

# 交叉变异蚁群算法在 VRP 问题中的应用研究

张锦<sup>1,2</sup>, 李伟<sup>1</sup>, 费腾<sup>1</sup>

ZHANG Jin<sup>1,2</sup>, LI Wei<sup>1</sup>, FEI Teng<sup>1</sup>

1. 太原理工大学 信息工程学院, 太原 030024

2. 山西医科大学第一附属医院 设备处, 太原 030023

1. College of Information Engineering, Taiyuan University of Technology, Taiyuan 030024, China

2. Office of Equipment, First Hospital of Shanxi University of Medicine, Taiyuan 030023, China

E-mail: zhangjin\_taiyuan@126.com

ZHANG Jin, LI Wei, FEI Teng. Application research of VRP based on cross mutation ant colony algorithm. Computer Engineering and Applications, 2009, 45(34): 201-203.

**Abstract:** An improved and colony algorithm is proposed. Genetic algorithm is utilized to optimize the parameters of ant colony algorithm. The improved algorithm is used to solve the optimization routing of the basic VRP. The algorithm possesses some characteristics such as strong total researching ability. The experimental results show that the improved ant colony algorithm possesses better optimization quantity and effect than the traditional ant colony algorithm.

**Key words:** ant colony algorithm; genetic algorithm; vehicle routing problem; routing optimization

**摘要:** 提出一种改进的蚁群算法, 新算法利用遗传算法对蚁群算法的参数进行优化, 然后利用新的蚁群算法求解基本的车辆路径问题。改进的蚁群算法具有全局搜索能力强的特点, 仿真结果表明, 新算法的优化质量和效率都优于传统蚁群算法。

**关键词:** 蚁群算法; 遗传算法; 车辆路径问题; 路径优化

DOI: 10.3778/j.issn.1002-8331.2009.34.063 文章编号: 1002-8331(2009)34-0201-03 文献标识码: A 中图分类号: TP391.9

## 1 引言

蚁群算法(Ant Colony Algorithm, ACA)是一种概率搜索算法, 它利用信息激素为媒介进行间接的信息传递, 蚂蚁根据信息素的强度做出对较优解的判断选择, 蚁群的群体行为表现出一种信息正反馈现象, 即当算法迭代时, 较优解的信息素浓度增强, 而其他解上信息素浓度变弱<sup>[1-2]</sup>。蚁群算法最早由意大利学者 M. Dorigo 等人<sup>[3]</sup>提出, 并应用其成功求解了旅行商问题, 取得了较好的结果。因此蚁群算法逐渐引起了其他学者的注意, 逐渐对其进行改进研究并应用于不同领域。

车辆路径问题是运筹学领域的一大类重要问题, 是实现高效配送的重要技术之一。它适用于牛奶配送、报纸投递、垃圾车的线路优化及连锁商店的送货线路优化等众多社会领域。基本的蚁群算法中参数的选择影响算法的收敛速度和寻优性能。为了改进蚁群算法的性能, 文中首先利用遗传算法优化蚁群算法的控制参数, 进而选择最优的控制参数的蚁群算法求解车辆路径问题。实验结果表明改进的蚁群算法具有较快的收敛能力和良好的寻优性能。

## 2 车辆路径问题

车辆路径问题是指将货物从配送中心送到货物需求点上,

既要满足需求点货物量的要求, 又要使配送成本最小。设有一个拥有载重量为  $q$  的车辆  $m$  辆的配送中心。在其周边共有  $L$  个地点需要送货上门, 该问题转化为求出这  $L$  个点的排列顺序。在该顺序下, 将  $L$  个点分成  $m'$  ( $m' \leq m$ ) 个组合, 每个组合表示一辆车完成一次货物运送任务, 使得总的配送成本最小。

基本假设条件

- (1) 配送中心所对应的需求点以及每个需求点的需求量为已知。
- (2) 需求点相互之间以及需求点与配送中心的连接关系和距离已知。每个需求点只有一辆车并且只能服务一次。
- (3) 每辆车由配送中心发出, 最后又回到配送中心。车辆的最大容量已知。
- (4) 车辆的平均行驶速度已知且确定, 行驶的路程与车辆行驶时间成正比。

在上述假设的前提下, 构造数学模型如下<sup>[4]</sup>:

$$\min Z = m'c + \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^L \sum_{k=1}^{m'} c_{ijk} d_{ij} x_{ijk} \quad (1)$$

约束条件

$$\sum_{i=1}^L g_{Y_{ki}} \leq q \quad k \in [1, m'] \quad (2)$$

基金项目: 山西省科技攻关计划(the Key Technologies R&D Program of Shanxi Province, China under Grant No.20090321020); 山西省软科学研究项目(the Shanxi Soft Science Foundation of China under Grant No.2007041032-2)。

