

六层加侧混合型摇摆器磁场的理论计算与数值模拟

王贵荣 田世洪 杨震华

(北京应用物理与计算数学研究所, 北京市 8009 信箱 100088)

摘要 利用文献[1,2]给出的结果, 提供了六层加侧混合型摇摆器中永磁体磁场的计算公式和软铁磁场计算的积分方程式。对周期长度 $\lambda_w = 1.6\text{cm}$, 磁极间隙 $g = 0.5\text{cm}$ 的情况, 计算了单向聚焦和双向聚焦两种不同构形的磁场分布, 并得到了 $g/\lambda_w = 1/3$ 条件下, 峰值磁场 B_w 超过 1 特斯拉的设计指标。

关键词 混合型摇摆器 永磁铁 双向聚焦 加侧结构

ABSTRACT In this paper, we suggest a new hybrid wiggler with six layers and side-blocks which has two direction focusing function, and simulate the magnetic field of the new hybrid wiggler. Under the limitation $g/\lambda_w = 3$, the peak magnetic field of new hybrid wiggler is in excess of 1T.

KEY WORDS hybrid wiggler, permanent magnet, two direction focusing, structure with side-block

0 引言

目前世界各国从事自由电子激光实验的摇摆器, 通常采用混合型摇摆器。其主要原因是因为它具有容易制造、可以获得高强度高精度磁场、调制方便等优点。混合型摇摆器是在纯永磁摇摆器和电磁摇摆器的基础上发展起来的, 它克服了电磁摇摆器小型化的困难, 又比永磁摇摆器可以产生更高的磁场强度。

混合型摇摆器是由永磁铁和软铁混合排列而产生周期性的横向磁场。其工作原理是, 永磁铁产生磁场的同时, 软铁也被磁化, 摇摆器磁场是由永磁铁产生的磁场和软铁产生的磁场叠加而成的。

近年来国内外对四层结构混合型摇摆器, 在理论上和实验上都进行了大量的研究^[3~5], 对六层结构的纯永磁二维摇摆器也有人研究过^[5]。本文将对六层结构混合型三维摇摆器进行理论研究和数值模拟计算。大致分以下几方面的内容: (1) 导出摇摆器中永磁铁磁场的计算公式; (2) 导出摇摆器中软铁磁化后磁场的计算公式; (3) 对摇摆器的二维场形进行分析; (4) 对六层加侧混合型摇摆器进行数值模拟计算, 并对计算结果进行分析。

1 六层加侧混合型摇摆器磁场的计算公式

六层加侧混合型摇摆器的结构如图 1 所示。每个周期由六层 24 块磁铁组成, 其中永磁铁 20 块, 软铁 4 块。24 块磁铁的结构和磁化方向在表 1 中列出。永磁铁产生的磁

