

1998/10/25(5)
369-373

369-460

论中国古代历法推没灭算法的意义[†]曲安京¹⁾ 李彩萍²⁾ 韩其恒²⁾

P194.3

(1)西北大学数学系,西安,710069;2)宝鸡文理学院数学系,721007,陕西宝鸡;第一作者35岁,教授)

摘要 分析了历代历法设立“没限”与“灭限”的造术意义,纠正了以前的研究者对“没限”的误解。论证了唐代一行以“朔分所虚为灭”重新定义“灭日”,是为置闰算法而引入的概念,与推朔日日名无关。根据一行之后关于“没日”与“灭日”的定义,导出了置闰公式:闰月数=(没日数+灭日数)/30。

关键词 没;灭;历法;闰;自然科学史**分类号** O112:P194.3

中国,古代,历法,古代历法,算法

“推没、灭”算法,最早出现于东汉《四分历》(85年),此后的传统中国古历,几乎均在“步气朔”章中列有这个项目。

《大衍历议·没灭略例》对没与灭的定义为:“古者以中气所盈之日为没,没分借尽者为灭。《开元历》(笔者注:即《大衍历》)以中分所盈为没,朔分所虚为灭。”^[1]

“灭日”的概念,自《大衍历》(724年)起,有所改变。如果设 A 表示日法,并令

$$\text{回归年} = t \text{ 日} = T/A;$$

$$\text{朔望月} = b \text{ 日} = B/A;$$

$$\text{岁余} = r \text{ 日} = R/A = t - 360.$$

则两个中气的间距为 $t/12$ 日,“中气所盈”即 $(t/12 - 30)$ 日,是为每个中气所产生的没分,因此,1没长度 $= \frac{t/12}{t/12 - 30} = \frac{t}{t - 360} = t/r$ 日。没分通常从上元起算,每经过 t/r 日,便出现一有没之日,此日称为没日。对于《大衍历》之前的历法,每当没日的没分为零时,此没日被定义为灭日。

一行在《大衍历》中,修改了对灭日的定义,他令“朔分所虚”,即 $(30 - b)$ 日,为每个朔望月所产生的灭分,因此,1灭长度 $= \frac{b}{30 - b}$ 日。从上元起算,每经过 $\frac{b}{30 - b}$ 日,便产生一个灭日。

由于推没、灭日算法本身比较简单,就其定义而言,也看不出设立它的明显的天文意义,因此,很少有人论述这个题目。本文将首先澄清历代有关没限与没限的立术意义,进而探讨没、灭之法与置闰的关系,以就正于同道。

1 没限与灭限

“限”通常是一个给定的参数。当某种计算结果落在此参数的范围内时,便会发生预期的历法事件。例如,“没限”就是指判断在什么条件下出现没日的一个参数。

1.1 没限的意义

没限通常在“推没日”术文后附录。总体而言,主要有两种不同的没限。如《大衍历》称:“凡恒气小余,不满大衍通法,如中盈分半法已下,为有没之气。”^[2]

中盈分半法 $= 1$ 平气 $- 15$ 日 $= r/24$ 日,术文指出,当所推平气小余(不足一日余数) $n < r/24$,则“为

[†] 陕西省教委专项科研基金资助课题(96JK015);西北大学校内科研基金资助课题(KC97205)

收稿日期:1997-04-24

有没之气”。此处没限为 $r/24$ 日。

另一种没限在宋元历法中通用,如《明天历》:“二十四气小余在没限已上者,为有没之气。”^[3]《明天历》给出的没限 = $30\,497\frac{3}{18}$ 分 = $\frac{30\,497}{39\,000}$ 日。由于《明天历》岁余 $r = \frac{204\,500}{39\,000}$ 日,易知其没限 = $(1 - r/24)$ 日;也就是说,当所推平气小余 $n < (1 - r/24)$ 日时,“为有没之气”。

那么,这两种没限是如何导得的?它们所判定的“有没之气”是否一样?

∵ 1 没 = t/r 日,设 k 气之积日为

$$k \cdot t/24 = N + n \text{ 日}, (n < 1),$$

k 气内共有没数为

$$\frac{k \cdot t/24}{t/r} = k \cdot \frac{r}{24} = k \cdot \frac{t-360}{24} = N - 15k + n.$$

上式表明,第 k 气之气小余与没余同为 n ,因此,欲令没日发生在第 $k-1$ 气之内,则必有

$$n \cdot \frac{t}{r} < \frac{t}{24}, \text{ 即 } n < \frac{r}{24}, \quad (1)$$

是为《大衍历》给定的没限,术文所谓“为有没之气”,实际是指:当气小余 $n < r/24$ 时,其前一气内发生没日。

又,欲令没日发生在第 k 气内,则必有

$$(1 - n) \cdot \frac{t}{r} < \frac{t}{24}, \text{ 即 } n > 1 - \frac{r}{24}, \quad (2)$$