作者简介: 张锦(1964-), 女, 主任技师, 在读博士, 主要研究领域为物流优化与信息处理; 李伟(1982-), 男, 硕士, 主要研究领域为智能优化算法; 费腾(1983-), 女, 硕士, 主要研究领域为物流优化设计。

收稿日期: 2008-12-10 修回日期: 2009-02-23

$$\sum_{k=1}^{m'} y_{ki}=1 \quad i \in [1, L], k \in [1, m'] \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^L x_{ijk}=y_{ij} \quad j \in [1, L], k \in [1, m'] \quad (4)$$

$$\sum_{j=1}^L x_{ijk}=y_{ki} \quad i \in [1, L], k \in [1, m'] \quad (5)$$

式中,  $g_i$  为第  $i$  个顾客的需求量, 并且

$$y_{ki} = \begin{cases} 1 & i \text{ 点的任务由第 } k \text{ 量车完成} \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

$$x_{ijk} = \begin{cases} 1, & \text{车辆 } k \text{ 从 } i \text{ 点驶向 } j \text{ 点} \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

其中,  $c$  为单位车辆的固定成本,  $c_{ik}$  为车辆  $k$  从  $i$  点到  $j$  点的单位运行成本,  $d_{ij}$  为从  $i$  点到  $j$  点的距离。

式(2)表示第  $k$  条线路总的需求不能超过车辆的载重; 式(3)表示第  $i$  个需求点的任务只有第  $k$  辆车完成; 式(4)表示第  $j$  需求点的任务由第  $k$  辆车经过转移完成; 式(5)表示第  $i$  需求点的任务由第  $k$  辆车经过  $j$  转移完成。

目标函数为配送成本, 式中第 1 项为车辆的固定使用成本; 第 2 项为车辆的运行成本。

### 3 基本的蚁群算法求解 VRP 问题

设  $m$  是蚁群中蚂蚁的数量,  $d_{ij}(i, j=1, 2, \dots, n)$  表示城市  $i$  和城市  $j$  之间的距离。

令  $\tau_{ij}$  为支路  $(i, j)$  在时刻  $t$  上的残留的信息量。  $t=0$  时, 各条路径上的信息素浓度相等,  $\tau_{ij}(0)=C$  ( $C$  为常数), 全部的蚂蚁都被放置于城市 1 (配送中心), 蚂蚁  $k(k=1, 2, \dots, m)$  在运动过程中, 根据各条路径上的信息量来选择移动方向。  $p_{ij}^k$  表示在  $t$  时刻蚂蚁  $k$  由城市  $i$  转移到城市  $j$  的概率。

$$p_{ij}^k(t) = \begin{cases} \frac{[\tau_{ij}(t)]^\alpha \cdot [\eta_{ij}]^\beta}{\sum_{k \in \{allowed_i\}} [\tau_{ik}(t)]^\alpha \cdot [\eta_{ik}]^\beta} & \text{if } j \in \{allowed_k\} \\ 0 & \text{others} \end{cases} \quad (6)$$

与自然界的蚁群不同, 人工蚂蚁具有记忆功能。集合  $tabu_k(k=1, 2, \dots, m)$  用以记录蚂蚁  $k$  当前走过的所需供货城市,  $tabu_k$  随着进化过程动态调整。  $\eta_{ij}$  为先验知识能见度在 VRP 问题中为城市  $i$  转移到城市  $j$  的启发信息, 一般取  $\eta_{ij}=1/d_{ij}$ 。  $\alpha$  为路径  $ij$  上残留信息的重要程度,  $\beta$  为启发信息的重要程度。

蚂蚁  $k$  在选择供货路径时, 不但受到概率转移的影响, 同时也受到车辆最大负载能力的影响。当从配送中心出发后集合的所需供货城市的总需求达到车辆负载时, 蚂蚁应该回到配送中心, 这相当于有一辆车参与配送, 再在其他城市按概率选择, 直到全部供货任务完成, 返回配送中心的次数也就是参与配送的车辆数量。

所有蚂蚁完成遍历后, 计算每一只蚂蚁所走过的路径的代价函数, 保存最小消耗的路径并清空本次遍历的记录, 再次将全部蚂蚁置于配送中心, 准备下一次遍历。随着时间的推移, 先前留下的信息素逐渐衰减, 蚂蚁完成一次循环以后, 各路径上的信息素要根据式(7)作调整。

$$\tau_{ij}(t+1) = \rho\tau_{ij}(t) + \Delta\tau_{ij}(t, t+1) \quad (7)$$

$$\text{其中, } \Delta\tau_{ij}(t, t+1) = \sum_{k=1}^m \Delta\tau_{ij}^k(t, t+1)$$

$$\Delta\tau_{ij}^k(t, t+1) = \begin{cases} Q/L_k & \text{if ant } k \text{ travel}(i, j) \text{ in the circle} \\ 0 & \text{others} \end{cases}$$

