

# 结合图像融合的 PCA 与 NMF 相融合的人脸识别

尹张飞,李谢华,宁国强

YIN Zhang-fei,LI Xie-hua,NING Guo-qiang

湖南大学 计算机与通信学院,长沙 410082

School of Computer and Communication,Hunan University,Changsha 410082,China

E-mail:crisis2003@163.com

**YIN Zhang-fei,LI Xie-hua,NING Guo-qiang.**Fusion of PCA and NMF combined with image fusing for face recognition.  
Computer Engineering and Applications,2009,45(32):144–146.

**Abstract:** A new fusion of PCA and NMF combined with image fusing for face recognition method is proposed.The original images are decomposed into high-frequency and low-frequency components by wavelet transform.PCA is used to subtract the features of the lowest-frequency subimage.To the others,although they contain less energy than lowest-frequency subimage,they contain important information about classification.NMF is used to subtract the features of the fusing image.The nearest neighbor classifier is used to classification.And fusing the classification with weight.Experimental results show the method can improve face recognition rate.

**Key words:** wavelet transform;image fusion;Principal Component Analysis(PCA);Non-negative Matrix Factorization(NMF)

**摘要:**提出一种结合图像融合的 PCA 与 NMF 相融合的人脸识别的识别方法。采用小波变换对图像进行处理,对于包含主要信息的低频子图用 PCA 进行特征抽取,而其他三个高频子图,虽然描述信息相对较少但包含重要的分类信息。为了减少计算量,对高频子图进行图像融合,再用 NMF 进行特征抽取,采用最近邻分类方法进行分类。最后对这两个识别结果进行加权处理,得到最终的识别结果。实验证明可以有效地提高识别率。

**关键词:**小波变换;图像融合;主成分分析(PCA);非负矩阵分解(NMF)

**DOI:**10.3778/j.issn.1002-8331.2009.32.045   **文章编号:**1002-8331(2009)32-0144-03   **文献标识码:**A   **中图分类号:**TP391.41

人脸识别作为一种主要的身份识别手段,可广泛应用于身份识别、人机交互等方面,使人脸识别技术成为一个热门的研究话题。虽然在这方面的研究已经取得了一些可喜的成果,但在实际应用中仍然面临许多严峻的问题。

过去的几十年,出现了很多优秀的算法。Kirby 等<sup>[1]</sup>首先把主成分分析(Principal Component Analysis,PCA)应用到人脸识别,Turk 等<sup>[2]</sup>把它发展成为特征脸方法。Lee 等<sup>[3]</sup>提出了一种非负矩阵分解(Non-Negative Matrix Factorization,NMF)算法来学习脸部分量或部件,该算法对矩阵引入非负性约束,允许由基图像或部件的加法来构成,不允许减法或加减法组合的出现。

该文提出一种结合图像融合的 PCA 与 NMF 相融合的人脸识别的识别方法。首先采用小波变换对源图像进行处理,得到 4 个子图。对于 LL 子图,采用 PCA 进行特征抽取,而其他 3 个高频子图,为了减少计算量,采用基于领域窗口的方法进行融合,再采用 NMF 方法进行特征抽取。然后用最近邻分类方法分别进行分类。最后通过计算融合子图的熵和 LL 子图的熵的比值作为它们的加权值进行处理。实验证明,这种方法能够取得比较好的识别率。

## 1 理论基础

### 1.1 PCA 方法

设人脸图像  $F(x,y)$  为  $M \times N$  的灰度图像,将其按列相连构

**作者简介:**尹张飞(1984-),男,硕士研究生,主要研究方向为模式识别;李谢华(1978-),女,博士,主要研究方向为模式识别、网络安全、无线通信;

宁国强(1985-),男,硕士研究生,主要研究方向为模式识别。

收稿日期:2008-12-23   修回日期:2009-03-09

成一个大小为  $D=M \times N$  的列向量。设  $\mathbf{x}_i$  表示第  $i$  幅人脸图像形成的向量, $p$  表示训练样本的数目,则  $p$  幅图像的平均值向量为:

$$\bar{\mathbf{u}} = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^p \mathbf{x}_i \quad (1)$$

