

优化重构图像求解算法的新思路—四像元法

马 迎¹, 刘子良²

MA Ying¹, LIU Zi-liang²

1.中国人民大学 网络与教育技术中心, 北京 100872

2.吉林大学, 长春 130012

1. Network & Education Technology Center, Renmin University of China, Beijing 100872, China

2. Jinlin University, Changchun 130012, China

MA Ying, LIU Zi-liang. New algorithm of digitally reconstructing image from its projections. Computer Engineering and Applications, 2009, 45(32): 141-143.

Abstract: The method of digitally reconstructing an image from its projections has been applied in many areas from CT to non-destructive test of industry. But the algorithms of algebraic reconstruction techniques are too complicated. Using some additions (subtractions) and divided by 2 the gray levels of pixels can be got easily one by one, from their parallel and focused projections, by the method presented here.

Key words: reconstruct; image; algorithm

摘 要: 用投影重构图像技术, 从医学 CT 到非破坏性工业测试的众多领域中都得到应用。常见的代数解法, 卷积算法及滤波——逆投影法, 计算相当繁琐。该文提出的方法, 仅需做加(减)和除 2 运算, 就可以在平行和聚焦的投影中, 逐个得到像素的值。

关键词: 重构; 图像; 算法

DOI: 10.3778/j.issn.1002-8331.2009.32.044 **文章编号:** 1002-8331(2009)32-0141-03 **文献标识码:** A **中图分类号:** TP301.6

1 前言

计算机重构图像技术, 是由物体的一组横断面投影重构物体的图像的一种独特的处理问题的方法。在许多应用中, 唯采用这种方法可以在不破坏物体的条件下, 产生物体内部的断面图像。其原理是: 预先将观察横断面分成许许多多的正方形小格子(称像素), 这样横断面构成的图像矩阵, 实质是由预先确定大小的正方形元素组成。利用能量的透射、发射和反射的性质, 搜集信息(投影数据), 重构图像。

计算机重构图像的主要算法有: Fourier 变换重构算法、卷积算法、代数公式算法以及多聚焦投影重建算法。由于图像矩阵大的缘故, 最优化的重构算法也十分复杂。提出一种计算机重构图像的算法, 每次只需 4 个元素(相当 4 个像素), 只需求解一个四元一次方程组, 只需进行加、减和除 2 简单运算, 十分快捷。文中称之为四像元法。

2 CT 成像算法简述

2.1 Fourier 变换重构方法

Fourier 变换^[1], 也称滤波——逆投影法。作法是: 取断面上的像素值为 $f(x, y)$, 先计算出它的傅里叶变换 $F(u, v)$, 然后用逆变换求出 $f(x, y)$ 。

在计算 $f(x, y)$ 时, 它与 $F(u, v)$ 各点值都有关, 即使计算 $f(x, y)$ 的部分点时, 也要待获得全部投影数据, 即先求出 $F(u, v)$

的所有值。因此, 计算量是相当大的, 而且随着分辨率的增加, 在变换空间就要求进行一定形式的插补, 复杂程度将大大增加。

2.2 代数公式算法

把要观察的断面, 分成许多小格子(称像素)。用一组平行的射线束穿过这一断面到达对面的检测元件, 得到一组投影值。所得到的信息大小就反映了每一条射线上所有像素的总和。若每一像素值分别用 f_1, f_2, \dots, f_n 表示, 则每一射线值相当于一代数方程。若把射线旋转一个很小的角度, 则可得到一组新的信息, 这样依次旋转直到 360° 。计算机根据这些信息计算出断面所有像素的度值, 然后送 CRT, 在屏幕上显示出断面图像。

很显然, 要得到一定分辨率的图像, 像素的个数就不能太少, 采用通常的代数解法, 如 128×128 个像素, 要建立 16 386 (128×128) 个独立方程式, 而且需要求逆和伪求逆计算。可想而知, 解这样大的联立方程是十分复杂的。

2.3 卷积重构算法

卷积重构算法^[1]有三个主要的步骤: (1) 采集数据; (2) 滤波; (3) 积分, 复原图像。

卷积算法之所以有吸引力, 因为该方法只需要一维滤波和一维积分, 且还可以方便地产生相应的直角坐标值代替用极坐标生成的图像。但是复原图像, 必须对每个图像元素计算积分,

作者简介: 马迎(1973-), 女, 回族, 工程师, 主要研究领域为网络与通讯技术; 刘子良(1942-), 男, 教授, 主要研究领域为分布式处理技术和图像处理。

