

文章编号: 1001-4322(2006)03-0410-05

能量输运对柱状等离子体开关 磁场穿透过程的影响*

徐 翔^{1,2}, 王友年^{1,2}

(1. 大连理工大学 物理系, 辽宁 大连 116023; 2. 大连理工大学 三束材料改性国家重点实验室, 辽宁 大连 116023)

摘 要: 对于高密度、导通时间为 μs 级的柱状等离子体开关, 利用磁流体动力学理论(MHD), 对其导通阶段的磁场穿透过程进行了模拟, 得到了磁场分布随时间的变化; 研究了开关导通过程中能量输运导致的温度不均匀分布对磁场穿透过程的影响。模拟结果表明: 对于高密度等离子体开关, 磁场以远大于磁扩散速率的速度穿透到等离子体中; 在磁压对等离子体产生的压缩效应和欧姆加热效应共同作用下, 激波区域的等离子体温度显著升高, 这进一步加速了磁场穿透; 当考虑能量输运方程时, 开关导通时间为 $0.87 \mu\text{s}$, 比等温模型的结果 $0.92 \mu\text{s}$ 短, 与实验结果 $0.87 \mu\text{s}$ 相一致。

关键词: 等离子体开关; 磁流体动力学(MHD); 磁场穿透; 能量输运

中图分类号: TM836 **文献标识码:** A

等离子体开关(POS)的概念起源于 20 世纪 70 年代^[1], 此后, 实验和理论的研究广泛地开展开来^[2-4]。目前, 等离子体开关已应用到惯性约束核聚变、高功率微波和 Z 箍缩装置中^[2]。

在 POS 的导通阶段, 随着导通电流的增强, 人们观察到磁场以远大于磁扩散速率的速度穿透到等离子体中^[5], 并认为这是导致开关导通和断开的重要原因之一。因而研究等离子体开关导通阶段中的磁场穿透过程, 对于研究等离子体开关的导通机制, 具有重要的意义。

POS 的导通机制主要有三种模型: 等离子体融蚀(PEOS)模型, 霍尔磁流体动力学(HMHD)模型和磁流体动力学(MHD)模型。对于导通时间为 ns 级的等离子体开关, 由于等离子体密度很低 (n_0 为 $10^{12} \sim 10^{13} \text{cm}^{-3}$), 主要由 PEOS 模型描述; 对于密度为 $10^{13} \sim 10^{15} \text{cm}^{-3}$ 的等离子体, Hall 效应强烈, 主要由 HMHD 模型所描述; 而对于高密度的等离子体 (n_0 约为 10^{16}cm^{-3}), 由于 Hall 效应很小, 等离子体的行为完全由 MHD 理论所描述^[6-7]。王刚华等利用 1 维 MHD 模型^[8]和 2 维雪靶模型^[9], 卓红斌等^[10]利用 2 维粒子模型模拟了磁场穿透过程。但高密度等离子体开关的电流较大, 等离子体的运动很剧烈, 等离子体的压缩效应和欧姆加热效应会显著影响等离子体的温度分布, 进而对磁场穿透过程有一定影响。本文利用 MHD 模型对柱状等离子体开关的磁场穿透过程进行了模拟, 并研究了开关导通过程中等离子体温度的不均匀分布对磁场穿透的影响。

1 物理模型和边界条件

1.1 基本方程

对于柱状等离子体开关, 假设其中的等离子体是理想气体, 满足电中性条件, 电子温度和离子温度相等, 则其中等离子体的行为可由如下的 MHD 方程描述。

连续性方程

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \quad (1)$$

动量方程

$$\frac{\partial (\rho \mathbf{u})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \mathbf{u}) = -\nabla p + \frac{1}{c} \mathbf{j} \times \mathbf{H} \quad (2)$$

能量方程

$$\frac{\partial (3nT)}{\partial t} + \nabla \cdot (3nT\mathbf{u}) = -p \nabla \cdot \mathbf{u} + \eta j^2 + \nabla \cdot (\kappa \nabla T) \quad (3)$$

* 收稿日期: 2005-04-30; 修订日期: 2005-12-15

基金项目: 国家自然科学基金委-中国工程物理研究院联合基金资助课题(10376003)

作者简介: 徐 翔(1980—), 男, 博士生, 主要从事等离子体磁流体动力学模拟的研究; xuxiang@student.dlut.edu.cn.

