ISSN 1673-9418 CODEN JKYTA8
Journal of Frontiers of Computer Science and Technology
1673-9418/2009/03(04)-0441-006
DOI:10.3778/j.issn.1673-9418.2009.04.011

E-mail:fcst@public2.bta.net.cn
http://www.ceaj.org
Tel:+86-10-51616056

Mizumoto 格值有限自动机及其最小化 *

汪 洋+,杨 琼
四川师范大学 数学与软件科学学院,成都 610066

Minimization of Mizumoto Lattice Finite Automata*

WANG Yang+, YANG Qiong
College of Mathematics and Software Science, Sichuan Normal University, Chengdu 610066, China
+ Corresponding author: E-mail: 1013wangyang@163.com

WANG Yang, YANG Qiong. Minimization of Mizumoto lattice finite automata. Journal of Frontiers of Computer Science and Technology, 2009,3(4):441-446.

Abstract: The notion of Mizumoto lattice finite automata took value in lattice-ordered monoids is advanced, generalized Mizumoto lattice finite automata based on lattice fuzzy strings are obtained. And its properties are discussed for details. Meanwhile, the equivalence between generalized Mizumoto lattice finite automata and its canonical one is established, based on which, its minimization algorithm is given at last.
Key words: lattice fuzzy strings; Mizumoto lattice finite automata; minimization

摘 要:提出取值为格半群的 Mizumoto 格值有限自动机的概念,得到基于模糊字符串的 Mizumoto 格值有限自动机的扩张模型,并详细讨论了其性质。同时建立了扩张 Mizumoto 格值有限自动机与标准扩张 Mizumoto 格值有限自动机的等价性,在此基础上给出了其最小化算法。
关键词:格值模糊字符串;Mizumoto 格值有限自动机;最小化
文献标识码:A **中图分类号:**TP11

1 引言

自从 Zadeh[1]1965 年提出模糊集合理论后,1969 年,Wee[2]率先将模糊集合理论应用在自动机领域,几十年来模糊自动机领域取得了很多成果。2005 年,李

* The National Natural Science Foundation of China under Grant No.10671030 (国家自然科学基金); the Youth Science and Technology Foundation of Sichuan Province of China under Grant No.07ZQ026-114 (四川省青年科技基金).
Received 2008-09, Accepted 2009-03.

永明[3]等人提出了在格半群意义下研究自动机,形成了格值自动机理论。本文重点讨论无输出字符功能的Mizumoto格值有限自动机。

前人在模糊有限自动机的研究工作中几乎只考虑了输入单个字符或字符串，从知识系统中来看,输入字母表中的字符可以看作是待处理的信息。2002年应明生[4]首次把输入字符串扩张到了输入模糊字符串,合理地拓展了Mizumoto模糊有限自动机和语言理论。笔者另文详细研究了有输出字符功能的扩张Mealy格值有限自动机的性质及其最小化,自然大家要问无输出字符功能的扩张Mizumoto格值有限自动机的性质及其最小化又是怎么样的?基于此,本文提出了基于模糊字符串的Mizumoto格值有限自动机的扩张模型,并详细讨论了它的性质,使其具有更广泛的应用性。受文献[5]启发,建立了扩张的Mizumoto格值有限自动机与标准Mizumoto格值有限自动机的等价性,即把具有模糊初始状态的扩张Mizumoto格值有限自动机等价成一种初始状态单一且分明的标准扩张Mizumoto格值有限自动机,最后给出了其最小化算法,具有较好的理论价值和现实意义。

2 预备知识

首先给出本文要用到的基本概念。

定义1（格半群）[3] 设L为格,$\vee$和$\wedge$分别表示L的上确界运算和下确界运算,0和1分别为最小元和最大元,$\cdot$为L上的二元运算(也称乘法运算),且$(L,\cdot,e)$为有单位元$e\in L$的半群。若满足:

