

文章编号: 1001-4322(2006)05-0757-04

# 利用复原电压预测大气湍流畸变波前方法\*

张秀娟<sup>1,2</sup>, 李新阳<sup>1</sup>, 张慧敏<sup>1</sup>

(1. 中国科学院 光电技术研究所, 成都 610209; 2. 中国科学院 研究生院, 北京 100039)

**摘 要:** 在校正大气湍流畸变信号的自适应光学系统中, 基于大气开环数据, 对采用最小递归二乘 RLS 算法预测复原电压以减小自适应光学系统中的时间伺服延迟进行了仿真研究。并与未采用预测时的误差进行了比较, 对比结果表明, 采用 RLS 算法后, 可以有有效的降低系统由伺服延迟引起的误差。

**关键词:** 自适应光学; 预测; RLS 算法

**中图分类号:** O437; TP273.2 **文献标识码:** A

自适应光学系统是一类时间延迟的系统, 通常延迟时间为 2~3 个采样周期<sup>[1-2]</sup>。系统延迟主要由波前探测器(WFS)数据采集时间延迟, 读出 WFS 延迟, 波前计算及复原计算延迟, 控制运算延迟, 伺服延迟等引起的。本文主要研究如何采用预测技术减小系统的伺服延迟, 以改善系统的控制效果。应用预测技术的前提是大气必须是可预测的。Aitken&McGaughey<sup>[3]</sup>指出大气的统计特性符合布朗运动, 其 Hurst 参数为 5/6, 且大气通过望远镜或哈特曼传感器是一种空间线性滤波过程。根据该理论, 大气的预测是可行的。国际上很多的学者都对自适应光学控制系统中预测控制技术进行了研究; Aitken&Jorgenson<sup>[4]</sup>, Aitken&Brookie<sup>[5]</sup>等主要研究采用神经网络预测技术预测波前斜率的方法; Michael Lloyd-Hart&Patrick McGuire<sup>[6-7]</sup>, 主要关注于开环大气的区域预测斜率算法研究等。本文利用哈特曼传感器测得开环波前斜率, 然后把波前斜率复原为电压后, 对复原电压进行预测。

## 1 自适应光学控制系统开环预测的基本结构

一个典型的自适应光学控制系统开环复原电压预测的结构如图 1 所示。WFS 探测得到的波前通过波前复原计算(WRC)得到复原电压, 复原电压在通过预测器(P)和控制器(CC)得到控制电压, 控制电压经过数模转换(D/A)得到驱动变形镜的控制电压。本文的研究重点是预测器 P 的实现。

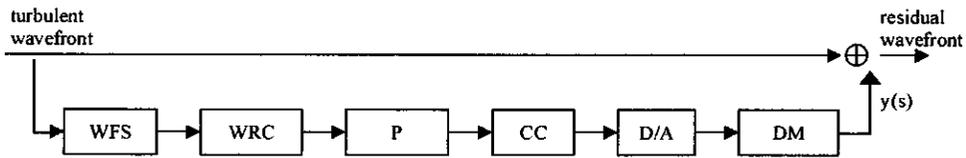


Fig. 1 Feed-back adaptive optic system diagram with the prediction

图 1 自适应光学控制系统开环预测的基本结构

## 2 复原电压的计算及分布

以测量波前斜率为基础的波前传感器只能直接测量出各子孔径的波前平均斜率数据, 为了将波前传感器所测量的斜率转化为复原电压, 需要采用一定的波前复原算法, 这里采用的是直接波前斜率复原算法

$$V = R_{xy}g \quad (1)$$

式中:  $V$  是复原电压;  $R_{xy}$  为变形镜到哈特曼传感器的斜率响应矩阵, 可由实验测得的;  $g$  是需要校正的波前相差斜率测量值。本文采用的哈特曼传感器有 54 个子孔径, 驱动器为 60 单元。驱动器按六边形排布(见图 2)。

## 3 复原电压的预测

### 3.1 电压预测及 RLS 算法

根据 Taylor 冻结湍流假设, 在某个非常短的时间内大气湍流的相对空间结构保持不变, 光波传播路径上湍流介质的变化是由横向风的吹动所致。因此, 由某一子孔径以及周围子孔径的历史波前来预测该子孔径将

\* 收稿日期: 2006-03-13; 修订日期: 2006-04-06

基金项目: 国家 863 计划项目资助课题

作者简介: 张秀娟(1979—), 女, 硕士研究生, 从事自适应光学中的预测控制算法研究; zhxj105@yahoo.com.cn。

来时刻的波前是非常有意义的。由于这种 2 维带状预测方式引入了周围子孔径的信息,与单维预测方式,如模式预测相比,包含特定风向的信息比较多,理论上,这种 2 维带状的预测方式应该比单维预测方式更有优势<sup>[7]</sup>。