* 中国工程物理研究院基金资助课题。

1995年8月31日收到原稿, 1996年9月4日收到修改稿。

场除了对空间摇摆场作贡献外, 还要磁化软铁, 磁化后的软铁再对空间摇摆场作贡献。下面我们分别来进行讨论。

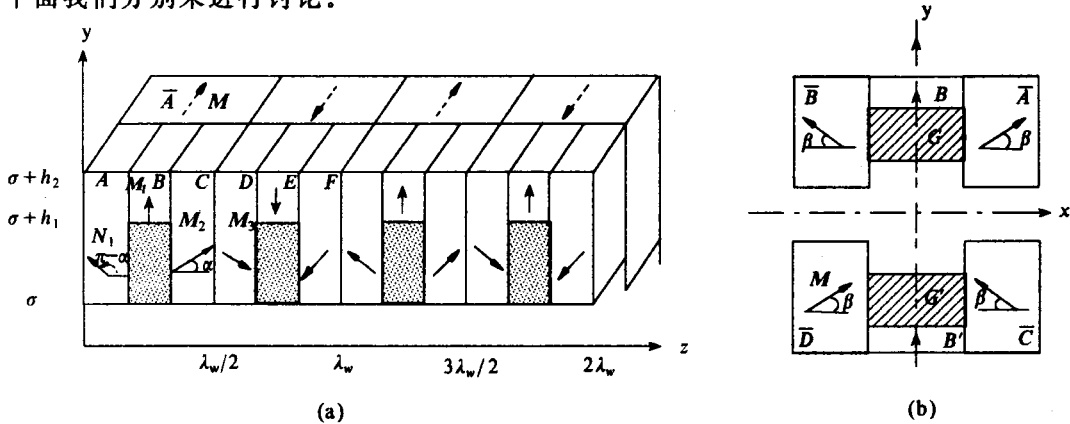


图 1 六层加侧混合型摇摆器结构示意图。(a) 二个周期的侧视图; (b) B 层 x-y 剖面图

Fig.1 Schematic diagram of a new hybrid wiggler structure

1.1 永磁铁产生的磁场

由文献[1](直方块)永磁铁磁场计算的一般公式为

$$\begin{cases} B_x = \bar{D}_{xx}M_x + \bar{D}_{xy}M_y + \bar{D}_{xz}M_z \\ B_y = \bar{D}_{yx}M_x + \bar{D}_{yy}M_y + \bar{D}_{yz}M_z \\ B_z = \bar{D}_{zx}M_x + \bar{D}_{zy}M_y + \bar{D}_{zz}M_z \end{cases} \quad (1)$$

其中

$$\begin{cases} \bar{D}_{xx} = \frac{1}{4\pi} \tan^{-1} \left[\frac{(y-y')(z-z')}{(x-x')r} \right]_{V_j}, & \bar{D}_{xy} = \bar{D}_{yx} = \frac{1}{4\pi} \ln[z'-z+r]_{V_j} \\ \bar{D}_{yy} = \frac{1}{4\pi} \tan^{-1} \left[\frac{(x-x')(z-z')}{(y-y')r} \right]_{V_j}, & \bar{D}_{zx} = \bar{D}_{zx} = \frac{1}{4\pi} \ln[y'-y+r]_{V_j} \\ \bar{D}_{zz} = \frac{1}{4\pi} \tan^{-1} \left[\frac{(x-x')(y-y')}{(z-z')r} \right]_{V_j}, & \bar{D}_{yz} = \bar{D}_{zy} = \frac{1}{4\pi} \ln[x'-x+r]_{V_j} \\ \bar{D}_{xx} + \bar{D}_{yy} + \bar{D}_{zz} = \begin{cases} -1, & \text{永磁铁 } V_j \text{ 内} \\ 0, & \text{永磁铁 } V_j \text{ 外} \end{cases}, & r = [(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2]^{1/2} \end{cases} \quad (2)$$

其中 x, y, z 为观察点, x', y', z' 为永磁铁内的点, $[\dots]_{V_j}$ 表示积分限。由公式(1)可以求得图 1 中标号为 $\bar{A}, \bar{B}, \bar{C} \dots$ 等永磁铁产生的磁场

$$\begin{cases} B_u^{\bar{A}} = M[D_{ux}|_{V_A} \cos\beta + D_{uy}|_{V_A} \sin\beta], & B_u^{\bar{B}} = M[-D_{ux}|_{V_B} \cos\beta + D_{uy}|_{V_B} \sin\beta], \\ B_u^{\bar{C}} = M[-D_{ux}|_{V_C} \cos\beta + D_{uy}|_{V_C} \sin\beta], & B_u^{\bar{D}} = M[D_{ux}|_{V_D} \cos\beta + D_{uy}|_{V_D} \sin\beta], \\ B_u^{\bar{A}'} = M[D_{uy}|_{V_A} \sin\alpha - D_{uz}|_{V_A} \cos\alpha], & B_u^{\bar{A}'} = M[D_{uy}|_{V_A} \sin\alpha - D_{uz}|_{V_A} \cos\alpha], \\ B_u^{\bar{C}'} = M[D_{uy}|_{V_C} \sin\alpha + D_{uz}|_{V_C} \cos\alpha], & B_u^{\bar{C}'} = M[D_{uy}|_{V_C} \sin\alpha - D_{uz}|_{V_C} \cos\alpha], \\ B_u^{\bar{B}} = MD_{uy}|_{V_B}, & B_u^{\bar{B}'} = MD_{uy}|_{V_B}. \end{cases} \quad (3)$$

