

# NMF 与 LDA 相结合的彩色人脸识别

白晓明<sup>1</sup>, 王成章<sup>2</sup>

BAI Xiao-ming<sup>1</sup>, WANG Cheng-zhang<sup>2</sup>

1. 首都经济贸易大学 信息学院, 北京 100070

2. 中央财经大学 应用数学学院, 北京 100081

1. College of Information, Capital University of Economics and Business, Beijing 100070, China

2. College of Applied Mathematics, Central University of Finance and Economics, Beijing 100081, China

E-mail: xmbai@cueb.edu.cn

**BAI Xiao-ming, WANG Cheng-zhang. Non-negative matrix factorization combined with linear discriminant analysis for color face recognition. Computer Engineering and Applications, 2009, 45(31): 5-8.**

**Abstract:** In order to improve the accuracy of color face recognition approach, non-negative matrix factorization is combined with linear discriminant analysis algorithm in this paper. Non-negative matrix factorization algorithm is employed to encode the color information of different channels of color face image. And base images are computed by the NMF algorithm. Linear discriminant analysis algorithm is exploited to compute the optimal discriminant subspace based on the factorization coefficients of face images. Nearest neighborhood classifier is adopted to identify the color face samples based on the projective coefficients on the subspace. Experimental results on CVL and CMU PIE color face databases verify the effectiveness of the proposed algorithm.

**Key words:** face recognition; non-negative matrix factorization; linear discriminant analysis

**摘要:** 为了提高彩色人脸识别的性能, 提出了一种非负矩阵分解与线性判别分析相结合的彩色人脸识别算法。首先采用非负矩阵分解算法对彩色人脸图像不同颜色通道的信息进行编码, 计算彩色人脸图像空间的基图像; 然后根据非负矩阵分解计算得到的图像分解系数, 融入人脸对象的类别信息, 采用线性判别分析算法计算最优的鉴别子空间; 最后以彩色人脸图像的投影系数为特征, 采用最近邻分类算法进行人脸识别。在 CVL 和 CMU PIE 人脸数据库上的实验结果验证了提出的彩色人脸识别算法的正确性和有效性。

**关键词:** 人脸识别; 非负矩阵分解; 线性判别分析

**DOI:** 10.3778/j.issn.1002-8331.2009.31.002 **文章编号:** 1002-8331(2009)31-0005-04 **文献标识码:** A **中图分类号:** TP391.41

## 1 前言

人脸识别在人物身份验证、环境监控、人机交互等方面有着非常广泛的应用, 在过去几十年大量的人脸识别研究中, 人脸图像的灰度(Gray Scale)信息被广泛地应用于对象的分类识别<sup>[1]</sup>。最近, 越来越多的研究者开始利用人脸图像的彩色信息(Color)来提高人脸识别算法的性能<sup>[2-3]</sup>。Creed 等人<sup>[4]</sup>在他们的彩色人脸识别研究中, 首先将彩色人脸图像变换到单一的灰度图像模式, 然后基于灰度图像进行彩色人脸的识别。在后来的研究中<sup>[5]</sup>, 他们又将 Gabor 滤波器扩展到彩色人脸图像上, 用于人脸的识别研究。Torres 等人<sup>[6]</sup>将传统的主成分分析算法拓展到彩色人脸识别研究。首先将彩色人脸的三个颜色通道分别表示成向量的形式, 然后在每个颜色通道上进行人脸的分类, 最后融合三个通道的分类结果作为最终的彩色人脸识别结果。Yang 等人<sup>[7]</sup>提出了一种统一的彩色人脸识别模型, 这种模型采用一组彩色分量的组合系数来表示人脸, 通过这组组合系数将