样本形成的协方差矩阵为:

$$\mathbf{S}_r = \sum_{i=1}^p (\mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{u}})(\mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{u}})^T \quad (2)$$

令  $\mathbf{A}=[\mathbf{x}_1 - \bar{\mathbf{u}}, \mathbf{x}_2 - \bar{\mathbf{u}}, \dots, \mathbf{x}_p - \bar{\mathbf{u}}]$ , 则  $\mathbf{S}_r = \mathbf{A}\mathbf{A}^T$ , 其维数为  $D \times D$ 。因为直接求解是很困难的,所以一般采用奇异值分解定理来求解。

根据 SVD 定理,设  $l_i$  ( $i=1, 2, \dots, r$ ) 为矩阵  $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$  的  $r$  个非零特征值,  $\mathbf{v}_i$  为对应的特征向量,那么  $\mathbf{A}\mathbf{A}^T$  的正交归一特征向量  $\mathbf{m}_i$  为:

$$\mathbf{m}_i = \frac{1}{\sqrt{l_i}} \mathbf{A}\mathbf{v}_i, i=1, 2, \dots, r \quad (3)$$

则特征脸空间为:  $\mathbf{w}=(\mathbf{m}_1, \mathbf{m}_2, \dots, \mathbf{m}_r)$ 。

### 1.2 NMF

对一个非负矩阵  $\mathbf{V}$ , 可以把它分解为一个  $M \times R$  的矩阵  $\mathbf{W}$  和一个  $R \times N$  的矩阵  $\mathbf{H}$  的乘积。

$$\mathbf{V} \approx \mathbf{WH} \quad (4)$$

其中,  $\mathbf{W}$  的  $R$  列为基图像,  $\mathbf{H}$  的每一列为编码, 与  $\mathbf{V}$  中一张人脸一一对应, 一张人脸图像是由基图像的线性组合构成。这种基于基向量组合的表现形式, 表现了人类思维中的“局部构成整体的”概念。

当 NMF 采用  $\mathbf{V}$  的散度来近似  $\mathbf{Y} = \mathbf{WH}$  时, NMF 算法等价于求解如下的优化问题<sup>[4]</sup>:

$$\min D(\mathbf{V} \| \mathbf{WH}) = \min_{\mathbf{W}, \mathbf{H}} D(\mathbf{V} \| \mathbf{Y}) = \sum_{i,j} (v_{ij} \log \frac{v_{ij}}{y_{ij}} - v_{ij} + y_{ij}) \quad (5)$$

其中,  $\mathbf{W}, \mathbf{H}$  满足关系式  $\sum_{i=1}^n w_{ij} = 1, \forall j, \mathbf{W}, \mathbf{H} \geq 0$ 。

对于上式, 可采用交替梯度投影法求解, 得到的迭代公式如下:

$$\mathbf{W}_{ia} = \mathbf{W}_{ia} \sum_{\mu} \frac{V_{i\mu}}{(\mathbf{WH})_{i\mu}} H_{a\mu} \quad (6)$$

$$\mathbf{W}_{ia} = \frac{\mathbf{W}_{ia}}{\sum_j \mathbf{W}_{ja}} \quad (7)$$

$$H_{a\mu} = H_{a\mu} \sum_i W_{ia} \frac{V_{i\mu}}{W_{i\mu}} \quad (8)$$

通过上述步骤获取了 NMF 的基图像作为特征子空间  $\mathbf{W}$  之后, 采用公式可以将人脸图像  $\mathbf{X}$  映射到该子空间以提取人脸的特征。

$$\mathbf{H} = \mathbf{W}^{-1} \mathbf{X} \quad (9)$$

### 1.3 基于领域窗口的融合

选取领域能量作为领域测度参数进行融合处理。领域能量的大小  $E$  定义如下:

$$S(m, n) = \sum_{m' \in J, n' \in K} w(m', n') [D(m+m', n+n')]^2 \quad (10)$$

其中,  $S(m, n)$  表示以  $(m, n)$  为中心位置的图像领域能量,  $D$  表示图像,  $w(m', n')$  表示窗口函数,  $J, K$  表示领域的大小,  $m', n'$  在  $J, K$  范围内变化。

