

第 I 种非对称两态叠加多模光场的 N 次方 H 奇数压缩

韩小卫¹, 曹大刚², 田来科³, 赵佩³

(1. 渭南师范学院 量子光学与光子学研究室, 陕西 渭南 714000; 2 西北大学 学报编辑部; 3 西北大学 物理学系, 陕西 西安 710069)

摘要: 研究了态 $|\Psi_I^{(ab)}\rangle_q$ 的等幂次 N 次方 H 压缩特性. 结果发现: 当腔模总数 q 与压缩幂次数 N 两者之积为奇数时, 态 $|\Psi_I^{(ab)}\rangle_q$ 的第一或第二正交分量在一定条件下总可分别呈现出周期性变化的奇数模 - 奇次幂的 N 次方 H 压缩效应.

关键词: 多模叠加态光场; 压缩效应; 奇数模-奇数次幂的 N 次方 H 压缩;

中图分类号: O 431. 2 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-274 X (2002) 05-0486-03

近年来, 人们分别研究了各种对称两态叠加多模叠加态光场^[1-6] 的广义非线性 N 次方 Y 压缩和 N 次方 H 压缩特性, 并从理论上揭示出了“相似压缩”、“相反压缩”、“压缩简并”等一系列重要而有趣的新现象. 本文详细研究了态 $|\Psi_I^{(ab)}\rangle_q$ 的广义非线性奇数模 - 奇数次幂的 N 次方 H 压缩特性.

有关多模辐射场的广义非线性等幂次 N 次方 H 压缩的定义, 并利用本文的式(1~4), 经大量的繁复计算可得态 $|\Psi_I^{(ab)}\rangle_q$ 的等次幂 N 次方 H 压缩的一般理论结果如下:

1 态 $|\Psi_I^{(ab)}\rangle_q$ 的基本结构

第 I 种非对称两态叠加多模叠加态光场 $|\Psi_I^{(ab)}\rangle_q$ 的数学表式如下

$$|\Psi_I^{(ab)}\rangle_q = C_{nq}^{(aR)} \left\{ \left[-Z_j^{(a)*} \right]_q + C_{pq}^{(bI)} \left[\{iZ_j^{(b)*}\}_\infty \right] \right\} \quad (1)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} Z_j^{(a)} &= R_j^{(a)} \exp(i\Psi_j^{(a)}) \\ Z_j^{(b)} &= R_j^{(b)} \exp(i\Psi_j^{(b)}) \end{aligned} \right\}, j = 1, 2, 3, \dots, q \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned} C_{nq}^{(aR)} &= r_{nq}^{(aR)} \exp(i\theta_{nq}^{(aR)}) \\ C_{pq}^{(bI)} &= r_{pq}^{(bI)} \exp(i\theta_{pq}^{(bI)}) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

2 一般理论结果

对于态 $|\Psi_I^{(ab)}\rangle_q$ 而言, 根据文献[1, 2] 所提出的

$$\begin{aligned} W_1 = & 4 \Delta H^2 (N)_q - [B_q(N), B_q^+(N)] = \\ & 2 \left\{ r_{nq}^{(aR)2} \prod_{j=1}^q R_j^{(a)2N} + r_{pq}^{(bI)2} \prod_{j=1}^q R_j^{(b)2N} + \right. \\ & r_{nq}^{(aR)2} \cos[2N \prod_{j=1}^q \Psi_j^{(a)}] \prod_{j=1}^q R_j^{(a)2N} + \\ & (-1)^{qN} r_{pq}^{(bI)2} \cos[2N \prod_{j=1}^q \Psi_j^{(b)}] \prod_{j=1}^q R_j^{(b)2N} + \\ & r_{nq}^{(aR)} r_{pq}^{(bI)} \exp \left\{ \prod_{j=1}^q \left[-\frac{1}{2} (R_j^{(a)2} + R_j^{(b)2}) + \right. \right. \\ & \left. \left. R_j^{(a)} R_j^{(b)} \sin(\Psi_j^{(a)} - \Psi_j^{(b)}) \right] \right\} \{ 2 \cos\{\theta_{pq}^{(bI)} - \theta_{nq}^{(aR)}\} - \\ & \prod_{j=1}^q [R_j^{(a)} R_j^{(b)} \cos(\Psi_j^{(a)} - \Psi_j^{(b)})] + \\ & N \left(\prod_{j=1}^q \Psi_j^{(a)} - \prod_{j=1}^q \Psi_j^{(b)} - \frac{qN\pi}{2} \right) \cdot \\ & \prod_{j=1}^q R_j^{(a)N} R_j^{(b)N} + \cos\{\theta_{pq}^{(bI)} - \theta_{nq}^{(aR)}\} - \\ & \prod_{j=1}^q [R_j^{(a)} R_j^{(b)} \cos(\Psi_j^{(a)} - \Psi_j^{(b)})] + \\ & 2N \prod_{j=1}^q \Psi_j^{(a)} \prod_{j=1}^q R_j^{(a)2N} + (-1)^{qN} \cdot \end{aligned}$$

收稿日期: 2001-12-21

基金项目: 陕西省自然科学基金(批准号: 2000SL 10); 陕西省教委专项科研基金资助项目(批准号: 99JK091).

