细纱短片段不匀的谱分析

潘维栋　　　　施国生
(华东纺织工学院)　(浙江丝绸工学院)

【提要】 本文介绍了利用Uster仪测得的波谱图评定细纱短片段不匀的方法。作者由波谱图建立细纱样本观察值向量，运用Fisher线性判别分析法，得到评定细纱不匀的判别函数。判别分析法评定细纱不匀的结果与目光检验法基本上有对应一致的关系。

目前，我国评定细纱短片段不匀都采用目光检验法，这种方法受人的主观因素影响大。用Uster均匀度测试仪测量细纱短片段不匀，能克服目光检验法的缺点，但根据Uster仪测得的CV值评定不匀的结果，与目光检验法的结果存在不严格一致对应的问题。

我们知道随机纱条线密度是一个平稳过程[1]。由平稳过程理论，均值和谱函数完整地给出了过程的统计特征。用Uster仪对同一支数细纱进行测量时，波谱图能比较完整地反映细纱不匀统计特征。在波谱图中，CV值只不过反映了它的一个属性，可用下式表示：

$$\sigma^2=\int_0^\infty X(\lambda)d\lambda \qquad (1)$$

其中 $X(\lambda)$ 为细纱线密度的波谱密度函数。

而波谱图中每一波道振幅的差异都反映不同的过程特征。这种性质表示为：

$$\sigma^2(\lambda_1,\lambda_2)=\int_{\lambda_1}^{\lambda_2}X(\lambda)d\lambda \qquad (2)$$

上式在讨论细纱不匀时是尤为重要的，因为纺纱各工序对细纱不匀的影响反映在波谱图中的位置各不相同。

为了充分利用细纱波谱图所提供的统计信息，在分析细纱短片段不匀时，我们选择对细纱不匀有不同影响的各波段，把波谱图进行适当分割，将所得到的各波段不匀成分的比值连同CV值一起建立能比较深刻认识细纱不匀的统计量，进而有可能作为评定细纱不匀级别的依据。

一、随机样本观察值向量$\vec{X}$的建立

我们用Uster仪测得的谱建立评定细纱不匀的样本观察值，为了能与目光检验法比较，试样长度取50米。使用仪器是UsterI型，试验条件为50米/分，测试一分钟。这时得到的谱的有效范围是1～90厘米[2]。对具有明显"烟囱"形状的波谱图结论已明确，在此不讨论了。

影响细纱短片段不匀的因素按工序可分两大类：第一类是细纱机主牵伸区产生的，第二类是细纱机主牵伸区之前的工序所产生的。为了突出这两类因素，经过对两批细纱试验，把波谱图有效范围内的33个波道分割为四段。按波长从小到大顺序，把1～7波道划为第一波段，对应波长约为1～3厘米；8～17波道为第二波段，波长约3～10厘米；18～21波道为第三波段，波长约10～18厘米；22～33波道为第四波段，波长约18～90厘米。根据各波段谱的面积，分别算出各自占整个有效范围面积的百分比。这样就可建立样本观察值$\vec{X}$，它是一个四维向量$\vec{X}'=(x^{(1)}、x^{(2)}、x^{(3)}、x^{(4)})$，其中$x^{(1)}$是CV值，$x^{(2)}$、$x^{(3)}$和$x^{(4)}$分别是波谱图四个波段中任意三个的百分比，因为四个波段百分比之和为100%。在以下分析中，均取第一、二、四波段的百分比作为$x^{(2)}$、$x^{(3)}$和$x^{(4)}$。

二、用Fisher线性判别分析法评定细纱短片段不匀

我们把主要由上述第一类原因而造成短

片段不匀的那种细纱称为 A 总体，而对由另一原因造成不匀的细纱称为 B 总体。运用 Fisher 线性判别分析法对细纱样本观察值 $\vec{X}$ 进行分类来评定不匀的级别，这一过程分两个阶段进行。第一阶段把个体 $\vec{X}$ 归于 A 总体或 B 总体。第二阶段若 $\vec{X}$ 属于 A 总体就用 A 总体的线性判别式来评级，否则就用 B 总体的线性判别式评级。