$\Delta\tau_{ij}^k(t, t+1)$  表示第  $k$  只蚂蚁在时刻  $(t, t+1)$  留在路径  $(i, j)$  上的信息素量, 其值由蚂蚁的优劣程度而定, 路径越短释放的信息素越多。  $\Delta\tau_{ij}(t, t+1)$  表示本次循环中路径  $(i, j)$  的信息素的增量;  $1-\rho$  为信息素轨迹的衰减系数,  $\rho \in (0, 1)$ 。

### 4 改进的蚁群算法求解 VRP 问题

蚁群算法在解决大型优化问题时, 存在搜索空间和时间性能上的矛盾, 易出现过早收敛于非全局最优解以及计算时间过长的弱点; 而且决定蚁群算法性能的参数的取值缺乏理论支持, 严重影响算法的性能<sup>[5]</sup>。

文中利用遗传算法的交叉变异特性对蚁群算法的参数进行优化, 从而利用优化后的蚁群算法求解 VRP 问题。交叉是模仿生物进化过程中两个同源染色体交叉重组, 形成新的染色体, 从而产生出新个体。交叉重组是生物进化过程中的重要环节。交叉的关键在于如何确定交叉点位置和如何进行基因交叉。变异是指细胞分裂复制过程中因为某些偶然的因素影响而产生一些复制差错, 从而导致的基因变异, 形成新的染色体并表现出新的生物特性。变异在蚁群进化过程中产生的可能性很小, 但它是产生新物种不可忽视的原因。在变异操作中, 每一个基因按变异概率进行变异, 即该基因取另外一个合理的随机值。

交叉变异蚁群算法汲取两种算法的优点。算法的基本思路是采用遗传算法来优化蚁群算法中的控制参数  $\alpha, \beta, \rho$ , 文中利用交叉变异蚁群算法求解 VRP 问题。

程序伪代码:

(1) 遗传算法初始化

Generation\_num=10;

Alpha(1, num); (信息素重要程度的参数矩阵)

Beta(1, num); (Beta 是启发式因子参数矩阵)

Rho(1, num); (信息素持久性系数矩阵)

$p_c=0.5$ ; (遗传算法的交叉概率)

$p_m=0.05$ ; (遗传算法的变异概率)

for 1 to Generation\_num do

重复操作(2)~(8)

(2) 交叉变异蚁群算法操作

for 1 to num do

重复操作(3)~(7)

(3) 蚁群算法初始化

NC=1; (NC 是循环计数器)

Sum\_load=0; (车辆负载能力)

对所有的边  $ij$  上的信息素赋初值  $\tau_{ij}(0)=C$ ,  $C$  为常数;

(4) while NC  $\leq$  NC\_max

将  $m$  只蚂蚁都放在配送中心, 程序中城市 1 定义为配送中心; 将城市 1 放入数组 Tabu(1);

for  $k=1$  to  $m$  do

$J_k(1)=\{1, 2, \dots, n\}-\text{Tabu}(1)$ ; ( $J_k(1)$  是蚂蚁  $k$  在第 1 步时

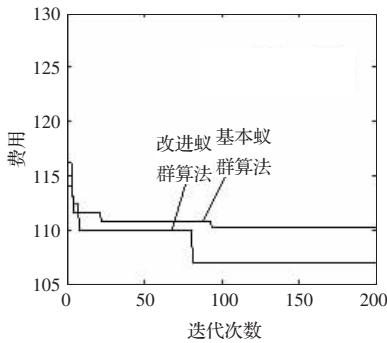


图1 两种算法的一次最优解曲线

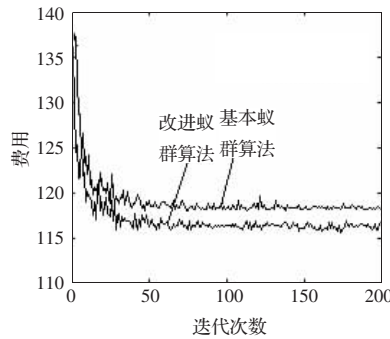


图2 两种算法的最优解曲线

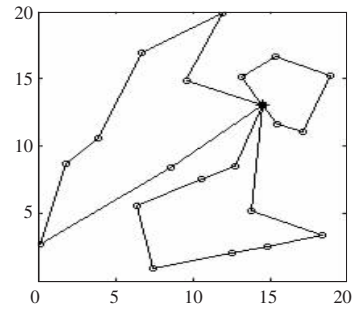


图3 改进算法一次最优解路线图

尚未经过的城市集合)

(5)  $i=i+1$ ;

根据公式(8)选择蚂蚁  $k$  的下一城市节点  $j$ ;