定义两幅图像( $A$  和  $B$ )对应的领域的匹配度  $M_{AB}(m, n)$  为:

$$M_{AB}(m, n) = \frac{2 \sum_{m' \in J, n' \in K} w(m', n') D_A(m+m', n+n')} {S_A(m, n) + S_B(m, n)} \quad (11)$$

同时, 定义一个匹配度阈值  $\alpha$ , 一般取 0.5~1, 这里取  $\alpha=0.75$ , 那么融合后的图像  $D_F$  为:

如果  $M_{AB}(m, n) < \alpha$ , 则

$$\begin{cases} D_F(m, n) = D_A(m, n), & \text{当 } S_A(m, n) \geq S_B(m, n) \\ D_F(m, n) = D_B(m, n), & \text{当 } S_A(m, n) \leq S_B(m, n) \end{cases} \quad (12)$$

如果  $M_{AB}(m, n) \geq \alpha$ , 则

$$\begin{cases} D_F(m, n) = w_{\max}(m, n) D_A(m, n) + w_{\min} D_B(m, n), & \text{当 } S_A(m, n) \geq S_B(m, n) \\ D_F(m, n) = w_{\min}(m, n) D_A(m, n) + w_{\max} D_B(m, n), & \text{当 } S_A(m, n) < S_B(m, n) \end{cases} \quad (13)$$

其中,

$$\begin{cases} w_{\min}(m, n) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \left( \frac{1 - M_{AB}(m, n)}{1 - \alpha} \right) \\ w_{\max}(m, n) = 1 - w_{\min}(m, n) \end{cases} \quad (14)$$

文中采用  $3 \times 3$  的领域窗口进行处理。

## 2 结合图像融合的PCA与NMF相融合的人脸识别

### 2.1 小波变换及图像处理

小波变换具有良好的时频域局部性能和多分辨率分析等

优点, 图像可通过小波变换很好地表征在空间与频率域中, 并且小波分解可以降低图像的分辨率从而相应地减少计算量。图像经过一层小波分解后, 可以得到 4 个子图。文中采用 db1 小波进行一层小波分解。

按照小波理论, LL 表示图像在水平和垂直方向的低频信息, 集中了原图像的能量, 是原图像的近似; HL 表示图像的水平高频信息及垂直低频信息, 主要是刻画人脸的表情特征; LH 表示图像的水平低频信息及垂直高频信息, 主要是刻画人脸的姿势; HH 则表示图像的水平和垂直高频信息, 主要是刻画人脸的整体特征。因此, 可以得知, 低频子图像包含了原始图像的主要描述信息, 高频子图像的描述信息相对较少。但由于高频子图像包含了重要的分类信息, 对模式分类起着不可忽视的作用<sup>[5]</sup>。

对于通过小波变换生成的 4 个子图, 由于 LL 子图具有比较多的图像能量, 不对其进行处理。对于其他 3 个高频子图, 由于其含有的信息量比较少, 对它们分别进行处理比较麻烦。所以, 对其他 3 个子图进行图像融合, 成为 1 个子图, 以减少计算量。

由于基于领域窗口的融合方式考虑了图像像素与它相邻像素高度相关, 降低了对边缘的敏感性, 可以获得比较好的视觉特性, 并且让融合图像的细节更丰富。因此, 采用这种方式对高频子图进行融合。

因为 HH 子图含有原图像的能量最小, 所以先对 HL 子图和 LH 子图用基于领域窗口的方法进行融合, 再把融合后的子图与 HH 子图进行融合, 形成一个新的子图  $W$ , 通过实验发现, 新子图含有比未融合前更多的能量。