(1)$\forall a\in L, a\cdot 0=0\cdot a=0$。

(2)$\forall a,b,c\in L, a\leqslant b\Rightarrow a\cdot c\leqslant b\cdot c$且$c\cdot a\leqslant c\cdot b$,则称$L$为序半群。

(3)若满足$\forall a,b,c\in L, a\cdot(b\vee c)=(a\cdot b)\vee(a\cdot c)$且$(b\vee c)\cdot a=(b\cdot a)\vee(c\cdot a)$,则称$L$为格半群。

以下除非特别声明都假定L为带有单位元e的序半群$(L,\cdot,e)$。若存在$a,b\in L$且$a>0,b>0$使得$a\cdot b=0$,则称$(L,\cdot,e)$含有零因子。

定理1（广义Zadeh扩张原理）如果U和V是两个集合,L是格,$f:L^U\to L^V$,$A\in L^U$,$v\in V$,自然得到:

$$f(A)(v)=\vee\{A(u)\cdot f(u)(v)|u\in U\}$$

定义2（Mizumoto格值有限自动机）设$(L,\cdot,\vee)$为格半群,$M=(Q,\ \Sigma,\delta,q_0,F)$是一个标准Mizumoto格值有限自动机,其中$Q$是非空有限状态集;$\Sigma$是有限输入字符集;$q_0\in Q$是分明初始状态;$\delta:Q\times\Sigma\times Q\to L$是格值状态转移函数;$F:Q\to L$是格值初始状态。扩张的状态转移函数为:

$$\delta^*:Q\times\Sigma^*\times Q\to L$$

$$(q,\wedge,q')\mapsto\delta^*(q,\wedge,q')=\begin{cases}e,若\ q=q'\\0,其他\end{cases}$$

$$(q,xa,q')\mapsto\delta^*(q,xa,q')=\bigvee_{r\in Q}[\delta^*(q,x,r)\cdot\delta(r,a,q')]$$

$$(q,a_1a_2\cdots a_n,q')\mapsto\delta^*(q,a_1a_2\cdots a_n,q')=\bigvee_{p_1,p_2,\cdots,p_{n-1}\in Q}[\delta(q,a_1,p_1)\cdot\delta(p_1,a_1,p_2)\cdot\cdots\cdot\delta(p_{n-1},a_n,q)]$$

3 Mizumoto格值有限自动机的扩张模型

根据定理1和定义2,可以得到以下结论。

定义3（Mizumoto格值有限自动机的扩张模型）设$(L,\cdot,\vee)$为格半群,$M=(Q,\Sigma,\delta,q_0,F)$是一个标准Mizumoto格值有限自动机,$F(\Sigma)^*$表示输入字符集$\Sigma$上所有有限长度的格值模糊字符串的集合。

当输入格值模糊字符时,格值状态转移函数仍然用δ表示,有:

$$\delta:Q\times F(\Sigma)\times Q\to L$$

$$(q,A,q')\mapsto\delta^*(q,A,q')=\bigvee_{a\in\Sigma}[A(a)\cdot\delta(q,a,q')]$$

$$\delta:F(Q)\times F(\Sigma)\times Q\to L$$

$$(P,A,q')\mapsto\delta(P,A,q')=\bigvee_{q\in Q}[P(q)\cdot\delta(q,A,q')]$$

$$\delta:F(Q)\times F(\Sigma)\times F(Q)\to L$$

$$(P,A,S)\mapsto\delta(P,A,S)=\bigvee_{q,r\in Q}[P(q)\cdot\delta(q,A,r)\cdot S(r)]$$