其中 D_{ux} , D_{uy} , D_{uz} 中的 u 脚标分别表示 x , y , z , 具体表达式由 (2) 式给出。 $|_{V_x}|_{V_y} \dots$ 等为积分限, 可以根据图 1,2 给出。 例如 $|_{V_x} = |_{x_1}^{x_2} |_{y_0}^{y_1} |_{m\lambda_w/2}^{(m+1)\lambda_w/2}$, 这样我们就可以给出 N_w 个周期的摇摆器中由永磁铁产生的总磁场 \vec{B}_s 的表达式为

$$\vec{B}_s = (B_{sx}\vec{e}_x + B_{sy}\vec{e}_y + B_{sz}\vec{e}_z) = \sum_{u=x,y,z} B_{su}\vec{e}_u \quad (4)$$

其中

$$B_{su} = \sum_{m=0}^{2N_w} (-1)^m [B_u^A + B_u^B + B_u^C + B_u^A + B_u^A + B_u^B + B_u^B + B_u^C + B_u^C] \quad (5)$$

1.2 软铁产生的磁场

图 1 中标号为 G , G' 软铁产生的磁场可以这样来计算。 将软铁分成若干个小体元 $\Delta V_i'$, 它在外场 (这里是永磁铁产生的) \vec{B}_s 的作用下磁化, 磁化后的小体元 $\Delta V_i'$ 产生的空间磁场可以写成如下形式^[2]

$$\vec{H}_M^i = \chi^i (H) \vec{C}^i \vec{H}^i \quad (6)$$

这样摇摆器空间任意一点 \vec{p} 处的磁场可以写成

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}_s}{\mu_0} + \sum_{i=1}^N \chi^i (H^i) \vec{C}^i \vec{H}^i \quad (7)$$

这里的求和是对所有软铁区求和, 如果 \vec{p} 点在第 k 块网格 $\Delta V_k'$, 则 (7) 式变成

$$\vec{H}^k = \vec{H}_s^k + \sum_{i=1}^N \chi^i (H^i) \vec{C}^i \vec{H}^i \quad (8)$$

这就是计算磁场的积分方程式。 如果我们把 $\Delta V_i'$ 取为长方体网格时, 耦合系数 C^{ik} 可以积分求得

$$\left\{ \begin{array}{l} C_{xx}^{ik} = \frac{1}{4\pi} \tan^{-1} \left[\frac{(y_p - y')(z_p - z')}{(x_p - x')r} \right]_{\Delta V_i'} , \quad C_{xy}^{ik} = C_{yx}^{ik} = \frac{1}{4\pi} \ln [(z' - z_p) + r]_{\Delta V_i'} \\ C_{yy}^{ik} = \frac{1}{4\pi} \tan^{-1} \left[\frac{(x_p - x')(z_p - z')}{(y_p - y')r} \right]_{\Delta V_i'} , \quad C_{yz}^{ik} = C_{zy}^{ik} = \frac{1}{4\pi} \ln [(x' - x_p) + r]_{\Delta V_i'} \\ C_{zz}^{ik} = \frac{1}{4\pi} \tan^{-1} \left[\frac{(x_p - x')(y_p - y')}{(z_p - z')r} \right]_{\Delta V_i'} , \quad C_{zx}^{ik} = C_{xz}^{ik} = \frac{1}{4\pi} \ln [(y' - y_p) + r]_{\Delta V_i'} \end{array} \right. \quad (9)$$