### 2.2 分类方法及加权融合

PCA 是基于整体的一种识别方法, 而 NMF 是一种基于局部构成整体的方法, LL 子图含有整体能量比较多, 用 PCA 进行特征处理, 融合子图含有细节能量比较多, 用 NMF 进行特征抽取。然后采用最近邻分类器进行分类。假设训练的 LL 子图抽取的特征矩阵为  $\mathbf{Y}_1^{\text{pca}}, \mathbf{Y}_2^{\text{pca}}, \dots, \mathbf{Y}_n^{\text{pca}}$ , 融合子图获得的特征矩阵为  $\mathbf{Y}_1^{\text{nmf}}, \mathbf{Y}_2^{\text{nmf}}, \dots, \mathbf{Y}_n^{\text{nmf}}$ ,  $\mathbf{Y}^{\text{pca}}, \mathbf{Y}^{\text{nmf}}$  为测试样本特征矩阵:

$$d_{\text{pca}}(\mathbf{Y}^{\text{pca}}, \mathbf{Y}_k^{\text{pca}}) = \|\mathbf{Y}^{\text{pca}} - \mathbf{Y}_k^{\text{pca}}\| \quad (15)$$

$$d_{\text{nmf}}(\mathbf{Y}^{\text{nmf}}, \mathbf{Y}_k^{\text{nmf}}) = \|\mathbf{Y}^{\text{nmf}} - \mathbf{Y}_k^{\text{nmf}}\| \quad (16)$$

因为 LL 子图与融合子图所包含的能量不同, 两者不能作同样的处理, 所以需要对参数的距离值进行加权处理。这里采用图像的熵的比值作为加权的依据, 图像的熵的定义为:

$$E = \sum_{g=0}^{L-1} p(g) \text{lbp}(g) \quad (17)$$

其中,  $L$  表示图像总的灰度级数,  $p(g)$  表示灰度值为  $g$  的像素数  $N_g$  与图像总像素  $N$  比值:

$$p(g) = \frac{N_g}{N} \quad (18)$$

设经小波变换后所有的 LL 子图的平均熵值为  $\bar{E}_{\text{ll}}$ , 融合子图的平均熵值为  $\bar{E}_{\text{mgr}}$ 。则最后的融合结果为:

$$d = \min(d_{\text{pca}} + \frac{\bar{E}_{\text{mgr}} - d_{\text{nmf}}}{\bar{E}_{\text{mgr}}}) \quad (19)$$