1．用 Fisher 线性判别分析法对样本不匀进行分类

我们对上海嘉丰棉纺织厂 20 支(英制，下同)细纱和上海第五棉纺厂 21 支细纱的两批试样进行 Uster 仪测试，运用 Fisher 线性判别分析法对测得数据分类，两批试样所得结果相同。本文仅以嘉丰厂 20 支细纱样本的实验数据为例，说明根据 $\vec{X}$ 确定细纱不匀级别的方法。

判别前，先用 Uster 仪测得的 CV 值和波谱图，对样本建立观察值 $\vec{X}$，并用目光检验法评级。判别过程第一阶段根据识别波谱图的实践经验来区分，细纱样本容量为73，分组结果，甲组容量为 31，看作来自 A 总体，乙组容量为42，看作来自 B 总体。

甲组样本观察值 $\vec{X}$ 和目光检验列于表1。乙组样本观察值 $\vec{X}$ 和目光检验列于表 2。

对样本进行 Fisher 线性判别分析的目的是找判别函数，把样本中三个不匀级别分开。

在甲组样本中，设

$$\vec{X}_{gk}=\begin{pmatrix}x_{gk}^{(1)}\\x_{gk}^{(2)}\\x_{gk}^{(3)}\\x_{gk}^{(4)}\end{pmatrix}\quad\begin{array}{l}g=1,2,3;\ k=1,2,\cdots,m_g;\\m_1=14,\ m_2=12,\ m_3=5;\\m_1+m_2+m_3=31;\end{array}$$

$\vec{X}_{gk}$ 表示第 g 类中第 k 个个体，其四个分量的意义与前相同。

选择适当投影方向 $\vec{f}$，对 $\vec{X}_{gk}$ 进行投影，即作线性变换：

$$z_{gk}=(f_1,f_2,f_3,f_4)\begin{pmatrix}x_{gk}^{(1)}\\x_{gk}^{(2)}\\x_{gk}^{(3)}\\x_{gk}^{(4)}\end{pmatrix}=\vec{f}'\cdot\vec{X}_{gk}\qquad(3)$$