当输入格值模糊字符串时,扩张的格值状态转移函数用δ^{**}表示,有:

$$\delta^{**}:Q\times F(\Sigma)^*\times Q\to L$$

$$(q,\wedge,q')\mapsto\delta^{**}(q,\wedge,q')=\begin{cases}e,\text{若 } q=q'\\0,\text{其他}\end{cases}$$

$$(q,\Phi A,q')\mapsto\delta^{**}(q,\Phi A,q')=\bigvee_{r\in Q}[\delta^{**}(q,\Phi,r)\cdot\delta(r,A,q')]$$

$$(q,A_1A_2\cdots A_n,q')\mapsto\delta^{**}(q,A_1A_2\cdots A_n,q')=\bigvee_{p_1,p_2,\cdots,p_{n-1}\in Q}[\delta(q,A_1,p_1)\cdot\delta(p_1,A_1,p_2)\cdot\cdots\cdot\delta(p_{n-1},A_n,q)]$$

$$\delta^{**}:F(Q)\times F(\Sigma)^*\times Q\rightarrow L$$

$$(P,\wedge,q')\mapsto\delta^{**}(P,\wedge,q')=P(q')$$

$$(P,\Phi A,q')\mapsto\delta^{**}(P,\Phi A,q')=\bigvee_{q\in Q}[\delta^{**}(P,\Phi,r)\cdot\delta(q,A,q')]$$

$$\delta^{**}:F(Q)\times F(\Sigma)^*\times F(Q)\rightarrow L$$

$$(P,\wedge,S)\mapsto\delta^{**}(P,\wedge,S)=\begin{cases}e,P=S\\0,\text{其他}\end{cases}$$

$$(P,\Phi A,S)\mapsto\delta^{**}(P,\Phi A,S)=\bigvee_{R\in F(Q)}[\delta^{**}(P,\Phi,R)\cdot\delta(R,A,S)]$$

定义 4（识别的语言）设$(L,\cdot,\vee)$为格半群,$M=(Q,\Sigma,\delta,q_0,F)$是一个标准 Mizumoto 格值有限自动机,对任意 $a_1a_2\cdots a_n\in\Sigma^*$,$A_1A_2\cdots A_n\in F(\Sigma)^*$,$M$ 识别的语言定义为:

$$L_M(a_1a_2\cdots a_n)=\bigvee_{q\in Q}[\delta^*(q_0,a_1a_2\cdots a_n,q)\cdot F(q)]$$

$$L_M(A_1A_2\cdots A_n)=\bigvee_{q\in Q}[\delta^*(q_0,A_1A_2\cdots A_n,q)\cdot F(q)]$$

引理 1 设 $M=(Q,\Sigma,\delta,q_0,F)$是一个标准 Mizumoto 格值有限自动机,则:

(1)$\delta=\delta^*\big|_{Q\times\Sigma\times Q}$;　(2)$\delta=\delta^{**}\big|_{Q\times F(\Sigma)\times Q}$;

(3)$\delta=\delta^{**}\big|_{F(Q)\times F(\Sigma)\times Q}$;(4)$\delta=\delta^{**}\big|_{F(Q)\times F(\Sigma)\times F(Q)}$。

证明 只需证明(1),其他类似。

$\delta^*(p,a,q)=\delta^*(p,\wedge a,q)=\bigvee_{r\in Q}[\delta^*(p,\wedge,r)\cdot\delta(r,a,q)]=e\cdot\delta(p,a,q)=\delta(p,a,q)$。证毕。 □

定理 2 设$(L,\cdot,\vee)$为可换格半群,$M=(Q,\Sigma,\delta,q_0,F)$是一个标准 Mizumoto 格值有限自动机,对任意 $p,q\in Q,P,S\in F(Q),A_1A_2\cdots A_n\in F(\Sigma)$,则:

(1)$\delta^{**}(q,A_1A_2\cdots A_n,q)=\bigvee_{a_1,a_2,\cdots,a_n\in\Sigma}[A_1(a_1)\cdot A_2(a_2)\cdot\cdots\cdot A_n(a_n)\cdot\delta^{**}(q,a_1a_2\cdots a_n,q)]$;