测试样本与哪个样本距离最近, 则属于哪个样本。

## 3 实验

实验选用 ORL 人脸库, ORL 人脸库中包含了 40 个人, 每

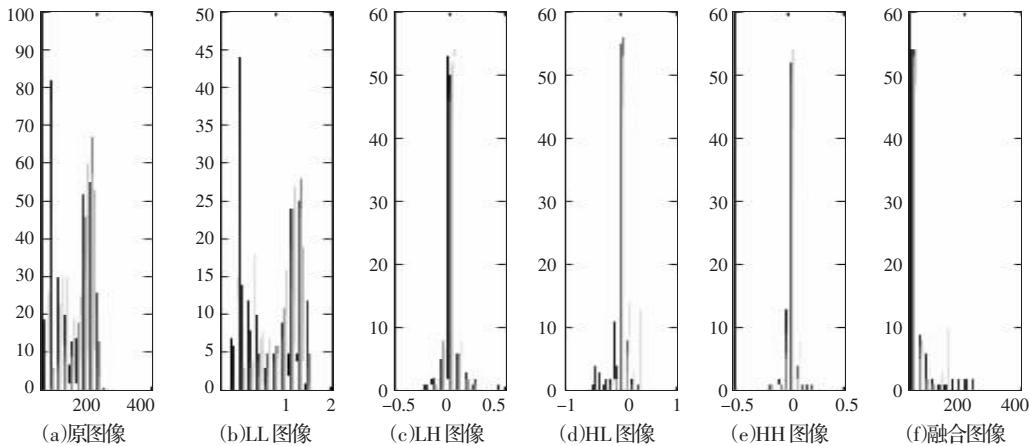


图 2 图像的直方图

人 10 幅图像。选取每个人的 5 个样本进行训练,剩下的图像作为测试样本。

仿真实验计算环境为:Matlab 7.1,3.0 GHz Intel Pentium 4, 512 MB 内存。

图 1 中(a)为原图像,(b)为经过 db1 小波一级分解后的图像,(c)是 3 个高频率子图融合后的图像。图 2 中(a)为原图像的直方图,(b)为 LL 子图的直方图,(c)为 HL 子图的直方图,(d)为 LH 子图的直方图,(e)为 HH 子图的直方图,(f)为融合子图的直方图。通过直方图发现,LL 子图包含了原图像大部分能量,而其他 3 个子图包含的能量比较少,但经过融合后,具有比较多的能量,因此具有一定的识别意义。因为它所包含的能量比 LL 子图仍然比较少,所以需要采用加权处理,这也是加权意义的理论所在。

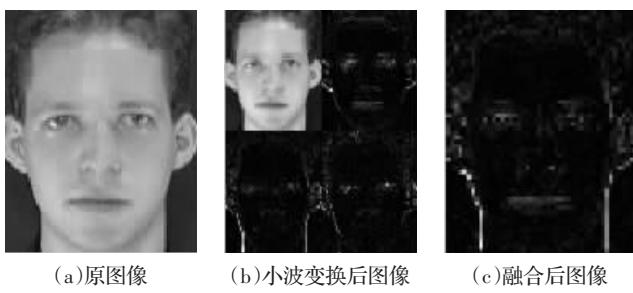


图 1 小波变换后的图像

为了对比,同时测试了应用图像融合而只用 PCA 来进行特征抽取的方法和只用 NMF 方法来进行特征抽取的方法。选取前 48 维的向量进行分析对比,如表 1。

表 1 三种识别方法对于 ORL 数据库的识别率

识别方法	识别率/ (%)
结合图像融合的 PCA 方法	90.7
结合图像融合的 NMF 方法	87.5
该文方法	93.2

除此之外,还用该文的方法和其他文献中提出的方法识别率进行对照,如表 2。

通过实验发现,该文方法优于 PCA 方法、FLD 方法和

表 2 不同方法对 ORL 数据库的识别率

识别方法	识别率/ (%)
PCA <sup>[6]</sup>	90.5
FLD <sup>[6]</sup>	91.5
NMF <sup>[7]</sup>	85.0
该文方法	93.2

NMF 方法,并且用 PCA 和 NMF 进行决策融合的方法又优于不融合的方法。

#### 4 结束语

提出了基于图像融合的 PCA 和 NMF 相结合的方法,该方法先通过小波变换进行分解,然后对 3 个高频率子图进行图像融合,用 PCA 和 NMF 分别对 LL 子图和融合子图进行特征抽取,通过最近邻判别规则,进行判别,最后同子图的平均熵的比值进行加权,来对最后的识别结果进行融合。通过实验发现,该方法优于 PCA 和 NMF 等方法。

#### 参考文献:

- [1] Kirby M,Sirovich L.Application of the Karhunen Loeve procedure for the characterization of human faces [J].IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence,1990,12(1):103–108.
- [2] Turk M,Pentland A.Eigenfaces for recognition[J].Journal of Cognitive Neuroscience,1991,3(1):72–86.
- [3] Lee D D,Seung H S.Learning the parts of objects by non-negative matrix factorization[J].Nature,1999,401(6755):788–791.
- [4] Lee D D,Seung H S.Algorithms for non-negative matrix factorization[C]//Advances in Neural Information Processing Systems.Cambridge, MA, USA:MIT Press,2001,13:556–562.
- [5] 荆晓远,杨静宇,黄修武.基于小波变换和群体决策方法识别人脸图像[J].计算机研究与发展,1999,36(1):34–35.
- [6] An G Y,Ruan Q Q.Novel mathematical model for enhanced fishers linear discriminate and its application to face recognition[C]//Proc of the 18th International Conference on Pattern Recognition.Hong Kong, China:[s.n.],2006.
- [7] Wang Y,Jia Y D,Hu C B,et al.Fisher non-negative matrix factorization for learning local features[C]//Proc of Asian Conference on Computer Vision.Korea:[s.n.],2004.