通过计算得到甲组样本的线性判别式：

$$z=0.24393x^{(1)}+0.05298x^{(2)}+0.37789x^{(3)}+0.10777x^{(4)}\qquad(4)$$

由(4)式计算各个体的 z_{gk}，进行分类，结果也列于表 1 的判别分级 Ⅰ。两类之间的临界值取类平均投影值之平均。

上面对 A 总体中三个不匀级别建立一个判别式进行分级，这样会损失一些判别能力[3]，但在实际使用时就会简便得多。

可以对 A 总体建立两个线性判别式，其结果区分一级中与一级下的线性判别式为：

$$z=0.32645x^{(1)}+0.00184x^{(2)}+0.45837x^{(3)}+0.02410x^{(4)}\qquad(5)$$

区分一级下与二级的线性判别式为：

$$z=0.21789x^{(1)}+0.00920x^{(2)}+0.57346x^{(3)}+0.20551x^{(4)}\qquad(6)$$

按(5)、(6)式判别的结果列于表 1 的判别分级Ⅱ。

从表 1 判别分级结果看出，无论用一个判别式还是用两个判别式，其结果与目光检验结果基本上有对应一致的关系。

对乙组样本进行 Fisher 线性判别分析，得到线性判别式：

$$z=0.37204x^{(1)}+0.13474x^{(2)}+0.04236x^{(3)}+0.28007x^{(4)}\qquad(7)$$

乙组样本判别分级结果列于表 2。

同样，对 B 总体也可建立两个线性判别式，计算结果区分一级中与一级下的判别式为：

$$z=0.40191x^{(1)}+0.06491x^{(2)}-0.08796x^{(3)}+0.16804x^{(4)}\qquad(8)$$

区分一级下与二级的判别式为：

$$z=0.40373x^{(1)}+0.20462x^{(2)}+0.10991x^{(3)}+0.36182x^{(4)}\qquad(9)$$

用(8)、(9)式判别与(7)式判别结果完

表 1　甲组样本观察值和目光检验

目光评级	样本号 \ 变量	$x_{gk}^{(1)}$	$x_{gk}^{(2)}$	$x_{gk}^{(3)}$	$x_{gk}^{(4)}$	z_{gk}	判别分级 I	判别分级 II
一级中 $g=1$	1	19.37	13.64	46.93	26.84	26.07	中	中
	2	19.61	13.22	36.84	26.97	26.09	中	中
	3	20.06	13.15	47.00	26.31	26.19	中	中
	4	20.13	12.92	47.63	26.47	26.45	中	中
	5	19.49	13.35	47.33	27.32	26.29	中	中
	6	20.36	12.87	47.30	27.13	26.45	中	中
	7	19.91	13.25	47.50	26.61	26.38	中	中
	8	19.96	12.96	47.25	27.41	26.36	中	中
	9	19.75	12.93	47.90	26.92	26.50	中	中
	10	19.62	13.24	47.16	25.85	26.09	中	中
	11	19.48	12.97	47.26	26.78	26.18	中	中
	12	19.46	13.52	47.50	27.31	26.40	中	中
	13	19.98	13.56	47.27	26.58	26.32	中	中
	14	20.65	13.55	48.09	24.95	26.62	下	下
	均值	19.86	13.22	47.36	26.68	26.31		
	临界值	$z_{12}^*=26.52$						
一级下 $g=2$	1	20.06	12.73	48.23	26.85	26.69	下	下
	2	22.23	13.53	47.49	27.42	27.04	二	下
	3	20.69	13.50	47.71	25.13	26.50	中	下
	4	20.36	13.28	48.08	26.23	26.67	下	下
	5	22.27	13.07	47.22	26.40	26.81	下	下
	6	20.71	13.76	48.14	24.77	26.64	下	下
	7	20.14	13.77	48.50	25.80	26.75	下	下
	8	22.16	13.00	47.19	27.25	26.86	下	下
	9	20.49	12.74	48.16	26.02	26.68	下	下
	10	21.07	13.01	47.22	27.40	26.63	下	下
	11	21.49	13.27	47.91	25.34	26.78	下	下
	12	20.20	13.17	48.08	26.19	26.62	下	下
	均值	20.99	13.24	47.83	26.24	26.72		
	临界值	$z_{23}^*=27.01$						
二级 $g=3$	1	22.92	11.68	50.36	24.29	27.86	二	二
	2	21.88	11.31	48.88	26.43	27.26	二	二
	3	21.45	13.22	48.76	26.23	27.19	二	二
	4	21.68	13.02	48.16	27.41	27.13	二	二
	5	21.77	12.83	48.39	25.74	27.05	二	二
	均值	21.94	12.41	48.91	26.02	27.30		

全一致。

从表 1 和表 2 中可以看出，用 Fisher线性判别分析法判别结果与目光检验结果基本上有对应一致的关系。

2．把新样本向量归于 A、B 两总体之一

要对新的样本观察值进行评级，首先要解决的是将它归于A 总体，还是 B 总体。讨论这个问题的前提是要假设 H_0：$\Sigma_A=\Sigma_B$ 成立。Σ_A 和 Σ_B 分别是 A 和 B 总体的协方差矩阵。H_0 的假设检验将在下节进行。

设新的样本观察值为 $\overline{X}$，由于总体的参数是估计的，因此判别函数为[4] $X'S^{-1}(\overline{X}^{(A)}-\overline{X}^{(B)})$，$\overline{X}^{(A)}$和 $\overline{X}^{(B)}$分别是 A 总体和 B 总体的样本平均值向量，S^{-1} 是样本协方差矩