作者简介: 韩小卫(1968-), 男, 陕西渭南人, 渭南师范学院讲师, 西北大学硕士生, 从事量子光学研究.



$$\begin{aligned}
 & \cos\{(\Theta_{pq}^{(bl)} - \Theta_{pq}^{(aR)}) - \prod_{j=1}^q [R_j^{(a)} R_j^{(b)}] \cdot \\
 & \cos(\Theta^{(a)} - \Theta^{(b)}) - 2N \prod_{j=1}^q \Psi_j^{(b)}\} R_j^{(b)2N} \\
 & \cos\{(\Theta_{pq}^{(bl)} - \Theta_{pq}^{(aR)}) - \prod_{j=1}^q [R_j^{(a)} R_j^{(b)}] \cdot \\
 & \cos(\Theta^{(a)} - \Theta^{(b)}) - 2N \prod_{j=1}^q \Psi_j^{(b)}\} R_j^{(b)2N} - \\
 & 2\{(-1)^{qN} r_{nq}^{(aR)2} \cos(N \prod_{j=1}^q \Psi_j^{(a)}) R_j^{(a)N} + \\
 & r_{pq}^{(bl)2} \cos(N \prod_{j=1}^q \Psi_j^{(b)} - \frac{qN\pi}{2}) \cdot R_j^{(b)N} + \\
 & r_{nq}^{(aR)} r_{nq}^{(bl)} \exp\{ \prod_{j=1}^q [-\frac{1}{2}(R_j^{(a)2} + R_j^{(b)2}) + \\
 & R_j^{(a)} R_j^{(b)} \sin(\Psi_j^{(a)} \Psi_j^{(b)})]\} \{(-1)^{qN} \cos\{(\Theta_{pq}^{(bl)} - \\
 & \Theta_{pq}^{(aR)}) - \prod_{j=1}^q [R_j^{(a)} R_j^{(b)}] \cos(\Psi_j^{(a)} - \Psi_j^{(b)}) + \\
 & N \prod_{j=1}^q \Psi_j^{(a)}\} R_j^{(a)N} + \cos\{(\Theta_{pq}^{(bl)} - \\
 & \Theta_{pq}^{(aR)}) - \prod_{j=1}^q [R_j^{(a)} R_j^{(b)}] \cos(\Psi_j^{(a)} - \Psi_j^{(b)}) - \\
 & N \prod_{j=1}^q \Psi_j^{(b)} + \frac{qN\pi}{2}\} R_j^{(b)N}\} \}^2 \} \quad (4) \\
 W_2 = & 4 \Delta H \frac{2}{2} (N)_q - [B_q(N), B_q^+(N)] = \\
 & 2\{r_{nq}^{(aR)2} R_j^{(a)2N} + r_{pq}^{(bl)2} R_j^{(b)2N} - \\
 & r_{nq}^{(aR)2} \cos[2N \prod_{j=1}^q \Psi_j^{(a)}] R_j^{(a)2N} + \\
 & (-1)^{qN} r_{pq}^{(bl)2} \cos[2N \prod_{j=1}^q \Psi_j^{(b)}] R_j^{(b)2N} + \\
 & r_{nq}^{(aR)} r_{pq}^{(bl)} \exp\{ \prod_{j=1}^q [-\frac{1}{2}(R_j^{(a)2} + R_j^{(b)2}) + \\
 & R_j^{(a)} R_j^{(b)} \sin(\Psi_j^{(a)} - \Psi_j^{(b)})]\} \{2\cos\{(\Theta_{pq}^{(bl)} - \Theta_{pq}^{(aR)}) - \\
 & \prod_{j=1}^q [R_j^{(a)} R_j^{(b)}] \cos(\Psi_j^{(a)} - \Psi_j^{(b)}) + \\
 & N \prod_{j=1}^q \Psi_j^{(a)} - \prod_{j=1}^q \Psi_j^{(b)} - \frac{qN\pi}{2}\} R_j^{(a)N} R_j^{(a)N} - \\
 & \cos\{(\Theta_{pq}^{(bl)} - \Theta_{pq}^{(aR)}) - \prod_{j=1}^q [R_j^{(a)} R_j^{(b)}] \cdot \\
 & \cos(\Psi_j^{(a)} - \Psi_j^{(b)})\} + 2N \prod_{j=1}^q \Psi_j^{(a)}\} R_j^{(a)2N} - \\
 & (-1)^{qN} \cos\{(\Theta_{pq}^{(bl)} - \Theta_{pq}^{(aR)}) - \prod_{j=1}^q [R_j^{(a)} R_j^{(b)}] \cdot \\
 & \cos(\Psi_j^{(a)} - \Psi_j^{(b)})\} - 2N \prod_{j=1}^q \Psi_j^{(a)}\} R_j^{(b)2N} - \\
 & 2\{(-1)^{qN} r_{nq}^{(aR)2} \sin(N \prod_{j=1}^q \Psi_j^{(a)}) R_j^{(a)N} + r_{pq}^{(bl)2} \cdot
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \sin(N \prod_{j=1}^q \Psi_j^{(b)} - \frac{qN\pi}{2}) R_j^{(b)N} + \\
 & r_{nq}^{(aR)} r_{nq}^{(bl)} \exp\{ \prod_{j=1}^q [-\frac{1}{2}(R_j^{(a)2} + R_j^{(b)2}) + \\
 & R_j^{(a)} R_j^{(b)} \sin(\Psi_j^{(a)} - \Psi_j^{(b)})]\} \cdot \\
 & \{(-1)^{qN} \sin\{(\Theta_{pq}^{(bl)} - \Theta_{pq}^{(aR)}) - \prod_{j=1}^q [R_j^{(a)} R_j^{(b)}] \cdot \\
 & \cos(\Psi_j^{(a)} - \Psi_j^{(b)}) + N \prod_{j=1}^q \Psi_j^{(a)}\} R_j^{(a)N} - \\
 & \sin\{(\Theta_{pq}^{(bl)} - \Theta_{pq}^{(aR)}) - \prod_{j=1}^q [R_j^{(a)} R_j^{(b)}] \cdot \\
 & \cos(\Psi_j^{(a)} - \Psi_j^{(b)})\} - N \prod_{j=1}^q \Psi_j^{(b)} + \\
 & \frac{qN\pi}{2}\} R_j^{(b)N}\} \}^2 \} \quad (5)
 \end{aligned}$$