收稿日期: 2008-11-26 **修回日期:** 2009-02-13

这就需要进行大量的计算。

2.4 多聚焦投影重建算法

多聚焦格式采集投影数据是近几年提出的。G.L.Zeng, G.T. Gullberg 提出了近似卷积反投影法^[2], 及后来提出反投影滤波器法^[3]。该方法有创新之处, 但实际计算复杂, 且存在重构图像在中心位置出现点状伪影。

针对多聚焦投影数据的重建, 尤江生、李毅、包尚联先生提出了一种新的基于 Fourier 级数展开和正规化技巧的近似级数展开算法^[4], 它可以应用于平行束与扇束的重建, 算法在实现时可采用快速离散 Fourier 算法(FFT)和不等距的梯形求积公式。该算法在精度方面虽然令人满意, 但该方法计算量较直接卷积反投影法还要大, 而且计算相当复杂。

从上述谈到的计算机重构图像的几种主要算法的分析可见, 只有寻求新的重构原理和高速的计算方法, 才能拓宽这一方向。该文提出一个新的重构算法——四像元法。

3 四像元重构法

基本原理: 设图由 4 个单元 A、B、C、D 组成(相当于 4 个像素), 如图 1 所示, 若求 A、B、C、D 的值, 可建立如下 4 个独立方程:

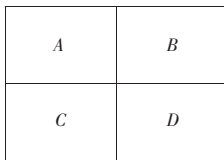


图 1 四像元法原理图

$$\begin{cases} A+B=X_1 \\ C+D=X_2 \\ A+C=X_3 \\ C+B=X_4 \end{cases}$$

其解为:

$$A = \frac{X_1 + X_3 - X_4}{2}, B = X_1 - A, C = X_3 - A, D = X_2 - C$$

其中: X_1, X_2, X_3, X_4 为测得的射线值的总和。

实现方法: 若断层如图 2 所示。

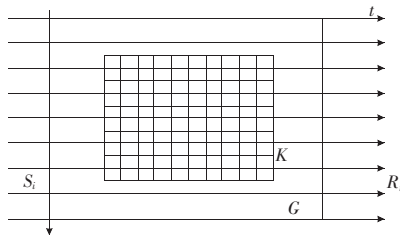


图 2 图像 K 分成 $m \times n$ 小方格

G 为断层图像, K 是其中一个窗口, 得到 K 的图像, 实际是将图像 K 分成 $m \times n$ 个小方格(像素), 并求出 K 中各像素的灰度值。具体步骤如下:

(1) 求断面全部像素值 S_M , 用于平行线束, 穿过断面得到一组射线信息, 射线间的距离等于二像素间的距离, 则过 R_i 的射线值为:

$$R_i = \int_c f(t_i, s) ds = \int_0^{t_i} f(t_i, s) ds$$

则 $S_M = \sum R_i$, S_M 即为全部像素的值。

(2) 建立 4 个独立方程, 平移坐标轴, 把断面 G 分成 A、B、C、D 4 个单元(见图 4(a)), 用平行投影法得

$$A+B=X_1 \tag{1}$$

$$C+D=S_M-X_1=X_2 \tag{2}$$

式中, $A+B$ 及 $C+D$ 分别为 a_1 到 a_2 , a_2 到 a_3 间所有水平的平行射线信息的总和。若将平行线转成垂直方向, 则可得到 $A+C$ 的值, 即

$$A+C=X_3$$

方程 $X_4=B+C$, 从图 4(a)中看出 X_4 值应为 G 平面内 1、3 象限所有像素的总和。投影值的搜集见图 3。在圆心为 e、半径为 R(R 大于 G 的对角距离)的 1/4 圆周上, 放一组聚焦射线源, 焦点为圆心 e, 在与之对应的 1/4 圆周上放一组接收单元。根据这 90°角内所得的射线值, 得到第 1、3 象限内所有像素值的总和, 即 $X_4=B+C$ 。