表 2 乙组样本观察值和目光检验

目光评级	变量 / 样本号	$x_{gk}^{(1)}$	$x_{gk}^{(2)}$	$x_{gk}^{(3)}$	$x_{gk}^{(4)}$	z_{gk}	判别分级
一级中 $g=1$	1	19.64	13.20	47.09	28.14	18.96	中
	2	20.31	13.32	46.61	27.83	19.12	中
	3	20.09	12.97	45.87	28.66	19.19	中
	4	20.14	12.72	46.85	27.57	18.91	中
	5	20.04	13.40	46.03	27.79	18.99	中
	6	20.51	13.27	46.81	27.38	19.07	中
	7	20.15	13.12	46.31	28.24	19.14	中
	8	19.93	13.40	46.83	27.53	18.91	中
	9	20.18	13.10	46.72	27.80	19.04	中
	10	19.31	13.29	46.90	28.22	18.86	中
	11	19.36	13.28	46.74	27.57	18.69	中
	12	20.18	13.10	46.79	27.77	19.03	中
	13	19.87	13.61	46.73	27.38	18.87	中
	14	19.46	12.84	46.45	28.24	18.85	中
	均值	19.94	13.19	46.62	27.87	18.97	
	临界值			$z_{12}^{*}=19.22$			
一级下 $g=2$	1	20.42	12.85	46.46	28.44	19.26	下
	2	20.55	13.02	46.22	28.77	19.42	下
	3	21.61	12.99	46.61	28.18	19.66	下
	4	21.37	12.89	47.18	28.02	19.53	下
	5	21.35	13.12	46.64	27.63	19.42	下
	6	21.04	13.35	45.63	28.63	19.58	下
	7	21.04	13.57	46.18	27.70	19.37	下
	8	21.14	13.13	46.73	27.77	19.39	下
	9	20.46	12.97	46.32	27.78	19.10	中
	10	19.64	13.27	45.60	29.06	19.17	中
	11	20.67	12.81	45.11	29.83	19.68	下
	12	20.95	12.60	46.02	29.66	19.75	下
	13	20.96	13.30	46.47	28.50	19.54	下
	14	21.57	12.95	46.37	28.61	19.75	下
	15	20.43	12.84	45.77	29.14	19.43	下
	16	21.23	12.84	46.10	27.76	19.36	下
	17	20.09	13.08	44.18	29.03	19.24	下
	18	21.58	13.02	46.76	27.47	19.46	下
	19	21.60	12.54	46.93	28.04	19.56	下
	20	21.22	13.02	45.40	28.98	19.69	下
	21	21.00	13.06	46.11	28.63	19.54	下
	22	20.70	13.23	47.05	27.81	19.27	下
	23	21.40	12.96	46.96	27.38	19.36	下
	均值	20.96	13.02	46.21	28.38	19.46	
	临界值			$z_{23}^{*}=19.78$			
二级 $g=3$	1	23.27	12.63	46.38	28.13	20.20	二
	2	21.98	12.82	45.91	29.65	20.15	二
	3	21.88	12.93	46.96	29.09	20.02	二
	4	21.60	12.63	46.57	29.52	19.98	二
	5	21.47	12.95	45.65	30.28	20.15	二
	均值	22.04	12.79	46.29	29.33	20.10	

表3　甲组样本Δ值

样本号	Δ	判属总体	样本号	Δ	判属总体
$X_{1,1}$	1.19	A	$X_{2,3}$	5.98	A
$X_{1,2}$	0.91	A	$X_{2,4}$	4.68	A
$X_{1,3}$	2.28	A	$X_{2,5}$	1.35	A
$X_{1,4}$	3.19	A	$X_{2,6}$	7.71	A
$X_{1,5}$	1.41	A	$X_{2,7}$	6.79	A
$X_{1,6}$	1.03	A	$X_{2,8}$	-0.35	B
$X_{1,7}$	2.90	A	$X_{2,9}$	4.94	A
$X_{1,8}$	0.63	A	$X_{2,10}$	0.01	A
$X_{1,9}$	3.10	A	$X_{2,11}$	5.45	A
$X_{1,10}$	3.80	A	$X_{2,12}$	4.79	A
$X_{1,11}$	2.15	A	$X_{3,1}$	11.32	A
$X_{1,12}$	1.80	A	$X_{3,2}$	4.29	A
$X_{1,13}$	2.57	A	$X_{3,3}$	5.55	A
$X_{1,14}$	7.18	A	$X_{3,4}$	1.71	A
$X_{2,1}$	3.70	A	$X_{3,5}$	5.35	A
$X_{2,2}$	0.18	A			