3 qN 两者之积取奇数的情形

3.1 qN = 4m + 1 (m = 1, 2, 3, ...) 的情况

3.1.1 第一正交分量的压缩情况 若各模的初始相位之和分别满足条件

$$\left. \begin{aligned}
 & \frac{4m+1}{q} \prod_{j=1}^q \Psi_j^{(a)} = \pm K_j^{(a)} \pi + \pi/2 \\
 & \frac{4m+1}{q} \prod_{j=1}^q \Psi_j^{(b)} = \pm K_j^{(b)} \pi
 \end{aligned} \right\}, \quad (6)$$

$K_j^{(a)}, K_j^{(b)} = 0, 1, 2, \dots$

1) 当 $K_j^{(a)}$ 与 $K_j^{(b)}$ 取偶数或者取奇数时,

如果 $\prod_{j=1}^q R_j^{(a)(4m+1)/q} \prod_{j=1}^q R_j^{(b)(4m+1)/q}$, 并且态间的初始相位差以及各单模相干态光场的光子干涉项

之和满足条件 $\{(\Theta_{pq}^{(bl)} - \Theta_{pq}^{(aR)}) - \prod_{j=1}^q [R_j^{(a)} R_j^{(b)}] \cos(\Psi_j^{(a)} - \Psi_j^{(b)})\} [\pm 2K\pi - \pi/2, \pm 2K\pi + \pi/2]$, ($k = 0, 1, 2, \dots$) 时, 式(4), 式(5)可化为: $W_1 < 0; W_2 > 0$.

2) 当 $K_j^{(a)}$ 与 $K_j^{(b)}$ 这两者中一个取偶数另一个取奇数时, 并且态间的初始相位差以及各单模相干态光场的光子干涉项之和满足条件 $\{(\Theta_{pq}^{(bl)} - \Theta_{pq}^{(aR)}) - \prod_{j=1}^q [R_j^{(a)} R_j^{(b)}] \cos(\Psi_j^{(a)} - \Psi_j^{(b)})\} [\pm 2K\pi - \pi/2, \pm 2K\pi + \pi/2]$ ($K = 0, 1, 2, \dots$) 时, 式(4), 式(5)可化为: $W_1 < 0; W_2 > 0$.