彩色人脸的三个颜色通道变换到一个通道, 最后以一维向量的形式来表示彩色人脸, 并用于最后的彩色人脸识别。Wang 等人<sup>[8]</sup>提出了一种基于二维主成分分析的彩色人脸识别算法。算法采用一种矩阵表示模型来描述彩色人脸图像, 基于该模型采用二维主成分分析的方法计算对应的彩色特征人脸, 最后以彩色人脸图像在特征空间上的投影系数为特征进行人脸识别。Rajapakse 等人<sup>[9]</sup>提出了一种基于非负矩阵分解的彩色人脸识别算法。他们对传统的非负矩阵分解算法进行了改进, 通过对彩色人脸图像进行非负矩阵分解, 分别对各个颜色通道进行编码, 然后将这些特征向量投影到稀疏的子空间, 最后通过融合各个颜色通道的识别结果进行人脸识别。由于非负矩阵分解算法对基图像矩阵和分解系数矩阵增加了非负约束, 从而可以学习人脸图像的部分(Parts)特征并可将其线性组合在一起重构整幅(Whole)人脸图像。算法在计算过程中只有加法运算, 没有减法运算, 更加符合线性组合运算的基本思想, 对高维图像数

**基金项目:** 国家自然科学基金青年基金(the National Nature Science Foundation of China under Grant No.10801004)。

**作者简介:** 白晓明(1976-), 女, 博士, 讲师, 主要研究领域为模式识别, 计算机图形学; 王成章(1977-), 男, 博士, 讲师, 主要研究领域为计算机视觉, 模式识别。

**收稿日期:** 2009-08-05 **修回日期:** 2009-09-07

据能产生有效的表示和降维,同时对光照、表情和姿态的变化具有较好的鲁棒性。Rajapakse 等人虽然将非负矩阵分解算法引入到了彩色人脸识别研究,但他们的算法仍然是在图像重构意义下进行彩色人脸图像的降维和分类识别,并未充分利用到人脸对象的类别信息。在人脸识别研究中,线性判别分析算法在学习过程中融入了人脸对象的类别信息,通过建立最优的鉴别子空间,使得投影数据达到类内距最小、类间距最大化,从而更加有利于人脸对象的分类识别。

鉴于此,在非负矩阵分解算法<sup>[9]</sup>的基础上,提出了一种非负矩阵分解与线性判别分析相结合的(Non-negative Matrix Factorization Combined with Linear Discriminant Analysis, NMF-LDA)彩色人脸识别算法。基于 NMF 算法的基本思想, NMF-LDA 算法首先采用非负矩阵分解算法计算彩色人脸图像在各个颜色通道上的基图像矩阵和分解系数矩阵;然后,根据彩色人脸图像的分解系数,融入人脸对象的类别信息,采用线性判别分析的方法计算最优的鉴别子空间;最后,以人脸样本在鉴别子空间上的投影为特征进行彩色人脸识别。

## 2 非负矩阵分解

非负矩阵分解算法的关键在于其在基图像矩阵和分解系数矩阵上增加了非负约束,算法能够学习人脸图像的部分(Parts)特征,并可将这些特征线性组合在一起重构整幅人脸图像。假设有  $m$  个人脸图像分别为  $X_1, X_2, \dots, X_m$ , 其中  $X_i \in \mathfrak{R}^n$ , 为第  $i$  幅人脸图像的数据向量。将  $m$  个人脸图像组合在一起构成所有人脸图像的数据矩阵  $V=[X_1, X_2, \dots, X_m]$ 。其中  $V \in \mathfrak{R}^{n \times m}$ 。为了对人脸图像数据进行降维处理,非负矩阵分解算法将矩阵  $V$  分解为两个非负矩阵  $W$  和  $H$  的乘积,即:

$$V_{\mu} \approx (WH)_{\mu} = \sum_{k=1}^r W_{\mu k} H_{k\mu}$$

其中  $r$  为矩阵分解的级数(Rank)。矩阵  $W$  为非负矩阵分解的基矩阵,其每一列为一幅基图像。矩阵  $H$  为非负矩阵分解的分解系数矩阵。 $W$  和  $H$  的维数分别为  $n \times r$  和  $r \times m$ 。为了寻找因子矩阵  $W$  和  $H$ ,非负矩阵分解算法设计了如下的目标函数:

$$D(A \parallel B) = \sum_{i,j} A_{ij} \log \frac{A_{ij}}{B_{ij}} - A_{ij} + B_{ij}$$

