

文章编号: 1001-4322(2005)03-0355-04

# 群体雾粒子散射模型及散射角谱研究\*

刘建斌, 吴 健

(电子科技大学 光电信息学院 激光雷达实验室, 四川 成都 610054)

摘 要: 如何提高制导精度是研制制导系统所要关心的问题, 在有雾的天气情况下, 群体雾粒子的散射是影响制导精度的重要因素之一。在 Mie 理论的基础上, 从单个球形粒子的散射效率因子出发, 得到了 1~6 μm 群体粒子的散射系数。根据布格勒定律导出了群体粒子对激光束的散射光强表达式, 然后在接收器视场角范围内, 模拟了散射光强的分布情况。结果表明, 沿着激光束的传播方向, 散射光强存在比较大的起伏, 并且越靠近接收器的视场中轴线, 散射光强有减少的趋势。

关键词: 大气光学; 粒子散射; 散射模型; 散射角谱

中图分类号: TN012 文献标识码: A

激光在大气中的传输一直是许多学者感兴趣的领域<sup>[1~6]</sup>。众所周知, 平面波照射到单个各向同性的、均匀的球形粒子的经典散射理论已由洛仑兹、米耶以及德拜等人给出。对于群体粒子的散射, 虽然取得了一些共识, 但仍有许多问题有待进一步的研究, 如在激光制导中, 有雾的天气下, 群体雾粒子的散射对制导的精度影响是一个很重要的问题。本文基于米耶理论对激光器照射群体雾粒子时的散射情况进行了探讨。计算大气散射强度的途径是<sup>[7]</sup>, 在单粒子散射的基础上, 研究群体粒子的散射效果。而解决群体粒子散射的有效途径是在确定粒子尺度分布的条件下, 假设粒子散射是独立散射, 粒子之间的距离大于粒子的直径, 不计粒子相位的影响, 而将它们的散射强度直接相加。

## 1 Mie 理论基础

1908 年, 米耶(G. Mie)通过电磁波的麦克斯韦方程, 解出了一个关于光散射的严格解, 得出了任意直径、任意成分的均匀粒子的散射规律, 这就是著名的米氏理论<sup>[7]</sup>。

Mie 理论假设所有的大气粒子为均匀球形粒子, 由于就粒子的随机取向平均而言, 众多粒子的行为接近等效球形粒子<sup>[8]</sup>, 所以, 为了简化问题, 不妨设大气是由不同尺度、相同折射率的球形粒子组成的。

如图 1 所示, 坐标原点处有一折射率为  $m$  的粒子被波长为  $\lambda$  的单色光  $I_0$  照射, 使它向空间任意方向发出散射光。图中  $P$  为观察点,  $r$  为散射点与观察点  $P$  的矢径。  $r$  与  $z$  轴组成的平面为散射面,  $\theta$  为散射角,  $\varphi$  为入射光振动面与散射面间夹角。在  $P$  点得到的散射光强为<sup>[1]</sup>

$$I_s = \frac{\lambda^2 I_0}{4\pi^2 r^2} [i_1(\theta) + i_2(\theta)] \quad (1)$$

散射函数

$$i_1(\theta) = |s_2(\theta)|^2, \quad i_2(\theta) = |s_1(\theta)|^2 \quad (2)$$

散射振幅函数

$$s_1(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} (\pi_n a_n + \tau_n b_n), \quad s_2(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} (\tau_n b_n + \pi_n a_n) \quad (3)$$

式中:  $\pi_n, \tau_n$  为缔合勒让德函数的微分式;  $a_n, b_n$  称为米氏系数<sup>[7]</sup>。

对于单个的球形粒子, 我们关心它的散射效率因子, 其表达式为<sup>[1]</sup>

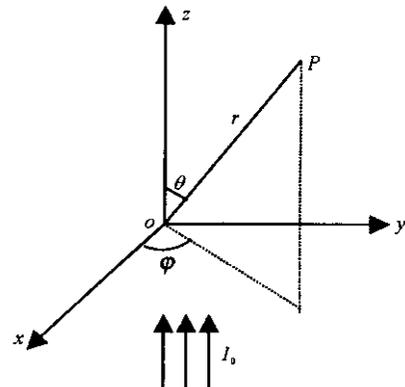


Fig. 1 Light scattering by spherical particles  
图 1 球形粒子的散射

\* 收稿日期: 2004-09-10; 修订日期: 2004-12-27

基金项目: 国防科技基础研究基金资助课题(413030305)