表4　乙组样本Δ值

样本号	Δ	判属总体	样本号	Δ	判属总体
$X_{1,1}$	-0.87	B	$X_{2,8}$	-1.76	B
$X_{1,2}$	-1.61	B	$X_{2,9}$	-2.38	B
$X_{1,3}$	-4.89	B	$X_{2,10}$	-5.88	B
$X_{1,4}$	-0.76	B	$X_{2,11}$	-9.22	B
$X_{1,5}$	-2.61	B	$X_{2,12}$	-7.16	B
$X_{1,6}$	-0.42	B	$X_{2,13}$	-3.58	B
$X_{1,7}$	-3.07	B	$X_{2,14}$	-4.51	B
$X_{1,8}$	-0.30	B	$X_{2,15}$	-6.29	B
$X_{1,9}$	-1.34	B	$X_{2,16}$	-3.30	B
$X_{1,10}$	-1.22	B	$X_{2,17}$	-9.24	B
$X_{1,11}$	-0.32	B	$X_{2,18}$	-1.40	B
$X_{1,12}$	-0.13	B	$X_{2,19}$	-2.36	B
$X_{1,13}$	-0.09	B	$X_{2,20}$	-7.12	B
$X_{1,14}$	-2.53	B	$X_{2,21}$	-4.75	B
$X_{2,1}$	-3.41	B	$X_{2,22}$	-0.86	B
$X_{2,2}$	-4.57	B	$X_{2,23}$	-0.70	B
$X_{2,3}$	-3.14	B	$X_{3,1}$	-4.61	B
$X_{2,4}$	-1.51	B	$X_{3,2}$	-7.83	B
$X_{2,5}$	-1.80	B	$X_{3,3}$	-4.34	B
$X_{2,6}$	-5.68	B	$X_{3,4}$	-6.02	B
$X_{2,7}$	-2.56	B	$X_{3,5}$	-9.29	B

阵的逆。并可根据下式判别：

$$\Delta=X'S^{-1}(\overline{X}^{(A)}-\overline{X}^{(B)})-\frac{1}{2}(\overline{X}^{(A)}+\overline{X}^{(B)})'S^{-1}(\overline{X}^{(A)}-\overline{X}^{(B)}) \tag{10}$$

对细纱样本计算结果为：

$$\Delta=(x^{(1)},x^{(2)},x^{(3)},x^{(4)})\begin{pmatrix}-0.53675\\0.46989\\2.17510\\-1.96029\end{pmatrix}-43.79 \tag{11}$$

把新的样本观察值$\vec{X}$代入(11)式计算，若$\Delta\geqslant0$,归于A总体；若$\Delta<0$,归于B总体。对甲、乙两组样本观察值，由(11)式计算的结果（见表3、4)表明，原经验分组的结果是合理的。因此，对新的样本观察值$\vec{X}$进行Fisher线性判别分析的步骤为：(1) 由(11)式计算Δ，把它归于A总体或B总体。(2) 把$\vec{X}$代入归属总体的线性判别式，计算投影Z值，与临界值比较判定不匀级别。

3．A、B两总体协方差矩阵相等的检验

对假设H_0：$\Sigma_A=\Sigma_B$进行检验。由于样本观察值$\vec{X}$来自Uster仪的波谱图，因此$\vec{X}$是服从四元正态分布的随机向量$\vec{\xi}'=(\xi^{(1)},\xi^{(2)},\xi^{(3)},\xi^{(4)})$的样本观察值，这样$\Sigma_A$和$\Sigma_B$分别是$A$和$B$总体的四元正态分布的协方差矩阵。

由极大似然比的近似展开式[4]：

$$P_r\{-\rho\ln W_1\leqslant z\}=P_r\{\chi^2{}_f\leqslant z\}+\omega_2[P_r\{\chi^2{}_{f+4}\leqslant z\}-P_r\{\chi^2{}_f\leqslant z\}]+O(n^{-3}) \tag{12}$$

对样本计算结果为：　　$f=10$，

$\omega_2=1.7366\times10^{-3}$，$-\rho\ln W_1=15.29$

由于ω_2很小，由(12)式，$-\rho\ln W_2$可近似看作服从自由度为10的χ^2分布。而$\chi^2_{\nu=10}(\alpha=0.05)=18.3$。因此接受$H_0$：$\Sigma_A=\Sigma_B$。

三、用波谱图评定细纱短片段不匀的结果讨论

细纱短片段不匀不仅与$\vec{X}$的分量$x^{(1)}$即CV值有关，还与$\vec{X}$的其余分量$x^{(2)}$、$x^{(3)}$和$x^{(4)}$有关。根据$\vec{X}$用Fisher线性判别分析法评级，与目光检验法的结果基本上有对应一致关系。以细纱样本的数据为例加以说明。