进而,非负矩阵分解算法转化成如下的优化问题:

$$\arg \min D(V \parallel WH) \quad \text{s.t. } W \geq 0, H \geq 0$$

为了计算因子矩阵  $W$  和  $H$ ,可以采用如下的乘法迭代准则<sup>[9]</sup>:

$$W_{ik} \leftarrow W_{ik} \sum_{\mu=1}^m \frac{V_{\mu} H_{k\mu}}{(WH)_{\mu}} H_{k\mu}, W_{ik} \leftarrow \frac{W_{ik}}{\sum_{j=1}^n W_{jk}} H_{ik} \leftarrow H_{ik} \sum_{j=1}^n W_{jk} \frac{V_{jk}}{(WH)_{jk}}$$

## 3 非负矩阵分解与线性判别分析相结合的彩色人脸识别

为了在彩色人脸识别中融入人脸对象的类别信息,建立最优的鉴别子空间,提高人脸对象的分类识别效果。在非负矩阵分解算法的基础上,融入线性判别分析算法来提取彩色人脸图像的分类特征,并基于最近邻分类的原则完成彩色人脸的分类识别。算法的整体框架如图 1 所示。

对训练数据集中的每一幅彩色人脸图像分解出其对应的 R, G, B 分量,然后将对应相同分量的所有训练图像组合在一

起构成人脸图像的数据矩阵  $V$ ,各个颜色通道分别采用非负矩阵分解算法计算对应的基图像和分解系数。以分解系数为基础数据,采用线性判别分析算法寻找最优的鉴别子空间,计算系数的最优投影矩阵。识别过程中,将 Gallery 数据集中的彩色人脸图像和测试图像分别向彩色基图像构成的空间中投影,计算得到对应的图像分解系数,然后将分解系数向最优的鉴别子空间投影,计算得到投影系数。最后以鉴别子空间上的投影系数为特征,采用最近邻分类算法进行人脸识别。

### 3.1 彩色人脸图像的非负矩阵分解

彩色人脸图像不同于灰度图像,在每一个像素点处由 R, G, B 三个不同通道的颜色信息共同构成。类似于 Rajapakse 等人<sup>[9]</sup>的算法,将彩色人脸图像三个通道的颜色信息等同对待,采用非负矩阵分解算法计算对应的基图像和图像分解系数。具体地:

假设训练数据集中共有分属于  $C$  个不同人脸对象的  $m$  幅彩色人脸图像:  $\{F_1, F_2, \dots, F_m\}$ 。每一幅彩色人脸图像  $F_i (i=1, 2, \dots, m)$  对应三个颜色通道的数据矩阵:  $\{F_i^{(R)}, F_i^{(G)}, F_i^{(B)}\}$ , 其中  $F_i^{(R)}, F_i^{(G)}, F_i^{(B)} \in \mathfrak{R}^{n_1 \times n_2}$  分别表示彩色人脸图像 R, G, B 三个不同通道的分量数据。将  $m$  个彩色人脸图像对应相同颜色通道的分量数据分别组合在一起构成图像的数据矩阵  $V^{(l)}=[X_1^{(l)}, X_2^{(l)}, \dots, X_m^{(l)}]$ 。其中  $l \in \{R, G, B\}$ ,  $V^{(l)} \in \mathfrak{R}^{n \times m}$  ( $n=n_1 \times n_2$ ) 的每一列表示一幅彩色人脸图像对应颜色通道的分量数据,即:  $X_i^{(l)}$  为  $F_i^{(l)}$  数据的列向量表示。