作者简介: 刘建斌(1974—), 男, 博士生, 主要从事激光大气传输特性研究; E-mail: jbl136@163.com。

$$Q_s = \frac{2}{x^2} \sum_1^{\infty} (2n+1)[|a_n|^2 + |b_n|^2] \tag{4}$$

通过单个球形粒子的散射效率因子,可以得到群体球形粒子的散射系数。对于 1~6 μm 群体球形粒子,其散射系数 γ 可表示为<sup>[1]</sup>

$$\gamma = \int_1^6 Q_s n(a) \pi a^2 da \tag{4}$$

式中:  $n(a)$  为粒子尺度分布;  $a$  为粒子半径。

## 2 散射模型

### 2.1 雾粒子尺度分布

大气雾粒子尺度分布受地区、时间、天气等因素的影响。一般情况下,大气雾粒子的粒子半径大部分在 1~6 μm 之间<sup>[9]</sup>。通常用粒子尺度分布函数来描述雾粒子在大气中分布情况。目前公开发表的雾粒子尺度分布模式很多,较常见有下列两种模式。

(1) 1964 年, D. Deirmendjian 提出了用指数函数来描述稳定状态的雾滴分布<sup>[10]</sup>

$$n(a) = Q \exp\left[-\frac{\alpha\beta}{2} \ln(a/a_m)\right] \tag{5}$$

式中:  $Q = (N_0/a_m)(\alpha\beta/2\pi)\exp(-1/2\alpha\beta)$ ;

(2) 1968 年, 朱氏(Chu)和霍格(Hogg)提出了用修正函数  $\Gamma$  来描述稳定状态的雾滴分布<sup>[7]</sup>

$$n'(a) = A(a/a_m)^\alpha \exp[-B(a/a_m)^\beta] \tag{6}$$

式中:  $A = (\alpha/\beta)^{(\alpha+1)/\beta} [\beta/\Gamma((\alpha+1)/\beta)] (N_0/a_m)$ ,  $B = \alpha/\beta$ 。  $N_0$  为单位体积内的粒子数;  $a_m$  为雾滴众数半径;  $\alpha, \beta$  为两个可调整的经验参数。可从文献<sup>[11]</sup>中得到  $\alpha, \beta, a_m$  的数值。

### 2.2 物理模型

如图 2 所示, 激光器发射的激光束在有雾的大气通道中传播, 激光束的发散角为  $\vartheta$ , 激光束内的雾粒子是符合粒子尺度分布函数  $n(a)$  或  $n'(a)$  的群体球形粒子。接收器 P 点的视场角为  $\Omega$ 。设雾粒子的折射率为  $m$ , 不考虑雾粒子的吸收, 并且在激光束的传播路径上以及从激光器到接收器这一高度上的能见度是相同的。

为了分析问题方便, 把示意图变为如图 3 所示的几何图示。图 2 和图 3 中的各物理量的值分别为: 激光器出射光强  $I_0 = 10^7 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$ , 入射波长  $\lambda = 1.06 \mu\text{m}$ , 雾粒子折射率  $m = 1.33$ , 激光束发散角  $\vartheta = 0.4 \text{ mrad}$ , 群体雾粒子的直径  $d$  处于 2~12 μm 之间, 两个可调整经验参数取  $\alpha = \beta = 1$ , 单位体积粒子数  $N_0 = 10^6 \text{ m}^{-3}$ , 滴谱众数半径  $a_m = 17.5 \mu\text{m}$ ,  $\overline{oz_2} = 5 \text{ km}$ ,  $\Omega = 14.50^\circ$ ,  $\overline{oP} = 2 \text{ km}$ ,  $\overline{Pz_2} = 5.39 \text{ km}$ 。