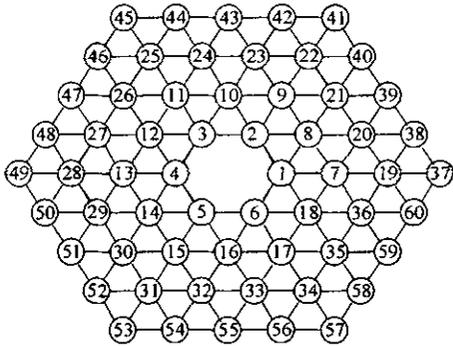


Fig. 2 60-element actuator of deformable mirror

图 2 60 单元驱动器复原电压的分布

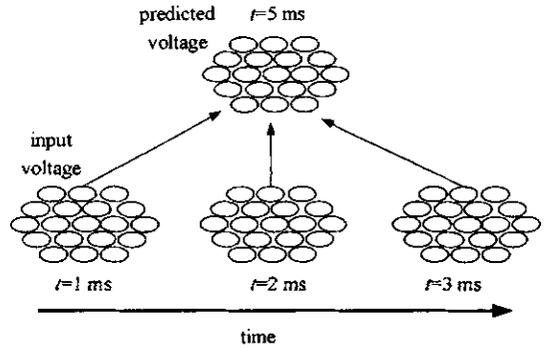


Fig. 3 Principle diagram for the control voltage prediction

图 3 电压预测原理图

由(1)式可知,复原电压和测量波前之间存在线性变换关系,因此可以直接对复原电压进行预测。通常波前传感器的斜率数据量是变形镜驱动器的电压数据量的两倍,对斜率数据进行预测计算需要的数据量非常大,因而计算花费的时间比较长,受传感器噪声等扰动影响也较大。通过波前复原算法后,变形镜的驱动电压变化比较平缓,受传感器噪声的影响也减小了,有利于得到比较稳定的预测控制效果。

复原电压预测主要是利用每个电压驱动器本身及周围相邻驱动器的历史电压向量来预测该驱动器将来某一时刻的电压向量。预测原理如图 3 所示。

为了减小计算量,本文将 60 单元预测的多维问题降为多个 1 维问题分别求解。根据预测原理,根据预测原理,构建两个矩阵  $V_f$  和  $V_h$  满足线性关系

$$V_f = W V_h \quad (2)$$

其中矩阵  $V_f$  由某一驱动器相对当前时刻超前几帧的电压数据组成。如:利用 12 号驱动器及其周围的驱动器电压来预测 12 号驱动器将来时刻的电压。假设数据总帧数是  $N+2$ ,当前时刻  $t$ ,预测超前 2 帧,利用 3 帧历史数据进行回溯计算,那么

$$V_f = \{V_f(t+2), V_f(t+1), \dots, V_f(t-i), \dots, V_f[t-(N-3)]\} \quad (3)$$

其中:

$$V_f(t) = V_{12}(t) \quad (4)$$

是由第  $t$  时刻第 12 号驱动器的电压组成。矩阵  $V_h$  由 12 号驱动器及其周围驱动器的历史电压数据组成

$$V_h = \begin{bmatrix} V_h(t) & V_h(t-1) & \dots & V_h(t-j) & \dots & V_h[t-(N-1)] \\ V_h(t-1) & V_h(t-2) & \dots & V_h[t-(j+1)] & \dots & V_h(t-N) \\ V_h(t-2) & V_h(t-3) & \dots & V_h[t-(j+2)] & \dots & V_h[t-(N+1)] \end{bmatrix} \quad (5)$$

由图 2 可知:12 号驱动器周围的驱动器为:26 号,11 号,3 号,4 号,25 号,27 号。所以

$$V_h(t) = [V_3(t), V_4(t), V_{11}(t), V_{12}(t), V_{25}(t), V_{26}(t), V_{27}(t)]^T \quad (6)$$

是由第  $t$  时刻 12 号驱动器及其周围驱动器的电压组成的向量,权重矩阵  $W$  由 3 个向量组合而成

$$W = [w_0, w_1, w_2] \quad (7)$$

其中  $w_0, w_1, w_2$  分别是当前帧、第 1 帧和第 2 帧回溯电压数据与预测电压之间的权重系数矩阵。

$$w_i = [\omega_{12,3,i} \quad \omega_{12,4,i} \quad \omega_{12,11,i} \quad \omega_{12,12,i} \quad \omega_{12,25,i} \quad \omega_{12,26,i} \quad \omega_{12,27,i}] \quad (i = 0, 1, 2) \quad (8)$$