是为《钦天历》之后,所有宋元历法采用的没限,它指出,当气小余 $n > 1 - r/24$ 时,本气内必有没日。

1.2 《元嘉历》(443 年)最先给出没限

唐代之前的历法,均未给出(1)或(2)之类的没限,《麟德历》(664 年)曾采用(2)为其没限,但数据略有脱漏,^[4]《大衍历》之后,唐代诸历记载简约,均未有没限设置,但从其常数中盈分与朔虚分的罗列判断,可能皆因袭一行的没限(1);《钦天历》(956 年)首次完整地给出了没限(2),并为此后历法所宗。^[5]

但是,除了(1)与(2)两种没限之外,《元嘉历》“推没、灭术”之后,还给出了一种没限:“雨水小余三十九以还,雨水六旬后乃有[没日]。”^[6]

《元嘉历》采用正月雨水为岁首,其岁余 $r = R/A = 1\,595/304$ 日,按前述“没限的意义”,设若雨水小余为 n 日 ($n < 1$),则下一次没日当发生在其后 $(1 - n) \cdot t/r$ 日。

由于六旬约为 4 个平气的长度 = $t/6$ 日,欲令“雨水六旬后乃有没日”,则必有

$$(1 - n) \cdot \frac{t}{r} > \frac{t}{6},$$

即 $n < 1 - \frac{r}{6} = 1 - \frac{265}{304} = \frac{39}{304}$ 日。因此,《元嘉历》给出的没限应为 $n < 1 - \frac{r}{6}$ 日,此时,可判定该气后第四气内将有没日。这是古历中给出的第一例没限。

1.3 灭限的意义

在《大衍历》之前,没有历法给出判定灭日的参数,因此,所谓“灭限”,将专指《大衍历》改变灭日定义后所给出的判别参数。唐宋元诸历所采用的灭限都是一样的,如《大衍历》称:“凡经朔小余不满朔虚分者,为有灭之朔。”^[7]

朔虚分 = $(30 - b)$ 日,设所推平朔时刻之小余 n ($n < 1$) 满足 $n < (30 - b)$ 时,灭限判定,本朔望月内将出现一个灭日。

∵ 1 灭 = $\frac{b}{30 - b}$ 日,设 k 个朔望月积日为 $k \cdot b = N + n$, ($n < 1$)。 k 个朔望月内共有灭数为

$$\frac{k \cdot b}{b/(30 - b)} = k \cdot (30 - b) = (30k - N - 1) + (1 - n).$$

∴ 第 k 个经朔小余为 n 日时,其灭余为 $(1 - n)$,于是,欲令该朔望月内有灭日,则必有

$$n \cdot \frac{b}{30-b} < b.$$

由此立得灭限 $n < (30-b)$ 。

2 中盈、朔虚与闰余

《大衍历》之后,一行改变对灭日的定义,“以中分所盈为没,朔分所虚为灭”。周琮在《明天历议》中,明确阐释了没与灭同闰余之关系:

“中盈、朔虚分(闰余附):日月以会朔为正,气序以斗建为中,是故气进而盈分存焉。置中节两气之策,以一月之全策三十减之,每至中气,即一万七千四十一,秒十二,是为中盈分。朔退而虚分列焉,置一月之全策三十,以朔策及余减之,余一万八千三百七,是为朔虚分。综中盈、朔虚分,而闰余章焉(闰余三万五千三百四十八,秒一十二)。从消息而自致,以盈虚名焉。”^[8]

按《明天历》回归年 $\frac{T}{A} = \frac{14\ 244\ 500}{39\ 000}$ 日,朔望月 $\frac{B}{A} = \frac{1\ 151\ 693}{39\ 000}$ 日,因此有:

$$\text{中盈分} = \frac{T}{12} - 30A = 17\ 041 \frac{12}{18};$$

$$\text{朔虚分} = 30A - B = 18\ 307.$$

由于一回归年有闰余 $(T-12B)$ 分,故每月闰余为 $(\frac{T}{12}-B)$ 分,因此,“综中盈、朔虚”,有

$$\text{每月闰余} = \text{中盈分} + \text{朔虚分} = 35\ 348 \frac{12}{18}.$$

我们已知,由一行的定义,中气所盈产生没日,朔分所虚导致灭日,而中盈与朔虚之并适为闰余,这便是《大衍历》之后推没灭与闰余之关系。而每月闰余,是判定闰月位置的一个必要参数,如《大衍历》算法称:

“综中盈、朔虚分,累益归余之卦,每其月闰衰(凡归余之卦五万六千七百六以上,其岁有闰,因考其闰衰,满卦限以上,其月合置闰。或以进退,皆以定朔无中气裁焉)。”^[9]