安培定律

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j} \quad (4)$$

法拉第定律

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \quad (5)$$

广义欧姆定律

$$\eta \mathbf{j} = \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} \mathbf{u} \times \mathbf{H} - \frac{1}{c} \frac{\mathbf{j} \times \mathbf{H}}{ne} \right) \quad (6)$$

式中: $\rho \approx nm_i$, ρ 为等离子体质量密度, m_i 为离子质量; $n = n_e = n_i$, n , n_e , n_i 分别为等离子体密度、等离子体电子密度和离子密度; \mathbf{u} 为等离子体速度; $p = 2nT$, p 为等离子体压强, T 为等离子体温度; \mathbf{j} 为电流密度; \mathbf{H} 为磁场强度; c 为真空中的光速; e 为电子电荷; $\eta = m_e / ne^2 \tau_{ei}$ 为电阻率, m_e 为电子质量, τ_{ei} 为电子和离子碰撞的弛豫时间; $\kappa = 2.5nTc/eH$ 为热导率。

由式(4)~(6)可得磁场的演化方程

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{H}) - \nabla \times \left(\frac{c \nabla \times \mathbf{H}}{4\pi ne} \times \mathbf{H} \right) - \nabla \times \left(\frac{\eta c^2}{4\pi} \nabla \times \mathbf{H} \right) \quad (7)$$

1.2 边界条件

图 1 为等离子体开关的示意图。外电极是阳极, 半径为 R_a ; 内电极是阴极, 半径为 R_c ; 等离子体开关长度为 L 。在初始时刻, 整个开关区充满均匀的等离子体, 其密度为 n_0 , 温度为 T_0 。

左边界 Γ_{in} 认为是绝缘壁, 阴极表面 Γ_c 和阳极表面 Γ_a 认为是固体壁, 而右边界 Γ_{out} 设为出流边界。对于密度, 在边界 Γ_{in} 和 Γ_{out} , 有 $\partial n / \partial z = 0$; 在电极表面 Γ_c 和 Γ_a , 有 $\partial n / \partial r = 0$ 。对于速度, 在电极表面 Γ_c 和 Γ_a , 有 $u_r = 0$; 在左边界 Γ_{in} , 有 $u_z = 0$; 在右边界 Γ_{out} , 有 $\partial u_z / \partial z = 0$ 。对于磁场, 我们假设在电极表面 Γ_c 和 Γ_a , 有 $\partial H / \partial r = 0$, 则在右边界 Γ_{out} , 有 $\partial H / \partial z = 0$; 在左边界

Γ_{in} , 磁场以波的形式进来, $H_{in} = I_0 \tanh(t/10t_0) / 5r$, 其中: I_0 为左边界最大电流, t_0 为无量纲化后的时间尺度。对于温度, 认为在边界是绝热的, 在电极表面 Γ_c 和 Γ_a , 有 $\partial T / \partial r = 0$; 在边界 Γ_{in} 和 Γ_{out} , 有 $\partial T / \partial z = 0$ 。

由于等离子体开关在 μs 量级导通 MA 级电流, 等离子体的运动非常剧烈。等离子体强烈的对流效应, 使得精确地求解 MHD 方程变得非常困难。传统的高阶格式, 虽然精度很高, 但是稳定性较差, 在激波附近, 经常会出现假振。而低阶格式虽然能稳定地求解方程, 但其强烈的扩散性会严重损害解的精度。通量输运修正格式(FCT)^[11-13]可以较好解决这个问题。

2 数值结果和讨论

我们针对中国工程物理研究院流体物理研究所的实验装置^[14], 建立相应模型进行计算, 取 $R_c = 1 \text{ cm}$, $R_a = 5 \text{ cm}$, $L = 5 \text{ cm}$ 。实验中最大电流 $I_0 = 105 \text{ kA}$, 导通时间 $\tau_{pos} = 0.87 \mu s$ 。在模拟中, 假定等离子体初始密度 $n_0 = 0.8 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, 温度 $T_0 = 10^5 \text{ K}$, 并且离子都是 C^{2+} , 从而离子的质量 $m_i = 19.92 \times 10^{-24} \text{ g}$ 。我们认为当右边界 Γ_{out} 的磁场强度达到最大值即 1 kA/m 时, 磁场穿透到负载, 且此时即为等离子体开关的导通结束时刻, 等离子体开关断开。