对于每一个  $V^{(l)} (l \in \{R, G, B\})$ ,采用第 2 章中介绍的非负矩阵分解算法可以将其分解为两个非负矩阵的乘积形式,即  $V^{(l)}$  分解为  $W^{(l)}$  和  $H^{(l)}$  的乘积。 $W^{(l)}=[w_1^{(l)}, w_2^{(l)}, \dots, w_r^{(l)}]$  即为对应的基图像矩阵,其每一列表示一幅基图像。 $H^{(l)}=[h_1^{(l)}, h_2^{(l)}, \dots, h_m^{(l)}]$  即为对应的图像分解系数矩阵。将基图像三个颜色通道的分量数据组合在一起即可得到对应的彩色基图像。

### 3.2 分解系数的线性判别分析

计算得到训练数据集中人脸图像的分解系数后,融入人脸对象的类别信息,根据人脸图像的分解系数,采用线性判别分析算法学习最优的鉴别子空间。具体地:

对于分属于  $C$  个不同人脸对象的  $m$  幅彩色人脸图像:  $\{F_1, F_2, \dots, F_m\}$ , 首先将三个颜色通道的分解系数组合在一起表示成向量的形式。对于第  $i$  幅彩色人脸图像  $F_i (i=1, 2, \dots, m)$ , 其对应的图像分解系数表示为  $Y_i = ((h_i^{(R)})^T, (h_i^{(G)})^T, (h_i^{(B)})^T)^T$ , 其中  $Y_i \in \mathfrak{R}^{3 \times 1}$ 。

假定  $\{Y_1, Y_2, \dots, Y_m\}$  表示分属于  $C$  个不同人脸对象的  $m$  个图像的分解系数。 $c_j$  表示第  $j$  个人脸对象类的彩色图像的个数 ( $1 \leq j \leq C$ )。  $M_j$  表示第  $j$  个人脸对象类的图像分解系数的均值,

$$M_j = \frac{1}{c_j} \sum_{k=1}^{c_j} Y_k^{(j)}$$

其中,  $Y_k^{(j)}$  表示第  $j$  类的第  $k$  个图像分解系数。 $M_0$  表示所有图像分解系数的均值,  $M_0 = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m Y_k$ 。

线性判别分析的目的是寻找一个投影矩阵  $P_{opt}$ , 将图像分解系数映射到特征空间,使得在映射后的特征空间中人脸对象的类间距最大化、类内距最小化。在文中,图像分解系数的类间