在激光器的出光端面上建立如图直角坐标系, 以  $Z$  轴方向为激光的传播方向。把问题分成二个部分来考虑: 第一部分为雾粒子对出射激光束的传输衰减, 距离为  $\overline{oz_1}$ ; 第二部分为在接收器视场角内群体雾粒子对激光束的散射, 距离为  $\overline{z_1 z_2}$ 。

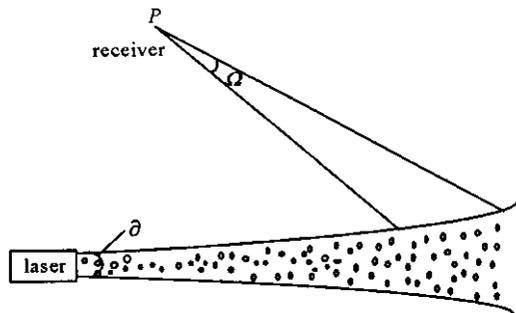


Fig. 2 Sketch figure of scattering of the laser beam by the atmospheric particles

图 2 大气粒子激光束的散射示意图

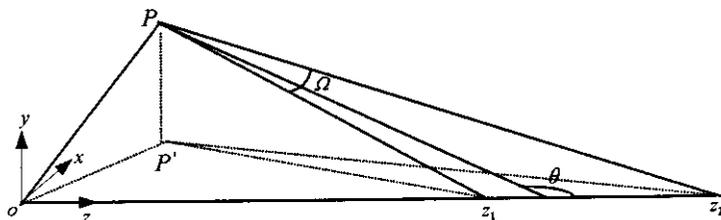


Fig. 3 Geometry figure of scattering of the laser by the atmospheric particles

图 3 大气粒子对激光束散射的简化几何示意图

假设群体雾粒子是均匀分布的, 因此, 对于第一部分, 根据布格尔定律可得

$$I_1 = I_0 \exp(-\gamma \overline{oz_1}) \tag{7}$$

式中： $\gamma$  为散射系数，其表达式如(4)式； $\overline{oz_1}$  为传输距离； $I_0$  为激光器出光端面处的光强。

对于第二部分，把问题进行了简化，把激光束看作高斯光束，设高斯光束的束腰位于  $z=0$  的平面。在传播路径中取一距离微元  $dz$ ，从前面的参数知道，接收器离物体的距离远大于传播路径中激光束的束宽，因此，可以把由微元  $dz$  组成的微体积元  $dV$  看作一个点，它本身由许多的粒子组成。在路径  $\overline{z_1 z_2}$  上激光束内的群体粒子是由许多这样的点组成的。在接收器视场角内的路径  $\overline{z_1 z_2}$  上取多少个点，这决定于计算精度的要求和计算量的大小。我们在模拟过程中在路径  $\overline{z_1 z_2}$  上取了 50 个点。为了知道接收器视场角内散射光强的角谱，需要知道视场角与散射角之间的关系。根据上面的几何关系可以得到如下表达式

$$\theta = \arcsin\left(\frac{\overline{pz_2}}{z_1 z_2} \sin \Delta\Omega\right), \quad 0 \leq \Delta\Omega \leq 14.5^\circ \tag{8}$$

于是，根据以上各式就可以导出接收器视场角内散射光强的表达式为

$$I_s = \sum_{i=1}^{N=50} \{N_0 \partial^2 \overline{oz^2} l_i I_i \exp(-\int_0^{\overline{z_1 z_2}} \gamma dl) \lambda^2 [i_1(\theta) + i_2(\theta)] / 4\pi r_i^2\}$$

其中： $\overline{pz_1} \leq r_i \leq \overline{pz_2}$ ， $\overline{oz_1} \leq \overline{oz} \leq \overline{oz_2}$ ， $0 \leq l_i \leq \overline{z_1 z_2}$ ， $N_0$  为单位体积粒子数。

### 3 模拟结果及分析

利用散射模型，输入前面的参数便可以得到模拟结果。假设单个点内包含的粒子的散射可视为单次散射，因此可得到在接收器视场角范围内单个点的散射图像如图 4 和图 5 所示。