(2)$\delta^{**}(P,A_1A_2\cdots A_n,q)=\bigvee_{a_1,a_2,\cdots,a_n\in\Sigma,p\in Q}[P(p)\cdot A_1(a_1)\cdot A_2(a_2)\cdot\cdots\cdot A_n(a_n)\cdot\delta^{**}(q,a_1a_2\cdots a_n,q)]$;

(3)$\delta^{**}(P,A_1A_2\cdots A_n,S)=\bigvee_{a_1,a_2,\cdots,a_n\in\Sigma,p,q\in Q}[P(p)\cdot A_1(a_1)\cdot A_2(a_2)\cdot\cdots\cdot A_n(a_n)\cdot\delta^{**}(q,a_1a_2\cdots a_n,q)\cdot S(q)]$。

证明 (1)设$|A_1A_2\cdots A_n|=n$,对 n 作数学归纳。当 $n=0$ 时,$\delta^{**}(p,\wedge,q)=\delta^*(p,\wedge,q)$,命题成立。当 $n=1$ 时,由引理 1 和定义 3,$\delta^{**}(p,A,q)=\delta^*(p,A,q)=\bigvee_{a\in\Sigma}[A(a)\cdot\delta(p,a,q)]=\bigvee_{a\in\Sigma}[A(a)\cdot\delta^*(p,a,q)]$,命题成立。当 $n>1$ 时,假设$|A_1A_2\cdots A_{n-1}|=n-1$ 命题成立。则当$|A_1A_2\cdots A_{n-1}A_n|=n$ 时,由定义 3,$\delta^{**}(p,A_1A_2\cdots A_{n-1}A_n,q)=\bigvee_{r\in Q}[\delta^{**}(p,A_1A_2\cdots A_{n-1},r)\cdot\delta(r,A_n,q)]$,由归纳假设,$\delta^{**}(p,A_1A_2\cdots A_{n-1},r)=\bigvee_{a_1,a_2,\cdots,a_{n-1}\in\Sigma}[A_1(a_1)\cdot A_2(a_2)\cdot\cdots\cdot A_{n-1}(a_{n-1})\cdot\delta^*(q,a_1a_2\cdots a_{n-1},r)]$。又 $\delta(r,A_n,q)=\bigvee_{a_n\in\Sigma}[A_n(a_n)\cdot\delta(r,a_n,q)]$,故$\delta^{**}(p,A_1A_2\cdots A_n,q)=\bigvee_{r\in Q}\{\bigvee_{a_1,a_2,\cdots,a_n\in\Sigma}[A_1(a_1)\cdot A_2(a_2)\cdot\cdots\cdot A_{n-1}(a_{n-1})\cdot\delta^*(q,a_1a_2\cdots a_{n-1},r)]\cdot\bigvee_{a_n\in\Sigma}[A_n(a_n)\cdot\delta(r,a_n,q)]\}=\bigvee_{a_1,a_2,\cdots,a_n\in\Sigma}\{A_1(a_1)\cdot A_2(a_2)\cdot\cdots\cdot A_{n-1}(a_{n-1})\cdot A_n(a_n)\cdot\bigvee_{r\in Q}[\delta^*(p,a_1a_2\cdots a_{n-1},r)\cdot\delta(r,a_n,q)]\}=\bigvee_{a_1,a_2,\cdots,a_n\in\Sigma}[A_1(a_1)\cdot A_2(a_2)\cdot\cdots\cdot A_n(a_n)\cdot\delta^*(q,a_1a_2\cdots a_n,q)]$(因$(L,\cdot,\vee)$为可换格半群),故命题成立。(2)、(3)证明类似。 □

定理 3 设$(L,\cdot,\vee)$为可换格半群,$M=(Q,\Sigma,\delta,q_0,F)$是一个标准 Mizumoto 格值有限自动机,对任意 $A_1,A_2,\cdots,A_n\in F(\Sigma)$,则:

$L_M(A_1A_2\cdots A_n)=\bigvee_{a_1,a_2,\cdots,a_n\in\Sigma}[A_1(a_1)\cdot A_2(a_2)\cdot\cdots\cdot A_n(a_n)\cdot L_M(a_1a_2\cdots a_n)]$

证明 由定义4,只需证 $\bigvee_{a_1,a_2,\cdots,a_n\in\Sigma}[A_1(a_1)\cdot A_2(a_2)\cdot\cdots\cdot A_n(a_n)\cdot L_M(a_1a_2\cdots a_n)]=\bigvee_{q\in Q}[\delta^{**}(q_0,A_1A_2\cdots A_n,q)]$。因$(L,\cdot,\vee)$为可换格半群和定理2,这里有 $\bigvee_{a_1,a_2,\cdots,a_n\in\Sigma}[A_1(a_1)\cdot A_2(a_2)\cdot\cdots\cdot A_n(a_n)\cdot L_M(a_1a_2\cdots a_n)]=\bigvee_{a_1,a_2,\cdots,a_n\in\Sigma}\{A_1(a_1)\cdot A_2(a_2)\cdot\cdots\cdot A_n(a_n)\cdot\bigvee_{q\in Q}[\delta^{*}(q_0,a_1a_2\cdots a_n,q)\cdot F(q)]\}=\bigvee_{q\in Q}\{\bigvee_{a_1,a_2,\cdots,a_n\in\Sigma}[A_1(a_1)\cdot A_2(a_2)\cdot\cdots\cdot A_n(a_n)\cdot\delta^{*}(q_0,a_1a_2\cdots a_n,q)]\cdot F(q)\}=\bigvee_{q\in Q}[\delta^{**}(q_0,A_1A_2\cdots A_n,q)\cdot F(q)]=L_M(A_1A_2\cdots A_n)$命题成立。 □

以上两个定理分别通过格值状态转移函数和可识别的语言把输入格值模糊字符串转化成了输入字符串的形式。

4 基于格值模糊字符串的Mizumoto格值有限自动机的最小化

首先把扩张的Mizumoto格值有限自动机写成一般形式。

定义5(扩张Mizumoto格值有限自动机) 设$(L,\cdot,\vee)$为格半群,一个扩张的Mizumoto格值有限自动机是五元组$M=(Q,F(\Sigma),\delta,I,F)$,$Q$、$\Sigma$、$F$定义如前,$\delta:Q\times F(\Sigma)\times Q\to L$是格值状态转移函数;$I:Q\to L$是格值初始状态。

定义6 设$(L,\cdot,\vee)$为格半群,$M=(Q,F(\Sigma),\delta,I,F)$是一个扩张的Mizumoto格值有限自动机,它识别(接受)的格值语言定义为$L_M:F(\Sigma)^*\to L$,即$L_M(\Phi)=I\circ\delta(\Phi)\circ F$,对任意$\Phi\in F(\Sigma)^*$,若$\Phi=A_1A_2\cdots A_n$,则$\delta(\Phi)=\delta(A_1)\circ\delta(A_2)\circ\cdots\circ\delta(A_n)$。

算法1(等价算法) 设$(L,\cdot,\vee)$为有限格半群,$M=(Q,F(\Sigma),\delta,I,F)$是一个有$n$个状态的扩张Mizumoto格值有限自动机,给出了一个与M等价的标准扩张Mizumoto格值有限自动机$M=(S,F(\Sigma),\eta,s_0,E)$的算法:

步骤1 由$\delta(q_i,A,q_j)=\bigvee_{a\in\Sigma}[A(a)\cdot\delta(q_i,a,q_j)]$计算出$\delta(A)$;

步骤2 令$l=\{\delta(A)|A\in F(\Sigma)\}\cup\{I(q_i)|q_i\in Q\}$,其中$i=1,2,\cdots,n$;

步骤3 令$S=\{(a_1,a_2,\cdots,a_n)|a_i\in l\}$,其中$i=1,2,\cdots,n$;