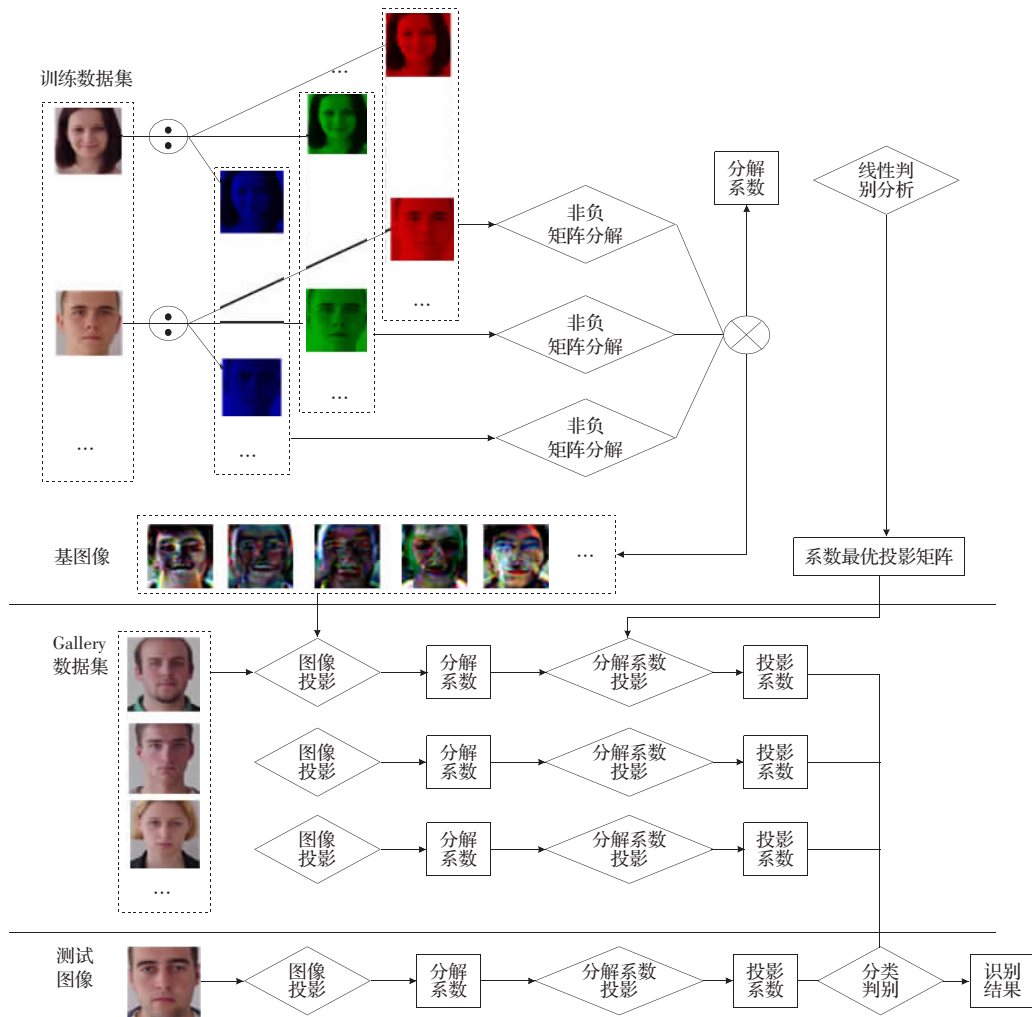


图1 算法的整体框架

散度矩阵和类内散度矩阵分别定义为:

$$D_b = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^C c_k (M_k - M_0)^T (M_k - M_0)$$

$$D_w = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^C \sum_{j=1}^{c_k} (Y_j^{(k)} - M_k)^T (Y_j^{(k)} - M_k)$$

线性判别分析算法就是要寻找一个最优的投影矩阵  $P_{opt}$ , 满足最优鉴别准则, 即:

$$P_{opt} = \arg \max_P \frac{P^T D_b P}{P^T D_w P}$$

$P_{opt}$  为由相互正交的列向量构成的投影矩阵。

在计算得到了基图像  $W^{(l)}$  ( $l \in \{R, G, B\}$ ) 和最优投影矩阵  $P_{opt}$  后, 一幅彩色人脸图像即可通过首先向基图像投影, 然后向最优鉴别子空间投影来提取人脸的分类特征。对于一幅彩色人脸图像  $F$ , 其三个颜色通道的数据矩阵为  $\{F^{(R)}, F^{(G)}, F^{(B)}\}$ , 则对应的分类特征向量为:

$$Z = P_{opt} \left( ((W^{(R)})^+ X^{(R)})^T, ((W^{(G)})^+ X^{(G)})^T, ((W^{(B)})^+ X^{(B)})^T \right)^T$$

其中  $(W^{(l)})^+$  为基图像矩阵的广义逆矩阵。假定  $Z_i$  和  $Z_j$  分别表示第  $i$  个和第  $j$  个彩色人脸图像对应的特征向量, 它们之间的距离定义为:  $d(Z_i, Z_j) = \|Z_i - Z_j\|_2$ 。训练样本对应的特征向量为  $\{Z_1, Z_2, \dots, Z_m\}$ , 给定一个测试样本, 对应的特征向量为  $Z_c$ 。