图 2(a)~(d) 给出了 $H_0 = 10 \text{ kA/m}$ 时不考虑能量输运方程时在 $0.2, 0.4, 0.6, 0.8 \mu s$ 时刻的磁场波形, 由于不考虑能量方程, 认为等离子体恒温始终为 T_0 。由于建立坐标系的关系, 得到的磁场为负值, 磁场方向垂直纸面向里。从图 2 看到, 随着等离子体开关的导通, 磁场迅速穿透到等离子体中。 $t = 0.92 \mu s$ 时, 磁场穿透到负载, 即导通时间为 $0.92 \mu s$ 。这一数值比实验^[14]测得的结果 $0.87 \mu s$ 约慢 6%。由于等离子体开关是柱状的, 在边界 Γ_{in} , 磁场的大小与 r 成反比, 从而磁场沿阴极穿透得最快。

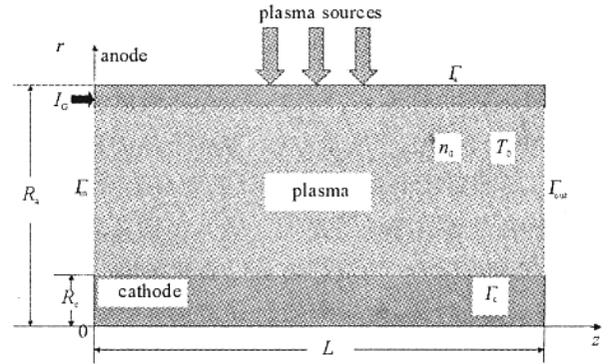


Fig. 1 Schematic of plasma opening switch

图 1 等离子体开关示意图

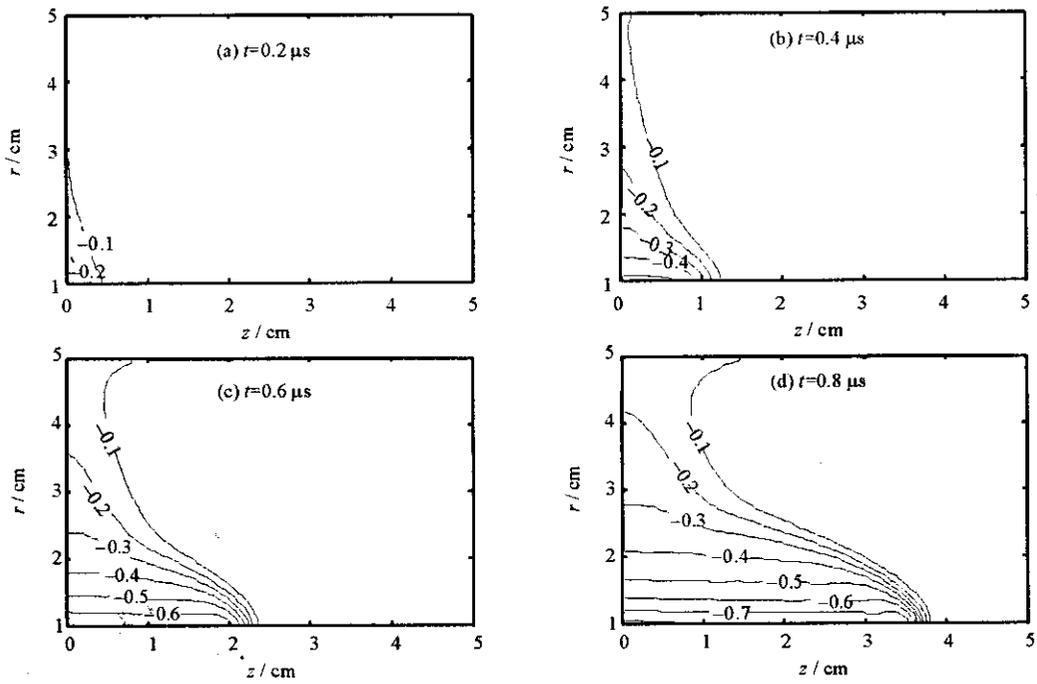


Fig. 2 Normalized magnetic field distributions without energy equation at different moments

