比文献算法得到的最优值还要好。

对于函数 5 的测试, 算法性能对比情况如表 3。从表中数据易得出 TSIA 算法在迭代步数、平均结果、成功次数等指标上均优于各文献算法, 在此不再进行详细分析。

从以上对比分析可知, 本文的 TSIA 算法有较高的搜索效率和全局选优能力, 在搜索精度上也比相关算法有了很大的提高。在算法实验时, 作者用了更多的测试函数和其他文献的各类先进智能算法进行了对比, 也都显示出了 TSIA 算法的优良的寻优能力, 在此不一一列举。

### 2.2 参数的简要分析

对于智能算法而言, 参数的取值显得尤为重要。给参数设定一个合适的值, 有利于提高算法的率。但由于本文 TSIA 算法在迭代的过程中对各参数进行了自适应调整, 这使得算法的性能对参数的设定不是特别敏感, 增加了算法的通用性。各参数只要在表 4 所给定的取值区间中取值, 都能使算法有较高的搜索效率。

## 3 结语

蚁群算法是新兴的智能算法, 在解决复杂优化问题方面已经展现出巨大的发展潜力, 本文在经典蚁群算法的基础上,

提出了 3 层搜索的策略,并将其应用到连续空间优化问题。通过对算法的分析可知,该算法的最大优点是时间复杂度和空间复杂度都只是一个和蚁群规模有关的常量,不会随着搜索域范围的增大、搜索空间维数的增加而剧变。同时通过构造一些合适的函数用于自适应地调整相关参数,使得每次整体移动后 3 类子蚁群的比例和各自的搜索步长都调整到一个

合适的值,从而保证了算法具有较好的寻优性能。最后通过实例对比测试对该算法进行了验证,测试结果证明了该蚁群算法在性能和效率上都比较高。蚁群算法在连续空间寻优中的应用目前相关的研究的还比较少,还有很多地方不太成熟,对于参数的设定、信息的留存、蚁群的移动方式等问题还需更深入的讨论和研究。

表 1 在测试函数 1~3 下 TSIA 算法和相关算法的性能比较

函数	搜索域	算法类型	迭代步数	最优值	10 次平均	20 次平均	达优率/%	平均迭代步数
函数 1	[-100, 100]	文献[10]算法	2000	—	—	1.139 73	60	—
		文献[11]算法	1000	1.145 10	1.139 73	—	—	342
		文献[12]ACOSA1	1000	1.150 30	1.139 83	—	—	413
		文献[12]ACOSA2	1000	1.146 10	1.140 86	—	—	326
		TSIA 算法	70	1.151 11	1.149 95	1.149 02	95	70
函数 2	[-100, 100]	文献[10]算法	2000	—	—	0.999 959	100	—
		TSIA 算法	60	1.000 000	0.999 999	0.999 983	100	52
		文献[11]算法	1000	0.999 990	0.999 827	—	—	314
		文献[12]ACOSA1	1000	1.000 000	0.999 968	—	—	429
		文献[12]ACOSA2	1000	1.000 000	0.999 941	—	—	298
函数 3	[-10, 10]	TSIA 算法	30	1.000 000	1.000 000	1.000 000	100	29
		文献[11]算法	1000	-0.001 044	-0.001 177	—	—	236
		文献[12]ACOSA1	1000	-0.001 021	-0.001 057	—	—	427
		文献[12]ACOSA2	1000	-0.001 024	-0.001 125	—	—	208
		TSIA 算法	50	-0.000 000	-0.000 000	-0.000 000	100	43

注:蚁群规模为 100。

表 2 在测试函数 4 下 TSIA 算法和相关算法的性能比较

算法类型	蚁群规模	迭代步数	最优值	均值	鲁棒性能/%
文献[13]算法	10	20	1.365 2	1.440 3	14.554 90
文献[14]算法	10	20	1.365 2	1.409 5	12.105 30
TSIA 算法	10	18	1.257 3	1.351 5	7.492 24

注:实验次数为 1000,搜索域为[0,8]

表 3 在测试函数 5 下 TSIA 算法和相关算法的性能比较

算法类型	迭代步数	最差结果	最优结果	平均结果	成功次数
GA	500	—	0.990 3	0.990 3	0
ACA	500	—	1.000 0	0.991 8	3
文献[15]CQACA	500	—	1.000 0	0.996 7	13
TSIA 算法	80	0.999 5	1.000 0	0.999 9	20

注:蚁群规模为 50;实验次数为 20;搜索域为 [-100,100]。

表 4 参数设置表

参数	取值区间
$panli^{(1)}$	[0.1, 0.4]
$p0^{(1)}$	[0.1, 0.4]
$P_{sup}$	[0.5, 0.8]
$l_{sup}$	[0.5, 0.9]
$k$	[0.7, 1]
$c_1$	[0.98, 1]
$c_2$	1
$c_3$	[0.98, 1]

参考文献:

[1] DORIGO M, MANIEZZO V, COLORNI A. Ant system: Optimization by a colony of cooperating agents[J]. IEEE Transaction on Sys-

tems, Man, and Cybernetics, 1996, 26, (1):29-41.  
 [2] DORIGO M, GAMBARDELLA L M. Ant colony system: A cooperative learning approach to the traveling salesman problem[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computing, 1997, 1(1):53-56.  
 [3] GAMBARDELLA L M, TAILLARD E D, DORIGO M. Ant colonies for the quadratic assignment problem [J]. The Journal of the Operational Research Society, 1999, 50(2): 167-176.  
 [4] COLORNI A, DORIGO M, MANIEZZO V, et al. Ant system for job-shop scheduling[J]. Belgian Journal of Operations Research, Statistics and Computer Science, 1994, 34(1):39-53.  
 [5] BULLNHEIMER B, HARTL R F, STRAUSS C. An improved ant system algorithm for the vehicle routing problem [J]. Annals of Operations Research, 1999, 89: 319-328.  
 [6] 赵云涛,王京,蔺风琴,等.一类用于连续域寻优的蚁群算法[J].控制工程,2008,15(3):242-244.  
 [7] 赵云涛,王京,荆丰伟.用于连续域优化的蚁群算法及其收敛性分析[J].系统仿真学报,2008,20(15):4021-4023.  
 [8] 汪镭,吴启迪.蚁群算法在连续空间寻优问题求解中的应用[J].控制与决策,2003,18(1):45-48.  
 [9] 薛毅.最优化原理与方法[M].北京:北京工业大学出版社,2001:221-224.  
 [10] 余玲,刘康,李开世.蚁群算法的连续空间算法研究[J].机械设计与研究,2006,22(2):6-8.  
 [11] 杨勇,宋晓峰,王建飞,等.蚁群算法求解连续空间优化问题[J].控制与决策,2003,18(1):45-48.  
 [12] 李向丽,杨惠中,魏丽霞.基于退火的蚁群算法在连续空间优化中的应用[J].计算机工程与应用,2007,43(23):74-76.  
 [13] 李艳君,吴铁军.连续空间优化问题的自适应蚁群系统算法[J].模式识别与人工智能,2001,14(4):423-427.  
 [14] 段海滨,马冠军,王道波,等.一种求解连续空间优化问题的改进蚁群算法[J].系统仿真学报,2007,19(5):974-976.  
 [15] 李盼池,李士勇.求解连续空间优化问题的量子蚁群算法[J].控制理论与应用,2008,25(2):237-239.