在知道全部历史数据的条件下,公式(2)可以用最小方差法求解

$$W = V_f V_h^+ = V_f V_h^T (V_h V_h^T)^{-1} \quad (9)$$

这就是自适应光学系统中控制电压预测的批处理算法。假如数据共  $N$  帧,那么  $V_f$  是  $1 \times (N-4)$  维的矩阵,  $V_h$  是  $21 \times (N-4)$  维矩阵,因此批处理算法的计算量非常大。另外,由于大气湍流特性和横向风速可能在不断变化,预测系数权重矩阵也可能发生变化,因此批处理算法对实时系统是不合适的。

### 3.2 自适应光学系统中控制电压预测的 RLS 迭代算法

最小递归二乘 RLS 算法算法是一种基于卡尔曼滤波即时更新的算法。本文采用的递归最小二乘算法预测自适应光学系统的控制电压。对于以下的线性预测问题

$$V_f = W V_h \quad (10)$$

$V_f$  是某个驱动器超前几帧电压形成的预测向量。

$$V_f(t) = V_{12}(t) \tag{11}$$

而  $V_t$  是各个驱动器在之前各个历史时刻的电压数据形成的向量。

$$V_t = \begin{bmatrix} V_h(t) \\ V_h(t-1) \\ \dots \\ V_h(t-j+1) \end{bmatrix} \tag{12}$$

其中  $V_h(t) = [V_3(t), V_4(t), V_{11}(t), V_{12}(t), V_{25}(t), V_{26}(t), V_{27}(t)]^T$  (13)

同式(6)一致。

在采用预测控制算法情况下,预测残差为

$$E_{\text{pred},i} = \{ \langle [V_i(t) - V_{\text{pred},i}(t)]^2 \rangle \}^{1/2} \tag{14}$$

式中: $E_{\text{pred}}$  表示驱动器的预测残差; $V_i(t)$  表示第  $i$  个驱动器的湍流扰动对应的实际电压;而  $V_{\text{pred},i}(t)$  表示第  $i$  个驱动器的电压预测值; $\langle \rangle$  表示系综平均。应用预测器的目的主要是减小由系统伺服延迟引起的误差。我们把预测残差(14)式作为性能指标,并采用递归最小二乘算法迭代求解预测权重矩阵  $W$ ,并使目标函数极小化。权重矩阵  $W$  的迭代过程为

$$W(n) = W(n-1) + \frac{P(n-1)V_t(n)[V_f(n) - V_t^T(n)W(n-1)]}{\lambda + V_t^T(n)P(n-1)V_h(n)} \tag{15}$$

其中, $V_t, V_f$  为公式(10)中定义的向量; $P$  为输入电压和期望电压之间的确定性互相关矩阵,由下式决定

$$P(n) = \frac{1}{\lambda} \left[ P(n-1) - \frac{P(n-1)V_t(n)V_t^T(n)P(n-1)}{\lambda + V_t^T(n)P(n-1)V_t(n)} \right] \tag{16}$$

式中: $\lambda$  为遗忘因子,通常取 0.99。初始值通常取  $P(0) = \alpha I; W(0) = 0$ 。 $\alpha$  是合适的较大正数。

### 3.3 预测预测控制效果评价指标

当把过去某一时刻电压作为当前电压的有效估计时,我们把这种算法称为直接前推算法,其残差为

$$E_{\text{LB},i} = \{ \langle [V_i(t) - V_i(t-k)]^2 \rangle \}^{1/2}$$

$E_{\text{LB},i}$  表示第  $i$  个驱动器的校正误差, $V_i(t)$  表示第  $i$  个驱动器的真实电压值,而  $V_i(t-k)$  表示过去某一时刻的真实电压, $\langle \rangle$  为时间平均。我们通过  $E_{\text{pred},i}/E_{\text{LB},i}$  来评价 RLS 预测算法的优劣性, $E_{\text{pred},i}/E_{\text{LB},i}$  越小说明 RLS 算法的优势越明显。

## 4 仿真结果

本文采用计算机仿真产生待校正的大气湍流波前数据。计算条件:波长  $0.6328 \mu\text{m}$ ,湍流强度  $C_n^2 = 2 \times 10^{-16}$ ;光束口径 0.6 m,每 500 m 均匀设置了 3 个相屏,总的传输路径 1 500 m;采样频率 500 Hz,在 0.6 m 口径内的计算网格  $128 \times 128$ ,每个子孔径的网格密度大约为  $14 \times 13$ 。横向风速为 3 网格/帧。