1．CV值只反映不匀的总趋势，随着不

匀级别降低，$\overline{x}^{(1)}$即CV平均值都之升高，把甲、乙两组各级别CV平均值列成表5。

表5　CV平均值

项目	细纱不匀级别		
	一级中	一级下	二级
甲组$\overline{X}^{(1)}$	19.86	20.99	21.94
乙组$\overline{X}^{(1)}$	19.94	20.96	22.04

2. 对多数CV值处于正常范围的细纱，不能只根据其CV值评级，因为各级别的CV值范围是相互交叉的。如表1甲组样本中，一级中的第3、4、6号个体和一级下的第1、4、7、12号个体，它们的CV值并没有明显的差别，但分属两个不匀级别。又如表1的一级下第5、8、11号个体与二级的第2、3、4、5号比较，前者CV值甚至比后者还大些。因此用CV值评级就会得到与实际不匀不符合的结果。而根据线性判别式计算的z值评定不匀级别与实际情况基本相符。上述两个例子中，分属不同级别的个体，虽然$x^{(1)}$没有明显差异，但$x^{(3)}$有较大不同。这就说明A类总体中，波谱图的第二波段（3～10厘米）的比例大小对细纱不匀的影响较大。

根据求出投影方向，可分析波谱图中各波段对细纱短片段不匀的不同影响。在A类总体中，投影方向$\vec{f}$的f_1和f_3影响较大；在B类总体中，投影方向$\vec{f}$的f_1和f_4影响较大，正说明了造成细纱不匀的两大类因素。

四、纱线不匀的统计向量

上面讨论细纱波谱图提供的统计信息与分级的统一性，现提出表达纱线不匀的统计向量。

1. 不匀系数向量$\vec{I}$

目前在评定纱线不匀时使用的不匀系数I与CV值一样并不能全面反映不匀的统计特征。因此提出不匀系数向量$\vec{I}$。

分析纱线不匀时，若需把波谱图分成n段，各分点为λ_0、λ_1、…、λ_n，则$\vec{I}$为n维向量，$\vec{I}=(I, i_j)'$，其中I为不匀系数，j可取1到n的n个足标中任意$n-1$个不同足标，并有：

$$i_j=\sqrt{\int_{\lambda_{j-1}}^{\lambda_j} X_{act}(\lambda)d\lambda}\Big/\sqrt{\int_{\lambda_{j-1}}^{\lambda_j} X_{lim}(\lambda)d\lambda} \tag{13}$$

X_{act}和X_{lim}分别是纱条实际和理论波谱密度。由于$\vec{I}$不仅与实际谱而且与理论谱有关，使用时比较麻烦，为此提出另一统计向量。

2. 不匀向量$\vec{R}$

如评定细纱短片段不匀时建立$\vec{X}$一样，分析纱线不匀时，根据实际谱就可建立$\vec{R}$。

若需把波谱图分成n段，分点为λ_0、λ_1、…、λ_n，则$\vec{R}$为n维向量，$\vec{R}=(cv, r_j)'$，其中j可取1到n的n个足标中任意$n-1$个不同足标，并有：

$$r_j=\int_{\lambda_{j-1}}^{\lambda_j} X(\lambda)\,d\lambda\Big/\int_{\lambda_0}^{\lambda_n} X(\lambda)\,d\lambda,$$

$$\sum_{j=1}^{n} r_j=100\% \tag{14}$$

前面使用的$\vec{X}$向量就是评定细纱短片段不匀的不匀向量。

本文从Uster仪测得的波谱图出发，对样本观察值$\vec{X}$用Fisher线性判别分析法评定细纱短片段不匀作了尝试。然而，要用它来评定细纱不匀，并订出一套分级标准，需做进一步工作。影响波谱分段的因素很多，加上细纱品种规格多，要找统一的波谱分段方法和普遍适用的线性判别函数，还有待深入研究。但是，我们提出的把波谱分段用随机向量来描述纱线不匀的方法无疑是一个方向，它比只用CV值反映纱线不匀是前进了一步。

参考资料

[1] «J. T. I», 1961, 52, T571.

[2] "Uster" Training-center; "Zellwerger Uster", Part 1, A12.

[3] S. M. Kendall and A. Stuart: «The Advanced Theory of Stat.», 3rd Edition. Volume 3, p.327～355.

[4] T. W. Anderson: «An Introduction to Multivariate Statistical Analysis», p.247～268.