“归余之卦”即所求年冬至与11月经朔时刻之差,因“中盈+朔虚”为每月闰余,将其累加到“归余之卦”,便得各中气与所在月经朔时刻之差,这便是每一月的闰衰。

《大衍历》回归年 $\frac{T}{A} = \frac{1\ 110\ 343}{3\ 040}$ 日,朔望月 $\frac{B}{A} = \frac{89\ 773}{3\ 040}$ 日;其每年有闰余 $T-12B=33\ 067$ 分,因此,当“归余之卦” $>B-(T-12B)=56\ 706$ 分时,可判定这一年应有一闰月。

又,卦限=朔望月- $(\text{中盈}+\text{朔虚})=B-(\frac{T}{12}-B)$ 分=87 018 分。当闰衰 $>$ 卦限时,有

$$\text{闰衰} + (\text{中盈} + \text{朔虚}) > \text{朔望月}.$$

这表明,下一个月不含中气,“其月合置闰”。这个结果是按平气、平朔推算,它仅大致指示闰月的位置,具体置闰,再以定期计算为准。

由中盈与朔虚来推求每月闰衰,即中气与经朔之间距,是《大衍历》之后的普遍算法。宋代一些历法中,有将其列在“步发敛”章中,术名为“求发敛去经朔”。如《崇天历》(1024年)称:

“求发敛去经朔:置天正十一月闰余,以中盈及朔虚分累益之,即每月闰余;满枢法除之为闰日,不尽为小余,即各得其月中气去经朔日及余秒(其余闰满闰限至闰,仍先见定期大小,其月内无中气,乃为闰月)。”^[10]

此处“每月闰余”相当于《大衍历》术文中之“每其月闰衰”。整个算法,与前引《大衍历》算法几无差异,都是利用气盈与朔虚大致推定闰月的位置。另据《辽史·历象志·闰考》称:“月度不足,是生朔虚;天行有余,是为气盈。盈虚相悬,岁月乃泮。……爰立闰法,信治百官。”^[11]

由此可见,唐代《大衍历》之后,历家均将中气所盈、朔分所虚与置闰联系起来,以“朔分所虚为灭”来改变对古时灭日的定义,其主要意义便在于此。

或许有人会问,难道一行之前的历家就不用“朔虚”之数来推求闰月吗?答案是肯定的,除《麟德历》(664年)外,此前历法均采用闰周制,历家可通过闰周更简明地推算出闰月的位置,因此,无需利用“朔分所虚为灭”这样的概念。《麟德历》率先废除闰周制,但未来得及改变对灭日的修正。而“朔虚为灭”的概念一经一行提出,便立刻成为后世历家推闰时不可或缺的数据之一。

另外,设 N_0 为上元以来积年数, t 为回归年, $r = t - 360$ 日为岁余,亦为一岁没数,于是令上元起于冬至,则所求

$$\text{年冬至时刻} = N_0 \cdot t \text{ 累减 } 60 = N_0 \cdot r \text{ 累减 } 60。$$

因此,利用一岁没数 r 可以简化岁首中气大小余的计算,是显而易见的事实,《大衍历》之前有多部历法直接以积没数 $(N_0 \cdot r)$ 来推求冬至时刻。但若推而广之,认为一行以“朔虚为灭”是为了方便计算各经朔时刻大小余,则值得商榷。原因是,纵观《大衍历》之后历法,无一例给出这样的算法来推求其经朔时刻。历家采用的方法步骤大致如下:

首先,计算上元积日 $N_0 \cdot t$,累减 60,得所求年冬至大小余,再以朔望月 b 累减 $N_0 t$,得所求年闰余,以冬至时刻减去闰余,即得所求年 11 月经朔。

由于上述步骤不须计算上元以来积月数,因此,比用朔虚推求经朔时刻要更简单。

所以说,一行改“朔虚为灭”并不是为了计算经朔时刻。他的实际用意,如前引述历代历家的文字所示,是为了置闰而引入的概念。

3 置闰公式

在前一节中,我们已经指出,每月闰余 = (中气所盈 + 朔分所虚)。下面,将根据一行有关没、灭的定义,导出没数、灭数与置闰数的一个关系式。

设回归年 = t 日,朔望月 = b 日,则

$$1 \text{ 没} = \frac{t}{t-360} \text{ 日 即 } \frac{t}{t-360} \text{ 日气盈积分达到 } 1 \text{ 日, } \therefore \text{每天没日数} = \frac{t-360}{t} = S_1;$$

$$1 \text{ 灭} = \frac{b}{30-b} \text{ 日, 即 } \frac{b}{30-b} \text{ 日朔虚积分达到 } 1 \text{ 日, } \therefore \text{每天灭日数} = \frac{30-b}{b} = S_2。$$