其中 $|_{\Delta V_i'}$ 是指函数在 $\Delta V_i'$ 长方体的边界上的积分值, 而

$$C_{xx}^{ik} + C_{yy}^{ik} + C_{zz}^{ik} = \frac{1}{4\pi} \int_{\Delta V_i'} \nabla^2 \left(\frac{1}{r} \right) dV' = \begin{cases} 0 & \text{对 } p \text{ 在 } \Delta V_i' \text{ 外} \\ -1 & \text{对 } p \text{ 在 } \Delta V_i' \text{ 内} \end{cases} \quad (10)$$

2 六层混合型摇摆器的二维场形分析

图 1 所示的摇摆器当横向 (x 方向) 尺寸远大于磁极间隙 2σ 时, 计算磁轴附近的磁场分布可以不考虑横向效应。 假定摇摆器足够长, 忽略两端的不均匀分布, 则摇摆器的磁场分布可以用解析公式来表示。 为此我们选出摇摆器中部一个周期来讨论, 六层混合型的结构如图 2 所示, 共有上下对称的 8 对 16 块组元构成。 摇摆器的磁场由 8 对

组元产生的磁场叠加而成。每一对组元的磁场可以根据文献[1]中提供的二维一元型摆

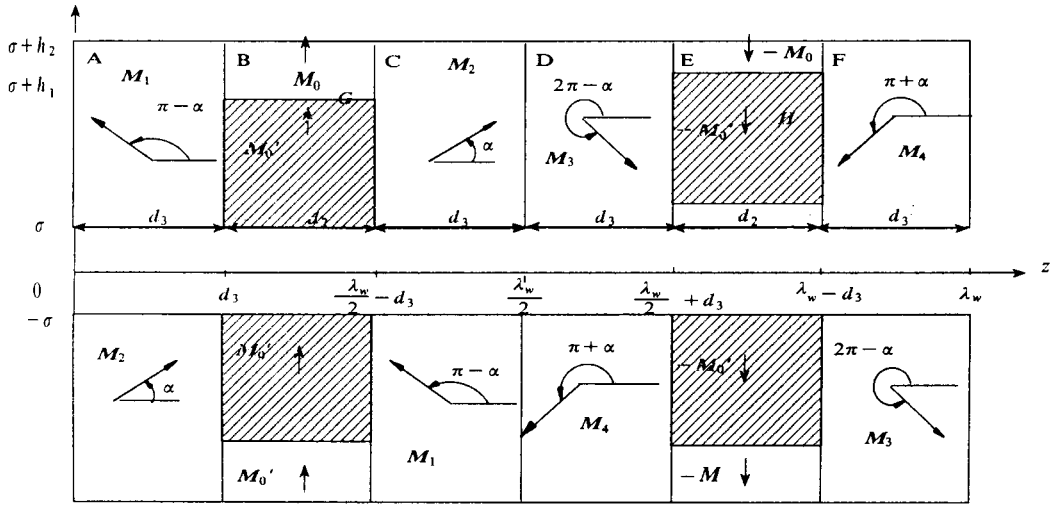


Fig.2 Schematic of 2-D six layers one period hybrid wiggler

图 2 一个周期的二维六层混合型摇摆器结构示意图

摆器磁场计算公式求得, 叠加后可得二维磁场公式为

$$B_y(y, z) = [4B_w^A \cos(\alpha - \frac{k_w d_3}{2}) + 2B_w^B + 2B_w^G] \cosh(k_w y) \sin(k_w z) \quad (11)$$

其中

$$\begin{cases} B_w^A = \frac{2\mu_0 M}{\pi} e^{-k_w \sigma} (1 - e^{-k_w h_2}) \sin(\frac{k_w d_3}{2}) \\ B_w^B = \frac{2\mu_0 M}{\pi} e^{-k_w(\sigma+h_1)} (1 - e^{-k_w(h_2-h_1)}) \sin(\frac{k_w d_2}{2}) \\ B_w^G = \frac{2\mu_0 \bar{M}}{\pi} e^{-k_w \sigma} (1 - e^{-k_w h_1}) \sin(\frac{k_w d_2}{2}) \end{cases} \quad (12)$$