步骤4 定义$\eta:S\times F(\Sigma)\to S$为$\eta((a_1,a_2,\cdots,a_n),A)=(b_1,b_2,\cdots,b_n)$,其中$b_i=\bigvee_{j=1}^{n}[a_j\cdot\delta(q_i,A,q_j)]$;

步骤5 令$s_0=(I(q_1),I(q_2),\cdots,I(q_n))$,$E\in L^S$即$E(a_1,a_2,\cdots,a_n)\bigvee_{i=1}^{n}[a_i\cdot F(q_i)]$。

定义7 设$N=(S,F(\Sigma),\eta,s_0,E)$是一个标准扩张Mizumoto格值有限自动机,它识别的格值语言定义为$L_N:F(\Sigma)^*\to L$,即$L_N(\Phi)=E(\eta(s_0,\Phi))$,对任意$\Phi\in F(\Sigma)^*$。

定理4 设$(L,\cdot,\vee)$为有限格半群,$M=(Q,F(\Sigma),\delta,I,F)$是扩张Mizumoto格值有限自动机,$N=(S,F(\Sigma),\eta,s_0,E)$是标准扩张Mizumoto格值有限自动机,$M$和$N$等价$(M\equiv N)\Leftrightarrow$对任意$\Phi\in F(\Sigma)^*$,$L_M(\Phi)=L_N(\Phi)$。

定理5 如上定义的标准扩张Mizumoto格值有限自动机$N=(S,F(\Sigma),\eta,s_0,E)$是与扩张Mizumoto格值有限自动机$M=(Q,F(\Sigma),\delta,I,F)$等价的很好定义。

证明 显然N是一个很好的定义,只需要证明$M\equiv N$。

对任意$\Phi\in F(\Sigma)^*$,$s=(a_1,a_2,\cdots,a_n)\in S$,有$\eta(s,\Phi)=s\circ\delta(\Phi)$,即对应的第$i$个分量$\eta(s,\Phi)_i=\bigvee_{j=1}^{n}[a_j\cdot\delta(q_i,A,q_j)]$。设$|\Phi|=n$,对$n$作数学归纳。

当$n=0$时,显然$\eta(s,\wedge)=s=s\circ\delta(\wedge)$。假设当$|\Phi|=n-1(n\geqslant1)$时结论成立,则当$|\Phi|=n$时,设$\Phi=$

UA, $U\in F(\Sigma)^*$和$|U|=n-1$,由假设$\eta(s,U)=s\circ\delta(U)$,则$\eta(s,\Phi)=\eta(s,UA)=\eta(\eta(S,U),A)=\eta(S,U)\circ\delta(A)=s\circ\delta(U)\circ\delta(A)=s\circ(\delta(U)\circ\delta(A))=s\circ\delta(UA)=s\circ\delta(\Phi)$。由定义6和7,对任意$\Phi\in F(\Sigma)^*$,$L_N(\Phi)=E(\eta(s_0,\Phi))=E(s_0\circ\delta(\Phi))=s_0\circ\delta(\Phi)\circ F=q_0\circ\delta(\Phi)\circ F=L_M(\Phi)$。□

定义8 设$N=(S,F(\Sigma),\eta,s_0,E)$是一个标准扩张 Mizumoto 格值有限自动机，对任意$s_i,s_j\in S$且$i\neq j$,s_i和s_j等价($s_i\equiv s_j$)⇔对任意$\Phi\in F(\Sigma)^*$,有$\eta(s_i,\Phi)=\eta(s_j,\Phi)$。若$s_i\equiv s_j$且$i<j$,记为$s_j\in[s_i]$。

定义9 称标准扩张 Mizumoto 格值有限自动机$N'=(S',F(\Sigma),\eta',s_0',E')$是最小化的,当且仅当任意与$N'$等价的标准扩张 Mizumoto 格值有限自动机$N=(S,F(\Sigma),\eta,s_0,E)$的状态集满足$|S'|\leqslant|S|$。