图 2 不考虑能量方程时,在不同时刻的归一化磁场分布

图 3(a)~(d)为 $H_0 = 10 \text{ kA/m}$ 并考虑能量输运方程时在 $0.2, 0.4, 0.6, 0.8 \mu\text{s}$ 时刻的磁场位形模拟图。在图 3 中由于考虑了能量方程,等离子体的温度随着磁场穿透产生不均匀分布。在磁压作用下,等离子体形成压缩波,局部温度升高;等离子体开关导通大电流产生的焦耳热也使得等离子体局部被加热,因此而形成温度梯度,影响了磁场穿透的速度。图 3 与图 2 相比较可以发现,开关导通开始阶段磁压很小,导通的电流也较小,因而磁场在 $0.2 \mu\text{s}$ 时刻的磁场位形并没有大的变化;而到了导通的最后阶段,由于等离子体温度的不均匀分布,在 $0.8 \mu\text{s}$ 时刻,磁场前端已穿透到 $z = 4.25 \text{ cm}$ 处,而在图 2 中,仅穿透到 $z = 3.8 \text{ cm}$ 处。磁场穿透到负载的时间为 $0.87 \mu\text{s}$,比等温过程磁场穿透到负载的时间短 6% ,与实验^[14]测得的结果一致。这说明等离子体的能量输运过程对磁场穿透有一定的影响。

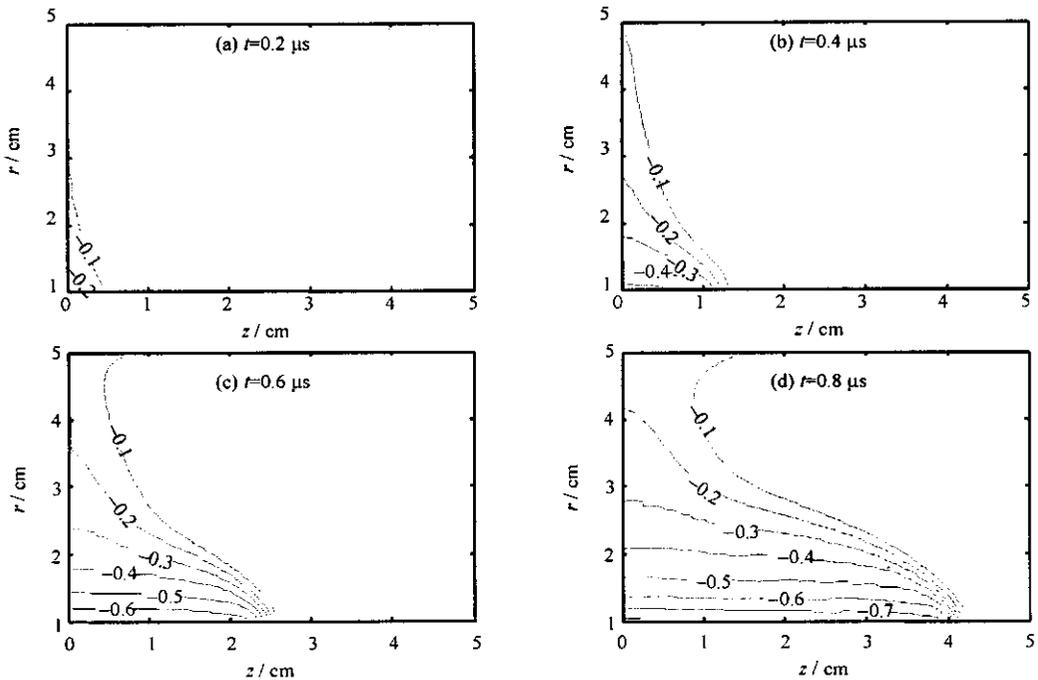


Fig. 3 Normalized magnetic field distributions by the model with energy equation at different moments