从表 1 我们可以看出当 RLS 算法采取适当的回溯帧数时,会取得比直接前推算法更好的控制效果。对于第 12 号驱动器,在风速为 3 网格/帧的情况下,当前推预测帧数为 3,回溯帧数为 4 时 RLS 算法比直接前推算法

表 1  $E_{\text{pred},i}/E_{\text{LB},i}$  随前推预测帧数  $p$  和回溯帧数  $q$  的变化

Table 1  $E_{\text{pred},i}/E_{\text{LB},i}$  with different prediction forward frame  $p$  and look-back frame

$q$	$E_{\text{pred},i}/E_{\text{LB},i}$			
	$p=1$	$p=2$	$p=3$	$p=4$
1	0.744 85	0.572 75	0.385 75	0.353 10
2	0.430 10	0.419 85	0.366 60	0.309 42
3	0.423 14	0.355 94	0.303 40	0.291 80
4	0.395 62	0.311 14	0.293 63	0.302 08
5	0.376 02	0.317 89	0.303 50	0.314 94
6	0.369 37	0.328 63	0.313 52	0.320 88
7	0.378 01	0.333 66	0.318 93	0.323 03
8	0.392 01	0.345 71	0.319 51	0.327 25
9	0.407 05	0.357 84	0.327 71	0.343 95

优势最明显。随着前推预测帧数的变化,RLS 算法的优势也会发生变化,但是在某一前推预测帧数前提下,总存在一个合适的回溯帧数,使得 RLS 算法的优势表现的最明显。这里指出,RLS 算法优势最佳值是随风速的不同和驱动器的改变而改变的

## 5 结 论

本文对采用最小二乘 RLS 算法开环预测复原电压进行了仿真研究,仿真结果表明 RLS 算法比直接前推算法更有效地减小系统由伺服延迟引起的误差。目前本文仅对单一的驱动器实现了 RLS 预测算法,同时仿真还没有涉及到比较复杂的闭环情况。希望能在将来可以把现阶段工作扩展到多驱动器预测,并能实现系统的闭环电压预测。

## 参考文献:

- [1] 李新阳,姜文汉. 自适应光学控制系统的有效带宽分析[J]. 光学学报, 1997, **17**(12):1697-1702. (Li X Y, Jiang W H. Effective bandwidth analysis of adaptive optics control system. *Acta Optica Sinica*, 1997, **17**(12):1697-1702)
- [2] 李新阳,姜文汉. 自适应光学系统的控制残余方差分析[J]. 光学学报, 2000, **20**(10):1328-1334. (Li X Y, Jiang W H. Analysis of the residual servo variance for an adaptive optics system. *Acta Optica Sinica*, 2000, **20**(10):1328-1334)
- [3] Aitken G J M, Rossille D, McGaughey D R. Predictability of fractional\_brownian-motion wave-front distortions and some implications for closed-loop adaptive optics control[C]//Proc of SPIE. 1998, **3353**: 1060-1069.
- [4] Jorgenson M B, Aitken G J M. Wave-front prediction for adaptive optics[C]//European Southern Observatory Conf on Active and Adaptive Optic. Ed. F. Merkle. Garching, Germany, 1994: 143.
- [5] Brockie R M, Gallant M W P, Aitken G J M. Predictors in the servo-loop of an AO system[C]//Proc of SPIE. 1998, **3353**: 1186-1192.
- [6] McGuire P C, Rhodarmer T A, Lloyd-Hart M, et al. Linear zonal atmospheric prediction for adaptive optics[C]//Proc of SPIE. 2000, **4007**: 682-691.
- [7] Lloyd-Hart M, McGuire P C. Spatio-temporal prediction for adaptive optics wavefront reconstructors[C]//Adaptive Optics: Topical Mtg. & Tabletop Exhibit. Technical University of Munich, Garching, Germany, 1995.

## Prediction algorithm for atmosphere turbulence with control voltage of deformable mirror

ZHANG Xiu-juan<sup>1,2</sup>, LI Xin-yang<sup>1</sup>, ZHANG Hui-min<sup>1</sup>

(1. *Institute of Optics and Electronics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu 610209, China;*

*2. Graduate School of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China)*

**Abstract:** In adaptive optic system, for correcting the atmosphere turbulence, base on the open-loop atmospheric data, a kind of prediction control algorithm was proposed in this paper to reduce the effect of servo lag. The spatio-temporal recursive least square (RLS) prediction algorithm was used to predict the deformable mirror. The residual error of the adaptive optics system was calculated with and without the prediction control algorithm respectively. The results show that the residual error was reduced effectively with the RLS algorithm.

**Key words:** Adaptive optics; Prediction; RLS algorithm