算法2（最小化算法）设$N'=(S',F(\Sigma),\eta',s_0',E')$是一个标准扩张 Mizumoto 格值有限自动机，令$S^a=\{\eta(s_0,\Phi)|\Phi\in F(\Sigma)^*\}$,若$S=S^a$,则称$N$为可达的。$S^a$中的元素称为可达状态,$S-S^a$中的元素称为不可达状态。最小化标准扩张 Mizumoto 格值有限自动机N'满足$L_{N'}=L_N$,可以通过如下方法构造。

步骤1 对S中的n个状态从s_0到s_{n-1}排序;

步骤2 由状态转移关系删除不可达状态;

步骤3 找出等价状态，进而构造最小化标准扩张 Mizumoto 格值有限自动机$N'=(S',F(\Sigma),\eta',s_0',E')$:$S'=\{[s_i]|s_i\in S\}$,$\eta'([s_i],A)=[\eta(s_i,A)]$,$s_0'=[s_0]$,$E'([s_i])=E(s_i)$。

定理6 如上构造的标准扩张 Mizumoto 格值有限自动机N'是与N等价的最小化自动机。

证明 只需证明$N'\equiv N$且N'是最小化的。对任意$\Phi\in F(\Sigma)^*$,$L_{N'}(\Phi)=E'(\eta'(s_0',\Phi))=E'(\eta'([s_0'],\Phi))=E'([\eta'(s_0',\Phi)])=E(\eta(s_0,\Phi))=L_N(\Phi)$,即$N'\equiv N$。现在假设存在一个标准扩张 Mizumoto 格值有限自动机$N''=(S'',F(\Sigma),\eta'',s_0'',E'')$使得$N''\equiv N$且$|S''|<|S'|$,存在$s_i',s_j'\in S'$且$i<j$使得$s_i\equiv s_j$且$s_i'\neq s_j'$，即对任意$\Phi\in F(\Sigma)^*$,$\eta'(s_i',\Phi)=\eta'(s_j',\Phi)$。令$s_i'=[s_i]$,$s_j'=[s_j]$且$s_i,s_j\in S$,有$\eta'([s_i],\Phi)=\eta'([s_j],\Phi)$,即$[\eta(s_i,\Phi)]=[\eta(s_j,\Phi)]$。因此对任意$\Phi\in F(\Sigma)^*$,$\eta(s_i,\Phi)=\eta(s_j,\Phi)$。即$s_i\equiv s_j$,则$s_i=s_j$。得到矛盾,故$N'$是最小化的。□

例1 设$M=(Q,F(\Sigma),\delta,I,F)$是一个扩张的 Mizumoto 格值有限自动机，其中$Q=\{q_1,q_2\}$，$\Sigma=\{0,1\}$,$L=(\{0,0.3,1\},\wedge,\vee)$,$I=0.3/q_1+1/q_2$,$F=1/q_1+0.3/q_2$且$\delta(q_1,0,q_1)=1$,$\delta(q_1,0,q_2)=0.3$,$\delta(q_2,0,q_1)=0$,$\delta(q_2,0,q_2)=1$,$\delta(q_1,1,q_1)=0.3$,$\delta(q_1,1,q_2)=0$,$\delta(q_2,1,q_1)=0$,$\delta(q_2,1,q_2)=1$。

输入格值模糊字符串为$A_1=0.3/0+1/1$,$A_2=1/0+0.3/1$,得到:

$$\delta(q_1,A_1,q_1)=0.3,\delta(q_1,A_1,q_2)=0.3,\delta(q_2,A_1,q_1)=0,\delta(q_2,A_1,q_2)=1,\delta(q_1,A_2,q_1)=1,\delta(q_1,A_2,q_2)=0.3,\delta(q_2,A_2,q_1)=0,\delta(q_2,A_2,q_2)=1$$