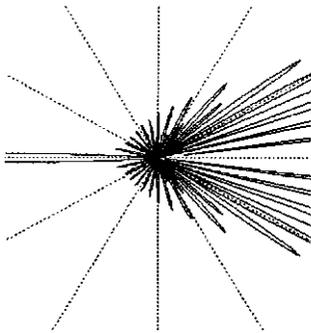


Fig. 4 Magnified figure of backscattering scattering by a single dot

图 4 单个点的后向散射放大图

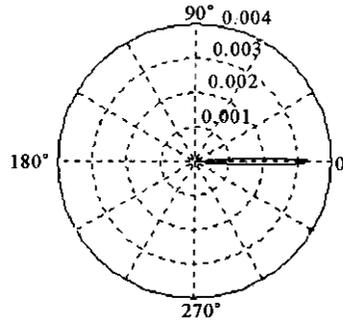


Fig. 5 Scattering figure by a single dot

图 5 单个点散射图像

从图 4 可以看出在后向散射光强存在比较大的起伏。从图 5 可以看出散射光强值主要集中在前向，这与文献[1]中分析的是一致的。由于单个点的后向散射光强存在这种比较大的起伏，因此对于传播路径上的所有点散射的总效果也存在这种比较大的起伏。于是，可以得到接收器视场角范围内的散射光强的角谱如图 6 和图 7 所示。

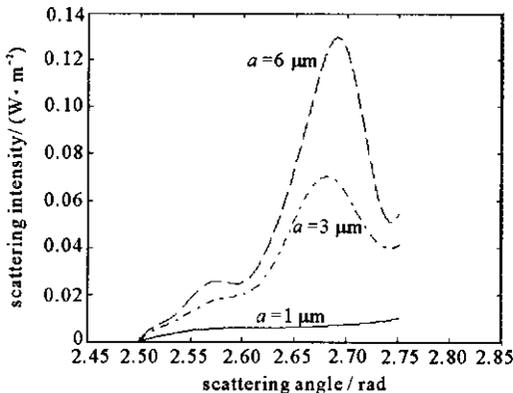


Fig. 6 Distribution of scattering intensity with scattering angle for  $a=1, 3, 6 \mu\text{m}$  respectively

图 6 分别考虑  $a=1, 3, 6 \mu\text{m}$  时散射光强与散射角的角谱

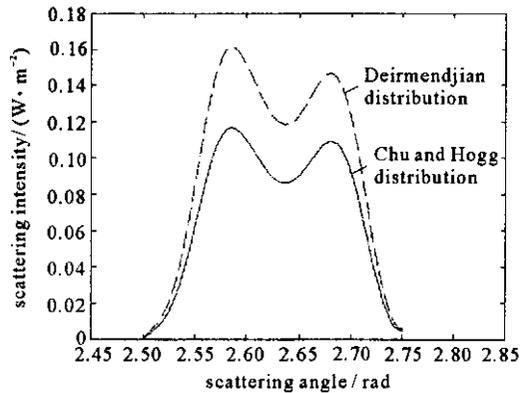


Fig. 7 Distribution of scattering intensity with scattering angle for  $a=1 \sim 6 \mu\text{m}$  and different distribution of sizes

图 7 综合考虑  $a=1 \sim 6 \mu\text{m}$  两种不同分布的群体雾粒子的散射光强与散射角的角谱

从图 6 可以看出,散射光强随着粒子半径的增大而增大,并且随着粒子半径的不同,散射光强的峰值也不同。在接收器视场角范围内,散射光强随着散射角的增大存在着比较大的起伏。

从图 7 可以看出,在两种不同雾粒子尺度分布下的散射光强变化趋势是相同的,且沿着激光束的传播方向,散射光强存在比较大的起伏,并且越靠近接收器的视场中轴线,散射光强有减少的趋势。这是因为随着传播路径的增加,激光的能量减少。

## 4 讨 论

对于群体雾粒子的散射这样一个很古老而又复杂的问题,前人已做了大量的研究,提出了许多理论或方法<sup>[12~15]</sup>,但这些理论或方法在实际工程应用中有一定的困难。本文的出发点是基于经典理论,提出适用于工程应用的散射模型,该模型是在下列假设的基础上进行论述的:

(1)粒子是球形水滴所组成的;(2)群体雾粒子服从 D. Deirmendjian(1964 年)提出的用指数函数谱分布或者 Chu and Hogg(1968 年)提出的修正  $\Gamma$ -谱分布;(3)群体雾粒子是均匀分布;(4)只考虑单次散射,而忽略多次散射的贡献。由于这些假设条件与实际情况存在偏差,因此模拟结果只能近似地反映散射光强的变化趋势。如何在接近实际的条件下精确地解决群体雾粒子的散射问题,有待更深入的研究。

## 参考文献:

- [1] Van de Hulst H C. Light scattering by small particles[M]. New York :Wiley,1957.
- [2] Gershnik E, Ribak E N. Light propagation through multilayer atmospheric turbulence[A]. Proc of SPIE[C]. 1997, **3110**:34—43.
- [3] Kim A D, Akira L, Yasuo K. Polarimetric pulse propagation through discrete random media[A]. Proc of SPIE[C]. 1999, **3609**:101—110.
- [4] Farrukh U O. Multiple Scattering for laser beams propagating in a layered atmosphere[A]. Proc of SPIE[C]. 1986, **663**:57—64.
- [5] Kalashnikova O V, Willebrand H A, Mayhew L M. Wavelength and altitude dependence of laser beam propagation in dense fog[A]. Proc of SPIE[C]. 2002, **4635**:278—287.
- [6] 陈炼,隋展. 强激光长程传输中受激拉曼散射对光束特性的影响[J]. 强激光与粒子束,1992, **4**(2):277—283. (Chen L, Sui Z. Effects of stimulated Raman scattering on high power laser beam propagation in long-path air. *High Power Laser and Particle Beams*, 1992, **4**(2): 277—283)
- [7] 吴健,乐时晓. 随机介质中的光传播理论[M]. 成都:成都电讯工程学院出版社,1988. (Wu J, Le S X. The theory of light propagating in the random medium. Chengdu: Chengdu College of Electronic and Communicative Engineering Press,1988)
- [8] 许绍祖. 大气物理学基础[M]. 北京:气象出版社,1993. (Xu S Z. Atmosphere physics. Beijing:China Meteorological Press, 1993)
- [9] Jones J R P. Resonance component of backscattering by large dielectric spheres[J]. *J Opt Soc Am A*, 1984, **1**(8):822—830
- [10] Mallow J V. Fog droplet distribution function for lidar[J]. *Appl Opt*, 1982, **21**(8):1454—1456.
- [11] McCartney E J. Optics of the atmosphere-scattering by molecules and particles[M]. Beijing: Science Press,1988.
- [12] Ryan J S, Carswell A I. Laser beam broadening and depolarization in dense fogs[J]. *J Opt Soc Am*, 1978, **68**(7): 900—908.
- [13] Tam W G. Laser beam propagation in particulate media[J]. *J Opt Soc Am*, 1979, **69**(1): 68—70.
- [14] Gouesbet B, Maheu G, Grehan G. Light scattering from a sphere arbitrarily located in a Gaussian beam, using a Bromwich formulation[J]. *J Opt Soc Am A*, 1988, **5**(9): 3353—3356.
- [15] Ivasiv I B. Regularization of size spectrum reconstruction problem for intensive absorbing particles by the errors of light scattering models [J]. *IEEE on IMTC*, 1996, **2**(5):1174—1177.

## Light scattering model and angular spectrum of scattering intensity in fogs

LIU Jian-bin, WU Jian

(*Optoelectronic Information Department, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054, China*)

**Abstract:** Scattering of the atmosphere particles such as fogs is one of the important factors which limit the precision of laser control and guide. Based on Mie's theory, the scattering efficiency factor of a spherical particle is analyzed, the scattering coefficient of spherical particles 1~6  $\mu\text{m}$  in radius is presented. According to Bouguer's theory the expression of the scattering intensity of particles is obtained. Then in the field of view of the receiver, the distribution of scattering intensity is simulated. The simulation results show that, in the orientation of propagation, the scattering intensity exhibits undulation, and approaching the axial orientation, the scattering intensity tends to decrease.

**Key words:** Atmosphere optics; Scattering of particles; Model for scattering; Angular spectrum of scattering intensity