式中 M 是永磁铁的磁化强度, $k_w = 2\pi/\lambda_w$, \bar{M} 为软铁平均磁化强度。在 (12) 式中改变 h_1 , α , d_2 和 d_3 , 可以得到两层、四层、六层各种结构和排列的磁场公式。例如令 $\alpha=0$, $h_1=0, d_2=2d_3$, 则 (11) 和 (12) 式就蜕化为 Halbach 型摇摆器的磁场表达式

$$B_y = \frac{4\sqrt{2}}{\pi} \mu_0 M e^{-\frac{\pi g}{\lambda_w}} (1 - e^{-\frac{2\pi h_2}{\lambda_w}}) \cosh(\frac{2\pi y}{\lambda_w}) \sin(\frac{2\pi z}{\lambda_w}) \quad (13)$$

这一结果和文献上给出的结果是完全一致的^[6]。有关混合型摇摆器的磁场强度, 特别是六层结构, 与结构参数的关系比较复杂, 只有通过数模拟计算才能给出优化的结构, 达到最佳磁场强度的目的。

3 六层加侧混合型摇摆器磁场的数值计算

六层加侧混合型摇摆器的结构示意图如图 1 所示。在我们的计算中永磁材料取钕铁硼 NF30H, 剩磁为 $B_r = 1.12\text{T}$ 。软铁为 IJ22 合金, 磁化曲线如图 3 所示。当 $H > H_k$ 时, $B = M_s(1 - H_k/23H) + H$, $M_s = 23\text{kOe}$ 是饱和磁化强度, $H_k = 125\text{Oe}$ 。

我们把图1中含软铁层的 $y-x$ 剖面 and $y-z$ 剖面单独画出来, 如图4所示。其中 (a) 是 $y-x$ 剖面图, (b) 是 $y-z$ 剖面图。把软铁部分划分成若干个直角网格, 假定在每一个小块内磁化量 M_{ij} 是常数, 不同网格的 M_{ij} 是不同的。这样给定参数 $\sigma, h_1, h_2, x_1, x_2, d_2, d_3, \lambda_w, \alpha$ 和 β , 就可以用积分方程 (8) 对摇摆器的结构和磁场分布进行数值计算。因为计算参数太多, 要进行全面的优化计算决非本课题资金所能承担。因此在这里我们主要研究软铁厚 d 和永磁铁磁化矢量角度 α 和 β 的变化对磁场分布的影响, 从中得出比较好的结构参数。其余参数为 $\lambda_w = 1.6\text{cm}, g = 2\sigma = 0.5\text{cm}, h_1 = 3.1\text{cm}, h_2 = 2.2\text{cm}$ 。下面我们通过改变 x_1 和 x_2 的大小, 给出双向聚焦和单向聚焦两种磁场结构。