于是,每天没日数与灭日数之和应为

$$S_1 + S_2 = 30 \cdot \frac{t-12b}{t \cdot b}。 \quad (3)$$

又,一回归年之内有闰日为 $(t-12b)$ 日, \therefore 每天有闰日 = $\frac{t-12b}{t}$, 于是,每天有闰月数当为 $\frac{t-12b}{t \cdot b} = S$, 由(3)式,可得

$$S_1 + S_2 = 30 \cdot S。 \quad (4)$$

(4)式的意义很明显,即:

$$\text{闰月数} = \frac{1}{30} (\text{没日数} + \text{灭日数})。 \quad (5)$$

(5)式可称为置闰公式。它更深刻地表示了没日、灭日与置闰之间的关系。

4 结 论

判定没日所设置的没限,最早出现在《元嘉历》“推没、灭术”算法,唐代之后,历家采用的没限主要有 $\frac{r}{24}$ 与 $1 - \frac{r}{24}$ 两种, r 为岁余;当气小余 $n < \frac{r}{24}$ 日时,没日必出现在前一气内;当气小余 $n > 1 - \frac{r}{24}$ 日时,本气内必有没日。

一行《大衍历》后定义的“没日与灭日”,主要是根据每月闰余=(中盈+朔虚)而引入的概念;它们与计算闰月的位置有直接关系。以朔虚定义的灭日概念,并非是为计算经朔时刻日名而引入的。按照本文导出的置闰公式(5),可以清楚地看出,一行修正灭日概念与置闰算法的关系。

参 考 文 献

- 1 中华书局编辑部. 历代天文律历等志汇编. 第七册. 北京:中华书局,1976. 2 180
- 2 中华书局编辑部. 历代天文律历等志汇编. 第七册. 北京:中华书局,1976. 2 057
- 3 中华书局编辑部. 历代天文律历等志汇编. 第八册. 北京:中华书局,1976. 2 648
- 4 中华书局编辑部. 历代天文律历等志汇编. 第七册. 北京:中华书局,1976. 2 000
- 5 中华书局编辑部. 历代天文律历等志汇编. 第七册. 北京:中华书局,1976. 2 439
- 6 中华书局编辑部. 历代天文律历等志汇编. 第六册. 北京:中华书局,1976. 1 729
- 7 中华书局编辑部. 历代天文律历等志汇编. 第七册. 北京:中华书局,1976. 2 057
- 8 中华书局编辑部. 历代天文律历等志汇编. 第八册. 北京:中华书局,1976. 2 636
- 9 中华书局编辑部. 历代天文律历等志汇编. 第七册. 北京:中华书局,1976. 2 218
- 10 中华书局编辑部. 历代天文律历等志汇编. 第八册. 北京:中华书局,1976. 2 571
- 11 中华书局编辑部. 历代天文律历等志汇编. 第九册. 北京:中华书局,1976. 3 063

责任编辑 姚 远

On Algorithms of the Mo and Mie in Calendrics of Ancient China

Qu Anjing¹⁾ Li Caiping²⁾ Han Qiheng²⁾

(1)Department of Mathematics, Northwest University, 710069, Xi'an;

(2)Department of Mathematics, Baoji College of Liberal Arts and Natural Sciences, 721007, Baoji, Shaanxi)

Abstract The limits of Mo and Mie are two parameters which were used to indicate in which period there should be a day of Mo or Mie. It is analysed how such parameters were constructed and corrects a misunderstanding of the limit of Mo. The notion of the Mie was changed to difference between 30 days and a synodic month after the Dayan Calendar (724 A. D.). This change is for calculating the intercalation, having nothing to do with the calculating of a new moon. According to the definitions of Mo and Mie after the Tang Dynasty, a formula of intercalation is derived as follows: the number of intercalary month=(the number of Mo+the number of Mie)/30.

Key words Mo; Mie; intercalation; calendrics; history of natural science

· 学术动态 ·

TS2-X

“变性蛋白复性及同时纯化元件研究”通过评审验收

陕西省科委、省计委、省教委会同有关专家对**西北大学**现代分离科学研究所魏信笃教授主持完成的“变性蛋白复性及同时纯化元件”项目进行了评审验收。验收组在专家评议的基础上,认真讨论后一致认为:该项目研究方法先进,其研究结果属国际首创,达到了国际先进水平,具有很大的推广价值和应用前景,顺利通过验收。

该项目研制了一种国内外从未有的、在科学研究和生产应用方面均有重要作用的“变性蛋白复性及同时纯化元件”,可广泛应用于生物技术中各类蛋白的复性、纯化及制备,对于生物工程中提高生产效率,缩短生产周期,简化操作工艺,降低生产成本,改善生产环境均有重要意义。

(薛 鲍)