于是构造出与之等价的标准扩张 Mizumoto 格值有限自动机$N=(S,F(\Sigma),\eta,s_0,E)$:

$$S=\{s_1,s_2,s_3,s_4,s_5,s_6,s_7,s_8,s_9\}$$

其中:$s_1=(0,0)$,$s_2=(0,0.3)$,$s_3=(0,1)$,$s_4=(0.3,0)$,$s_5=(0.3,0.3)$,$s_6=(0.3,1)$,$s_7=(1,0)$,$s_8=(1,0.3)$,$s_9=(1,1)$;$s_0=s_6$。

$\eta:S\times F(\Sigma)\to S$如下:

$$\eta(s_1,A_1)=s_1,\eta(s_1,A_2)=s_1,\eta(s_2,A_1)=s_2$$
$$\eta(s_2,A_2)=s_2,\eta(s_3,A_1)=s_3,\eta(s_3,A_2)=s_3$$
$$\eta(s_4,A_1)=s_5,\eta(s_4,A_2)=s_5,\eta(s_5,A_1)=s_5$$
$$\eta(s_5,A_2)=s_5,\eta(s_6,A_1)=s_6,\eta(s_6,A_2)=s_5$$
$$\eta(s_7,A_1)=s_5,\eta(s_7,A_2)=s_8,\eta(s_8,A_1)=s_5$$
$$\eta(s_8,A_2)=s_8,\eta(s_9,A_1)=s_5,\eta(s_9,A_2)=s_9$$
$$E=0/s_1+0.3/s_2+0.3/s_3+0.3/s_4+0.3/s_5+0.3/s_6+1/s_7+1/s_8+1/s_9$$

故得到可达状态集$\{s_0,s_5\}$。由算法2,得到最小化标准

扩张 Mizumoto 格值有限自动机 $N'=(S',F(\Sigma),\eta',s_0',E')$,其中 $S'=\{s_0,s_5\}$,$F(\Sigma)=\{A_1,A_2\}$,$s_0'=\{s_0\}$,$E'=0.3/s_0+0.3/s_5$,且 $\eta'(s_0,A_1)=s_0$,$\eta'(s_0,A_2)=s_5$,$\eta'(s_5,A_1)=s_5$,$\eta'(s_5,A_2)=s_5$。

5 结束语

本文对基于模糊字符串的 Mizumoto 格值有限自动机作了详细地讨论,进一步完善了无输出字符功能的模糊自动机理论。给出了两个算法:算法 1 建立了扩张的 Mizumoto 格值有限自动机与标准扩张 Mizumoto 格值有限自动机的等价性;算法 2 得到了最小化的标准扩张 Mizumoto 格值有限自动机。举例说明了该算法的有效性,具有较好的理论价值和现实意义。

参考文献:

[1] Zadeh L A. Fuzzy sets[J]. Inform Control, 1965(8):338-353.

[2] Wee W G. On generalizations of adaptive algorithm and application of the fuzzy sets concept to pattern classification[D]. Purdue University, 1967.

[3] Li Y M, Pedrycz W. Fuzzy finite automata and fuzzy regular expressions with membership values in lattice-ordered monoids[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2005,156:68-92.

[4] Ying M S.A formal model of computing with words[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2002(10):642-652.

[5] Lee H S. Minimizing fuzzy finite automata[C]//9th IEEE International Conf on Fuzzy Systems, May 2000.

WANG Yang was born in 1983. She is a M.S. candidate at Sichuan Normal University. Her research interests include automata and fuzzy system.

汪洋(1983-),女,四川广安人,四川师范大学硕士研究生,主要研究领域为自动机与模糊系统。

YANG Qiong was born in 1982. She is a M.S. candidate at Sichuan Normal University. Her research interests include algorithm design and emulation.

杨琼(1982-),女,四川资中人,四川师范大学硕士研究生,主要研究领域为算法设计与仿真。