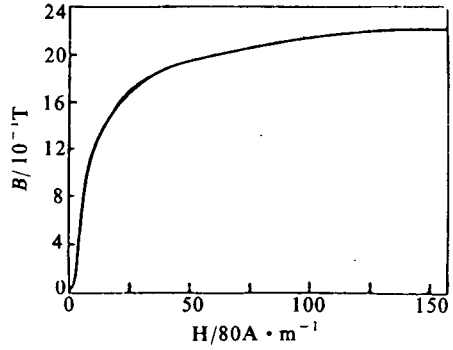


Fig.3 B-H curve of IJ22 alloy
图3 IJ22 合金的 B-H 曲线

下面我们通过改变 x_1 和 x_2 的大小, 给出双向聚焦和单向聚焦两种磁场结构。

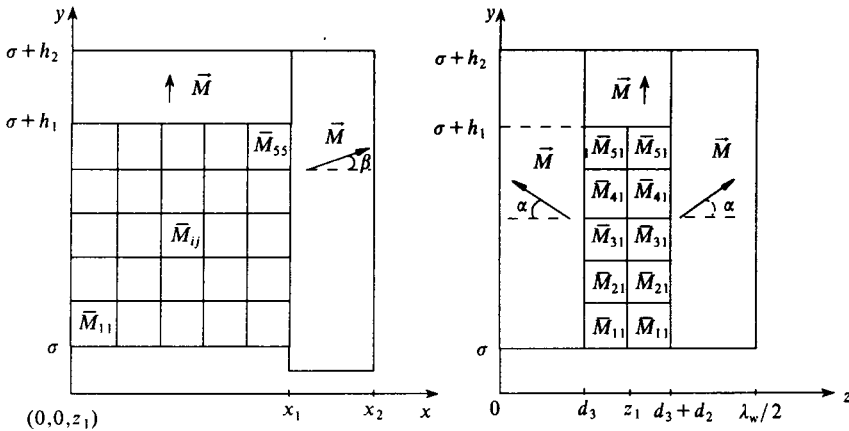


Fig.4 (a) Section of Fig.1 hybrid wiggler on $y-x$ plane at $z_2 < z < z_3$,
(b) Section of Fig.1 hybrid wiggler on $y-z$ plane at $z_2 < z < z_3$,
图4 (a) 图1含软铁层的 $y-x$ 剖面图。(b) 图1含软铁层的 $y-z$ 剖面图。

3.1 双向聚焦磁场分布

我们通过改变 x_1 和 x_2 及 α 和 β 作了一系列模拟计算。最后得到了一组比较好的模拟结果, 即 $x_1 = 0.5\text{cm}, x_2 = 2\text{cm}, \alpha = 0.1\pi, \beta = 0.05\pi, 0.1\pi, 0.16\pi, 0.2\pi$ 四个有代表性的模拟, 其 B_y 在 x 方向的分布在图5的 (a)、(b)、(c)、(d) 中画出。从这一组模型可以看出, β 越大磁场横向分布的凹坑越深, 双向聚焦的能力越强, 但中心磁场强度略有下降。

3.1 单向聚焦磁场分布

若摇摆器磁场在 x 方向是一个很宽的平台分布, 则磁场就只有 y 方向具有聚焦能力, 通常称为单向聚焦摇摆器。若取 $x_1 = 2.05\text{cm}, x_2 = 3.0\text{cm}, \alpha = 0.1\pi, \beta = 0.16\pi$ 时, 磁场 x