如果  $d(Z_i, Z_c) = \min_j d(Z_i - Z_j)$ 。那么分类识别的结果为: 测试样本隶属于  $Z_c$  所属的类。

#### 4 实验结果

为了验证提出的非负矩阵分解与线性判别分析相结合的彩色人脸识别算法的有效性, 分别在 CVL<sup>[10]</sup> 和 CMU PIE<sup>[11]</sup> 彩色人脸数据库上进行了实验。同时, 还在相同条件下采用基于非负矩阵分解的彩色人脸识别算法<sup>[9]</sup>进行了实验, 并对实验结果进行了比较分析。

CVL 人脸数据库包含有 114 个人的彩色人脸图像, 其中, 每个人有 7 幅大小为  $640 \times 480$  的彩色图像。7 幅图像中包含有从左侧面到右侧面的姿态变化和一定的表情变化。实验中, 从 114 个人, 每人 7 幅图像中随机地抽取 5 幅图像来构成算法的训练数据集 (Training Set), 其余的图像构成测试数据集 (Testing Set)。CMU PIE 人脸数据库包含有 68 个人在不同姿态、光照、表情下的彩色人脸图像。实验中, 选择每个人在“illum”子目录下标记为“\*\_07.ppm”的彩色人脸图像用于实验, 其中 68 个人, 每人 13 幅图像。从每人 13 幅图像中随机的选择 10 幅图像构成训练数据集, 其余的图像构成测试数据集。所有的彩色人脸图像均规格化为  $46 \times 50$  大小的标准图像。实验中参数  $r=32$ , 非负矩阵分解算法的循环迭代次数最大为 500。如图 2 所示为采用该文提出的彩色人脸识别算法, 在 CVL 数据库上计算得

到的部分彩色人脸基图像。



图2 算法的部分基图像

统计了两种彩色人脸识别算法在相同条件下的第一识别率(Top Match Score)<sup>[12]</sup>,结果如表1所示。其中“NMF-LDA”表示提出的算法,“NMF”表示文献[9]中的算法。实验中,分别采用两种识别算法进行了5次实验,最后的人脸识别结果为5次识别结果的平均值。

表1 第一识别率比较

彩色人脸数据库	NMF-LDA	NMF
CVL	91.1%	87.8%
CMU PIE	92.7%	90.5%

另外统计了相同条件下,两种彩色人脸识别算法的累积识别率(Cumulative Face Recognition Rate)<sup>[12]</sup>。如图3所示为两种算法在CVL数据库上的累积识别率统计结果。其中,横轴表示累积识别的级(Rank),纵轴表示累积识别率的结果。在这里,也是分别采用两种算法进行了5次实验,最后的识别结果为5次识别结果的平均值。如图4所示为两种算法在CMU PIE数据库上的识别结果。