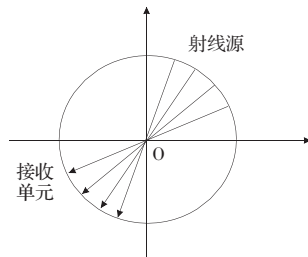


图 3 投影值的搜集

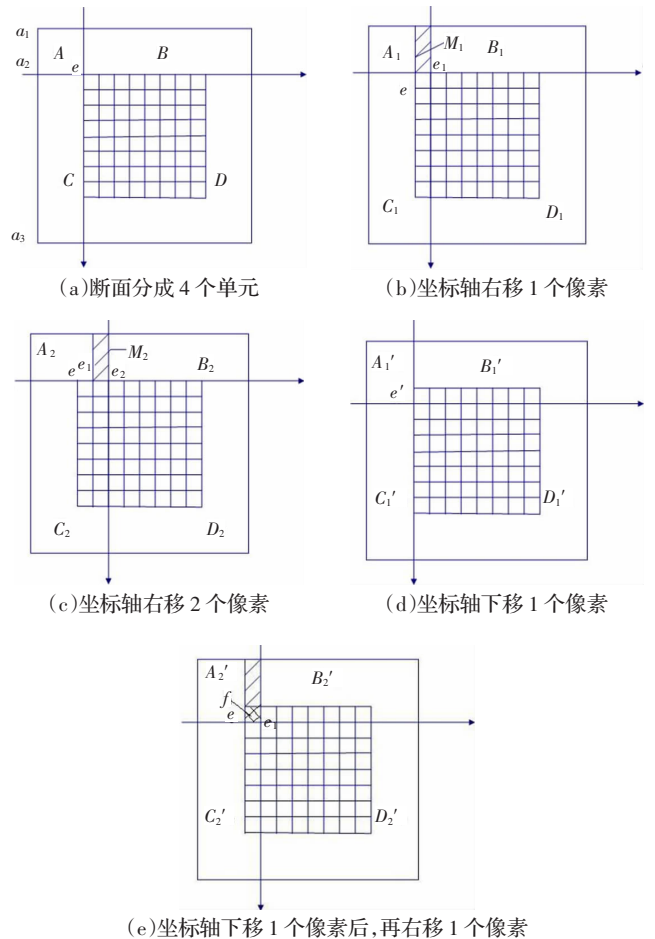


图 4 步骤描述示意图

将以上 4 个方程联立, 就可求出 A、B、C、D 4 个单元的值。

(3) 接下来把坐标轴右移一个像素到 e_1 (图 4(b)), 重复步骤

2, 可得到 A_1, B_1, C_1 和 D_1 各单元值。令 $M_1 = B - B_1$ 。它代表图 4(b) 中斜线表示的一小块各像素值的总和。把坐标轴再右移一个像素(图 4(c))重复步骤 2, 得 A_2, B_2, C_2 和 D_2 , 逐令 $M_2 = B_1 - B_2, \dots$, 依次类推, 直到移至窗口最后一点 e_n , 这样就得到 M_1, M_2, \dots, M_n 。

(4) 再把坐标轴沿原点 e 垂直下移一个像素到 e' (图 4(d)), 同样可得到 A_1', B_1', C_1' 和 D_1' 的值。同理, 若把坐标轴右移一个像素到 e_1' (图 4(e)), 得 A_2', B_2', C_2' 和 D_2' , 令 $M_1' = B_1' - B_2'$, 则 $M_1' - M_1$ 即为像素 f_1 的值。同理可由 $M_2' - M_2$ 得到 f_2 , 当坐标连续右移, 逐次可得 f_3, f_4, \dots, f_n 。当一行结束后再依次进行下一行, 这样逐行扫描, 直到求出全部像素值。

4 实验与评价

为了验证该文提出的算法, 利用计算机模拟“四像元法”编程, 图像采用 128×128 的位图表示。图 5 为人体头部断面图像模拟的原始数据, 图 6 为采用四像元法重建图像。

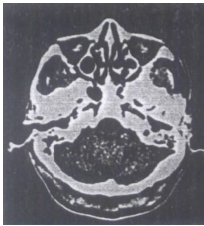


图 5 个体头部断面图像模拟的原始数据

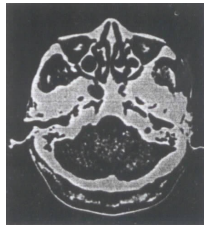


图 6 采用四像元法重建图像

表 1 给出算法及实现算法复杂度比较, 使之对求解速度有一个概念。

(上接 140 页)

弱或重复等情况, 利用一个具有显著特征的参考点进行视觉方向导航, 使视觉技术与惯性导航系统相结合进行机器人方向导航。该文方法只需要一个参考点, 具有较强的环境适应能力和很好的计算效率。实验结果表明该方法大大减小了传统导航方法带来的方向误差, 具有较高的导航精度和实用价值。由于存在图像遮挡和机器人自身定位误差等影响, 在后继研究中可以采用 EKF 或 UKF 等非线性滤波方法进行融合估计, 以提高系统的精度和鲁棒性。