图 3 考虑能量方程时,在不同时刻的归一化磁场分布

为了进一步说明能量输运的影响,图4给出了考虑能量方程时在 $0.2, 0.4, 0.6, 0.8 \mu\text{s}$ 时刻的温度分布。从图4可看出,随着磁场的穿透,在磁压和焦耳热的共同作用下,激波区域中的等离子体温度有明显升高。 $t=0.8 \mu\text{s}$ 时,激波区域的温度已升高为初始温度的4倍以上。对于高密度的等离子体,磁场穿透过程的快慢主要取决于等离子体的对流效应,因能量输运而产生的温度梯度在一定程度上使等离子体密度分布变得平坦,并改变了等离子体的速度分布,有利于磁场迅速穿透到等离子体中,加速了磁场的穿透。

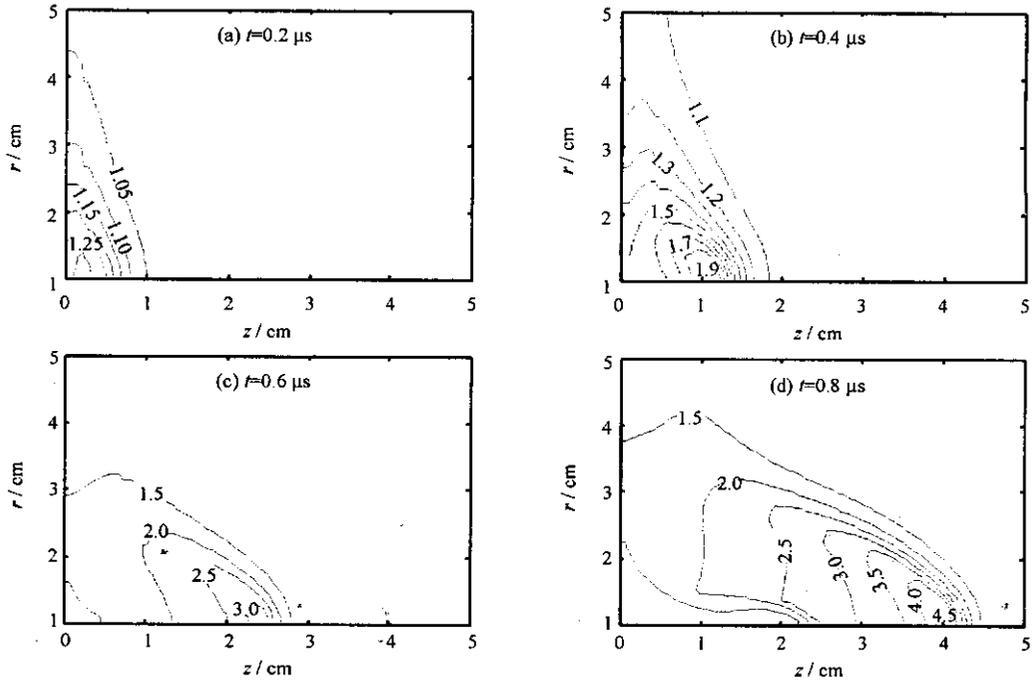


Fig. 4 Normalized plasma temperature distributions by the model with energy equation at different moments

图4 考虑能量方程时,在不同时刻的归一化温度分布

3 结论

本文采用磁流体动力学理论对高密度柱状等离子体开关的磁场穿透过程进行了研究,讨论了导通阶段由能量输运产生的温度不均匀分布对磁场穿透过程的影响。模拟中发现,随着等离子体开关的导通,磁场迅速穿透到等离子体中;考虑能量输运过程后,开关中的等离子体温度产生不均匀分布,在激波区域温度最高。等离子体温度的不均匀分布进一步加速了磁场穿透,导通时间为 $0.87 \mu\text{s}$,比等温模型的 $0.92 \mu\text{s}$ 短,与实验结果相符。

参考文献:

- [1] Miller P A, Poukey J W, Wright P K. Electron beam generation in plasma-filled diodes[J]. *Phys Rev Lett*, 1975, **35**(14): 940-944.
- [2] Cooperstein G, Ottinger P F. Fast opening vacuum switches for high-power inductive energy storage[J]. *IEEE Transactions on Plasma Science*, 1987, **15**(6): 629-634.
- [3] Weber B V, Comisso R J, Goodrich P J, et al. Plasma opening switch conduction scaling[J]. *Phys Plasmas*, 1995, **2**(10): 3893-3901.
- [4] Fruchtman A. Penetration and expulsion of magnetic fields in plasmas due to the Hall field[J]. *Phys Fluids B*, 1991, **3**(8): 1908-1912.
- [5] Comisso R J, Goodrich P J, Grossmann J M, et al. Characterization of a microsecond-conduction-time plasma opening switch[J]. *Phys Fluids B*, 1992, **4**(7): 2368-2376.
- [6] Huba J D, Grossman J M, Ottinger P F. Hall magnetohydrodynamic modeling of a long-conduction-time plasma opening switch[J]. *Phys Plasmas*, 1994, **1**(10): 3444-3454.
- [7] Huba J D. Hall magnetohydrodynamics in space and laboratory plasmas[J]. *Phys Plasmas*, 1995, **2**(6): 2504-2513.
- [8] 王刚华, 陈林, 胡熙静. 等离子体断路器的一维磁流体学数值模拟[J]. *高压物理学报*, 2003, **17**(4): 326-329. (Wang G H, Chen L, Hu X J. One-dimensional magneto-hydrodynamic simulation of plasma opening switch. *Chinese Journal of High Pressure Physics*, 2003, **17**(4): 326-329)
- [9] 王刚华, 陈林, 胡熙静, 等. 微秒级导通时间等离子体断路器的二维雪犁模型[J]. *强激光与粒子束*, 2004, **16**(4): 453-456. (Wang G H, Chen L, Hu X J, et al. 2D simulation of snowplow model for microsecond-conduction-time plasma opening switch. *High Power Laser and*

Particle Beams, 2004, **16**(4): 453-456)

- [10] 卓红斌, 常文蔚, 徐涵. 等离子体融断开关磁场 Hall 渗透机制的模拟研究[J]. 强激光与粒子束, 2001, **13**(6): 711-716. (Zhuo H B, Chang W W, Xu H. Particle simulation study of Hall magnetic field penetration in plasma erosion opening switch. *High Power Laser and Particle Beams*, 2001, **13**(6): 711-716)
- [11] Boris J P, Book D L. Flux-corrected transport I. SHASTA, a fluid transport algorithm that works[J]. *J Comput Phys*, 1973, **11**: 38-69.
- [12] Book D L, Boris J P, Hain K. Flux-corrected transport II. Generalizations of the method[J]. *J Comput Phys*, 1975, **18**: 248-283.
- [13] Boris J P, Book D L. Flux-corrected transport III. Minimal-error FCT algorithms[J]. *J Comput Phys*, 1976, **20**: 397-431.
- [14] 陈林, 孙承纬, 姜巍, 等. 100 kA 微秒导通时间等离子体断路器研究[J]. 强激光与粒子束, 2005, **17**(1): 135-139. (Chen L, Sun C W, Jiang W, et al. Research of 100 kA microsecond-conduction-time plasma opening switch. *High Power Laser and Particle Beams*, 2005, **17**(1): 135-139)

Influence of energy transport on magnetic field penetration in high-density coaxial plasma opening switch

XU Xiang^{1,2}, WANG You-nian^{1,2}

(1. *Department of Physics, Dalian University of Technology, Dalian 116023, China;*

2. *State Key Laboratory for Materials Modification by Laser, Ion and Electron Beams, Dalian University of Technology, Dalian 116023, China)*

Abstract: Based on the two-dimensional magnetohydrodynamic(MHD) theory, the magnetic field penetration process at the conduction stage of a high-density, coaxial plasma opening switch (POS) was numerically simulated, and the evolution of the magnetic field distribution with time was obtained. The influence of the energy transportation on the magnetic field penetration was studied. It is shown that the magnetic field penetrates into the plasmas rapidly, and the temperature in the shock region increases greatly. The non-uniform distribution of temperature resulted from the compression of the plasma and the Ohmic heating speeds up the magnetic field penetration significantly. The conduction-time of the POS is 0.87 μs by the model with the energy transportation, which is shorter than that of the isothermal model and it agrees well with the experimental result.

Key words: Plasma opening switch; Magnetohydrodynamics(MHD); Magnetic field penetration; Energy transportation