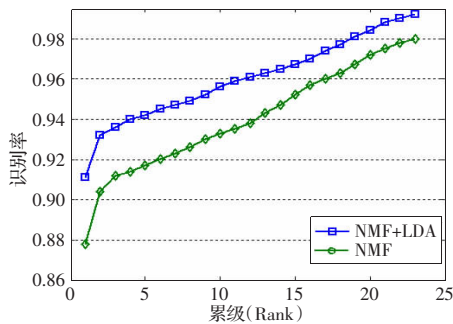


图3 CVL数据库上的累积识别率比较

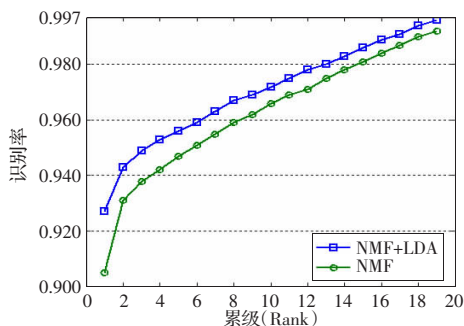


图4 PIE数据库上的累积识别率比较

实验结果表明,提出的非负矩阵分解与线性判别分析相结合的彩色人脸识别算法的识别效果要明显优于文献[9]提出的识别算法的识别效果。表1的统计结果表明,提出的彩色人脸识别算法在CVL数据库和CMU PIE数据库上的第一识别率均高于文献[9]提出的算法的识别率,提出的人脸识别算法更好地构建了人脸对象分类的鉴别子空间,使得彩色人脸对象在鉴别子空间中更加有利于分类和识别,进而进一步提高人脸识别

的准确率。图3和图4的统计结果表明,提出的人脸识别算法具有很好的鲁棒性,人脸识别的准确率随着累积级(Rank)的增加平稳的提高。

## 5 结论

提出了一种非负矩阵分解与线性判别分析相结合的彩色人脸识别算法。首先采用非负矩阵分解算法,对彩色人脸图像三个不同通道的图像数据进行编码,计算对应的人脸基图像和图像的分解系数;然后,融入人脸对象的类别信息,采用线性判别分析的算法计算图像分解系数的最优鉴别子空间;根据彩色人脸图像分解后在鉴别子空间上的投影向量为特征,采用最近邻分类的算法进行人脸识别。在CVL和CMU PIE彩色人脸数据库上的实验结果验证了提出的彩色人脸识别算法的合理性和有效性。

值得注意的是,提出的识别算法中基图像个数(参数 $r$ )的选择是事先设定好的,如果想要改变基图像的个数,就必须重新执行整个算法,这给算法的实际应用带来了很大的不便。如何能够在算法中像PCA算法一样自动地选择基图像的个数是需要进一步研究的重点。

## 参考文献:

- [1] Zhao W,Chellappa R,Phillips P J,et al.Face recognition:A literature survey[J].ACM Computing Surveys,2003,35(4):399-459.
- [2] Shih P,Liu C.Comparative assessment of content based face image retrieval in different color spaces[J].Intl Jnl of Pattern Recognition,2005,19(7):873-893.
- [3] Shih P,Liu C.Improving the face recognition grand challenge baseline performance using color configurations across color spaces[C]//IEEE Intl Conf on Image Processing,2006:1001-1004.
- [4] Creed J,Abbott A.Optimization of color conversion for face recognition[J].EURASIP Journal on Applied Signal Processing,2004,4:522-529.
- [5] Creed J,Abbott A.Color face recognition by hypercomplex gabor analysis[C]//Proceedings of the 7th International Conference on Automatic Face and Gesture Recognition,2006.
- [6] Torres L,Reutter J Y,Lorente L.The importance of the color information in face recognition[C]//Proc Int'l Conference on Systems, Man and Cybernetics,1999,3:627-631.
- [7] Yang J,Liu C.A general discriminant model for color face recognition[C]//IEEE 11th International Conference on Computer Vision, Oct. 2007:1-6.
- [8] Wang Chengzhang,Yin Baocai,Bai Xiaoming,et al.Color face recognition based on 2DPCA[C]//Proceedings of the 19th International Conference on Pattern Recognition(ICPR2008),Tampa,Florida US-A,Dec.7-11,2008.
- [9] Rajapakse M,Tan J.Color channel encoding with NMF for face recognition[C]//International Conference on Image Processing,2004:2007-2010.
- [10] Peer P.CVL face database.computer vision lab.Faculty of computer and information science [DB/OL].University of Ljubljana,Slovenia,2009.http://www.lrv.fri.uni-lj.si/facedb.html.
- [11] Sim T,Baker S,Bsat M.The CMU Pose,Illumination and Expression database of human faces,Technical Report CMU-RI-TR-01-02[R].Carnegie Mellon University,2001.
- [12] Li S Z,Jain A K.Handbook of face recognition[M].[S.l.]:Springer Science+Business Meia,Inc.,2004.