参考文献:

- [1] 马颂德, 张正友. 计算机视觉—计算理论与算法基础[M]. 北京: 科学出版社, 1998.
- [2] Tomono M, Yuta S. Mobile robot navigation in indoor environments using object and character recognition[C]//Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation. San Francisco, CA, USA: IEEE, 2000: 313-320.
- [3] Saeedi P, Lawrence P D, Lowe D G. Vision-based 3-D trajectory tracking for unknown environments[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2006, 22(1): 119-136.
- [4] DeSouza G N, Kak A C. Vision for mobile robot navigation: A survey[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2002, 24(2): 237-267.
- [5] Davison A J, Reid I D, Molton N D, et al. MonoSLAM: Real-time

表 1 算法与计算复杂度

算法	计算复杂度(设图像 $M=N \times N$)
Fourier 变换 重构算法	需二次 FFT, 一次 IFFT 复数乘法次数: $\frac{3}{2} M \log_2 M = 3N^2 \log_2 N$ 复数加法次数: $3M \log_2 M = 2N^2 \log_2 N$
代数分式法	设 $M=N \times N$ 个像素共 m 个方程, 每个方程 n 个像素, 全部计算一遍, 并对每个像素作误差校正, 共需 $N^3 + 3N^2$ 次加法, $2N^2$ 次除法
多聚焦投影 重建算法 ^[4]	第 1 步中乘法次数 $2N(N+1) \log_2 N$; 第 2 步中乘法次数 $PN(N+1) \log_2 N$, P 需设定; 第 3 步中乘法次数 $2PN(N+1)$; 第 4 步中乘法次数 $N(N+1) \log_2 N$
四像元法	因此, 总计算量与 $P(N+1) \log_2 N$ 同数量级 由于每次只计算 4 个单元值, 即只需 4 次加(减), 1 次除 2 运算, 则 M 个像素至多需: $6M(=6N^2)$ 加(减)和 N^2 次除 2 运算

5 结束语

显然, 采用四像元法, 使一个十分复杂的求值问题简化了。这是优化重构图像求解算法的新思路, 希望能在拓宽投影重构图像理论中起到抛砖引玉的作用。

参考文献:

- [1] 李介谷, 施鹏飞, 刘重庆, 等. 图像处理技术[M]. 上海: 上海交通大学出版社, 1988: 173-185.
- [2] Zeng G L, Gullberg G T. Fan-beam reconstruction for a spatially focal length colimator[J]. IEEE Trans on Med Imag, 1993, 12(3): 575-585.
- [3] Zeng G L, Gullerg G T. A backprojection filtering algorithm for a spatially focal length colimator[J]. IEEE Trans on Med Imag, 1994, 13(3): 549-556.
- [4] 尤江生, 李毅, 包尚联. 由多聚焦投影进行图像重建[J]. 中国图象图形学报, 1998(8): 666-669.
- [5] single camera SLAM[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2007, 29(6): 1052-1067.
- [6] 谢绍丽, 董绪荣. 基于 GPS/INS 空对地定位系统的误差分析和精度估计[J]. 测绘通报, 2005, 4: 30-32.
- [7] Schmid C, Mohr R, Bauckhage C. Evaluation of interest point detectors[J]. International Journal of Computer Vision, 2000, 37(2): 151-172.
- [8] Sun D B, Crassidis J L. Observability analysis of six degree of freedom configuration determination using vector observations[J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 2002, 25(6): 1149-1156.
- [9] Zhang Z Y. A flexible new technique for camera calibration[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2000, 22(11): 1330-1334.
- [10] Sun D B. Dead-reckoning/vision integrated navigation for mobile robot[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2003, 10(2): 145-150.
- [11] Aono T, Fujii K, Hatsumoto S, et al. Positioning of vehicle on undulating ground using GPS and dead reckoning[C]//Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation. Leuven, Belgium: IEEE, 1998: 3343-3348.
- [12] Lu C P, Hager G D, Mjolsness E. Fast and globally convergent pose estimation from video images[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2000, 22(6): 610-622.
- [13] Chen Z C, Birchfield S T. Qualitative vision-based mobile robot navigation[C]//Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation. Orlando, Florida: IEEE, 2006: 2686-2692.