$Sum\_load=Sum\_load+load\_server(i)$

if  $Sum\_load \leq load\_max$

将蚂蚁  $k$  放置于节点  $j$ , 并将节点  $j$  插入数组  $tabu(i)$ ;

else

将蚂蚁  $k$  放置于节点 1(配送中心), 并将节点 1 插入数组

$tabu(i)$ ;

$Sum\_load=0$

重复(5), 直到所有城市任务完成, 即所有的城市被插入数组  $tabu(i)$ 。

(6) for  $k=1$  to  $m$  do

计算蚂蚁  $k$  的路径长度  $L_k$ , 通过其进行费用的计算, 并比较其大小;

求得最小费用  $C_{best}$  及其对应的最优路径  $R_{best}$ ;

根据公式(7), 对路径进行信息素更新;

(7)  $NC=NC+1$ ;

if  $(NC \leq NC\_max)$

Then {清空所有  $tabu$  列表; 跳转到(4);}

(8) 选择较优的  $num/2$  组参数数据作为父代种群, 进行交叉变异, 形成新的参数矩阵, 跳转到(2)。

## 5 实验仿真

配送中心的坐标为 (14.5, 13.0), 表 1 为需求点坐标数据<sup>[6]</sup>。每辆车的最大装载量为 8.5(吨), 表 1 中客户需求量数据的单位为吨。仿真时  $c=0$ , 表明车辆的费用仅与车辆的运行有关, 单辆车出行成本忽略不计。各需求点之间、以及各需求点与配送中心的距离利用距离公式计算。距离公式为

$$d_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \quad (8)$$

图 1 是基本蚁群算法和交叉变异蚁群算法在其他运行环境相同情况下, 一次最优解的运行结果。图 2 描述了算法运行过程中, 各个蚂蚁所求得平均值。由图可知, 交叉变异的蚁群算法在收敛速度上优于基本的蚁群算法, 而且收敛后得到更低的运行费用。图 3 是交叉变异蚁群算法的一次最优解的运行线路曲线。在求解 VRP 问题中, 交叉变异的蚁群算法结果优于基

表 1 实验数据

(吨)

客户	坐标	需求	客户	坐标	需求
1	(12.8, 8.5)	0.1	11	(6.7, 16.9)	0.9
2	(18.4, 3.4)	0.4	12	(14.8, 2.6)	1.3
3	(15.4, 16.6)	1.2	13	(1.8, 8.7)	1.3
4	(18.9, 15.2)	1.5	14	(17.1, 11.0)	1.9
5	(15.5, 11.6)	0.8	15	(7.4, 1.0)	1.7
6	(3.9, 10.6)	1.3	16	(0.2, 2.8)	1.1
7	(10.6, 7.6)	1.7	17	(11.9, 19.8)	1.5
8	(8.6, 8.4)	0.6	18	(13.2, 15.1)	1.6
9	(12.5, 2.1)	1.2	19	(6.4, 5.6)	1.7
10	(13.8, 5.2)	0.4	20	(9.6, 14.8)	1.5

本的蚁群算法, 这是由于改进的蚁群算法对信息素进行限制, 避免了算法出现过早收敛, 而且算法可以从局部最优解中跳出, 从而获得全局最优解。

## 6 结束语

利用遗传算法中的交叉变异特性对基本蚁群算法参数进行优化控制, 从而实现了蚁群算法信息素的限制, 防止蚂蚁过早陷入局部最优解。改进的蚁群算法力求在开发最好解和探究搜索空间上找到平衡点。对车辆路径问题的仿真实验表明, 新算法的优化质量优于传统蚁群算法, 通过对基本车辆路径问题的研究, 给下一步研究扩展 VRP 问题提供了经验。

## 参考文献:

- [1] 芮延年, 蒋晓梅, 刘鑫培, 等. 基于蚁群算法 AS-R 式机器人路径规划的研究[J]. 机电工程技术, 2006, 35(9): 73-75.
- [2] 丁同奎, 张丽华, 陈敬技, 等. 基于蚁群算法的配电网故障定位与隔离[J]. 继电器, 2005, 33(24): 29-31.
- [3] Dorigo M. Ant colony system: A cooperative learning approach to the traveling salesman problem[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 1997, 1(1): 53-66.
- [4] Yue Yi-xiang, Zhou Lei-shan, Yue Qun-xing, et al. Improved ant colony algorithm for logistics distribution routing problem[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2003, 12(6): 605-610.
- [5] 孙力娟, 王良俊, 王汝传. 改进的蚁群算法及其在 TSP 中的应用研究[J]. 通信学报, 2004, 25(10): 111-116.
- [6] 谭前进, 林和平, 谷文祥. 基于遗传算法的物流配送系统的设计与实现[J]. 计算机工程与应用, 2007, 43(6): 199-202.