这表明: 在上述条件下, 态 $|\Psi_j^{(ab)}\rangle_q$ 的第一正交分量总可呈现出周期性变化的奇数模 - 奇次幂的 N 次方 H 压缩效应。

3.1.2 第二正交分量的压缩情况 若各模的初始

相位之和分别满足条件

$$\left. \begin{aligned} \frac{4m+1}{q} \sum_{j=1}^q \psi_j^{(a)} &= \pm K_j^{(a)} \pi \\ \frac{4m+1}{q} \sum_{j=1}^q \psi_j^{(b)} &= \pm K_j^{(b)} \pi + \pi/2 \\ K_j^{(a)}, K_j^{(b)} &= 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \right\},$$

则态 $|\Psi_I^{(ab)}\rangle_q$ 的第二正交分量在一定条件下呈现奇数模 - 奇次幂的 N 次方 H 压缩效应。

3.2 $qN = 4m + 3$ ($m = 1, 2, 3, \dots$) 的情况

若各模的初始相位之和分别满足条件

$$\left. \begin{aligned} \frac{4m+3}{q} \sum_{j=1}^q \psi_j^{(a)} &= \pm K_j^{(a)} \pi + \pi/2 \\ \frac{4m+3}{q} \sum_{j=1}^q \psi_j^{(b)} &= \pm K_j^{(b)} \pi \\ \frac{4m+3}{q} \sum_{j=1}^q \psi_j^{(a)} &= \pm K_j^{(a)} \pi \\ \frac{4m+3}{q} \sum_{j=1}^q \psi_j^{(b)} &= \pm K_j^{(b)} \pi + \pi/2 \end{aligned} \right\}, \text{或}$$

参考文献:

[1] 杨志勇, 侯 洵 一种双模叠加态的两种非线性高阶压缩特性研究[J] 光子学报, 1998, 27(4): 289-299
 [2] 侯 洵, 杨志勇 第 I 类两态叠加多模叠加态光场高阶压缩特性研究[J] 光子学报, 1998, 27(10) : 865-878
 [3] 杨志勇, 侯 洵 第 II 类两态叠加多模叠加态光场高阶压缩特性研究[J] 光子学报, 1998, 27(11): 961-974
 [4] 韩小卫, 杨志勇, 侯 洵, 等 第 I 类两态叠加多模叠加态光场的 N_j 次方 Y 压缩[J] 西北大学学报(自然科学版), 2001, 31(131): 19-22

(编 辑 徐象平)

A study on the properties of equal-power N -th power odd number H-squeezing in the first kind of asymmetrical multimode light field with the superposition of two quantum states

HAN Xiao-wei¹, CAO Da-gang², TIAN Lai-ke³, ZHAO Pei³

(1. Research Section of Quantum Optics & Photonics Weinan Normal College, Weinan 714000, China; The Editorial Office of The Journal, Northwest University; 3 Department of Physics, Northwest University, Xi'an 710069, China)

Abstract: The properties of equal-power N -th power H-squeezing of state $|\Psi_I^{(ab)}\rangle_q$ is studied in detail. It is found that if the products of squeezed power number N and cavity mode number q is an odd number, under some certain conditions the state $|\Psi_I^{(ab)}\rangle_q$ can display the odd-number mode-odd-number-power equal-power N -th power H-squeezing that changes periodically.

Key words: Multimode superposition state light field; squeezing effects; odd-number mode-odd-number-power equal-power N -th power H-squeezing

$$K_j^{(a)}, K_j^{(b)} = 0, 1, 2, \dots$$

态 $|\Psi_I^{(ab)}\rangle_q$ 的第一或第二正交分量总可呈现出周期性变化的奇数模 - 奇次幂的 N 次方 H 压缩效应。

4 结 论

1) 在腔模总数 q 与压缩幂次数 N 这两者之积 qN 为奇数的条件下, 态 $|\Psi_I^{(ab)}\rangle_q$ 的第一或者第二正交分量在一定条件下总可呈现出周期变化的奇数模 - 奇次幂的 N 次方 H 压缩效应。

2) 态 $|\Psi_I^{(ab)}\rangle_q$ 的第一及第二这两个正交分量的奇次幂 N 次方 H 压缩效应, 总是呈现出周期性变化的互补关系; 各不同幂次的 N 次方 H 压缩效应, 既相互独立, 又可同时存在。