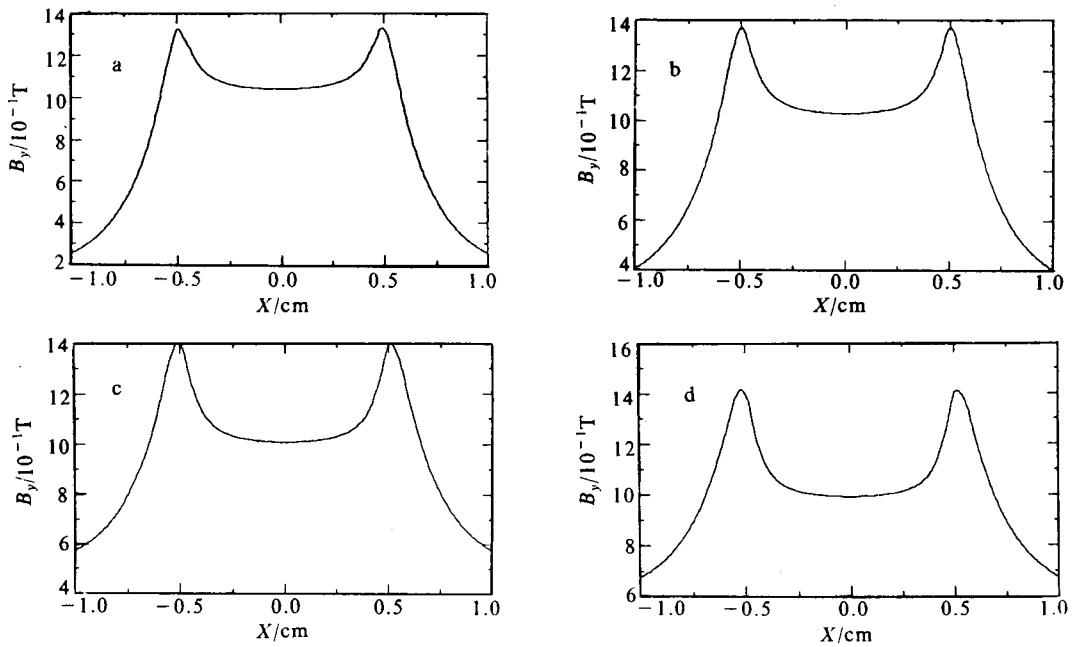


Fig.5 x -direction distribution of magnetic field for different α , β
 $\beta=0.05\pi$ (a), 0.1π (b), 0.16π (c), 0.2π (d) and $\alpha=0.1\pi$

图 5 双向聚焦混合型摇摆器磁场的 x 方向分布

方向的平台宽达 3cm, 这样就在 x 方向失去了聚焦能力。图 6(a) 是计算的 x 方向磁场分布; (b) 是三个周期的轴上磁场随 z 轴的分布, 其结果和文献[2]是一致的。

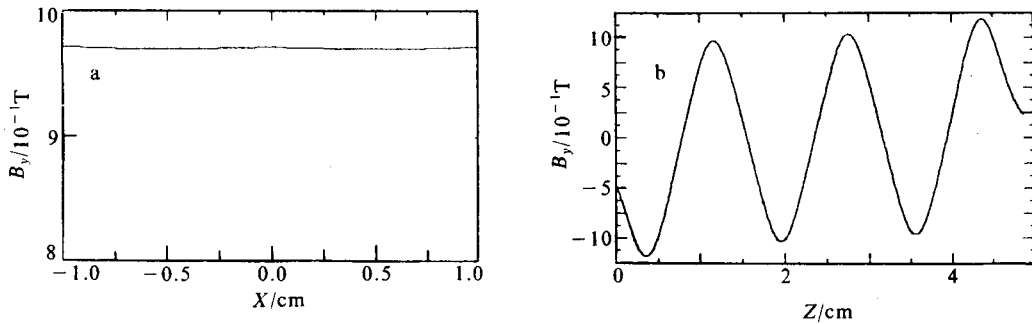


Fig.6 x -direction (a) and z -direction distribution (b) of magnetic field for single direction focusing hybrid wiggler

图 6 单向聚焦混合型摇摆磁场的 x 方向分布 (a) 和 z 方向分布 (b)

4 结语

本文在四层混合型摇摆器加侧结构的设计可以提高峰值磁场 25% 的基础上^[2], 提出了六层加侧混合型摇摆器的设计。国外两层混合型摇摆器在 $g/\lambda_w \approx 1/3$ 条件下峰值

磁场已达到 $0.8\text{T}^{[7]}$, 这是目前达到的最高水平。采用本方法, 四层加侧混合型摇摆器, 在 $g/\lambda_w \approx 1/3$ 条件下可以达到 0.9T ; 本文采用六层加侧混合型摇摆器, 在相同条件下可以超过 1T 。此外, 本文提出的设计还具有双向聚焦的功能, 这对提高自由电子激光的功率和效率无疑是有帮助的。因此, 本文提出的设计思想是有新意的, 但是在实际制作过程中, 比四层混合型摇摆器要难一些, 无疑又会使成本提高, 调试过程中难度加大, 这是本方案的不利之处。

参考文献

- 1 王贵荣, 杨震华. 强激光与粒子束, 1994, 6(4):557
- 2 王贵荣, 田世洪, 杨震华. 强激光与粒子束, 1995, 7(1):86
- 3 Halbach K. *Journal de Physique*, 1983, 44:c1-211
- 4 Halbach K et al. *IEEE Trans. Nucl.Sci*, 1985, NS-32(5):3640
- 5 刘庆想等. 强激光与粒子束, 1993, 5(2):290
- 6 Rakowsky G et al. *Nucl Inst and Meth*, 1990, A296:597
- 7 Varfolomeev A A et al. *Nucl Inst and Meth*, 1993, A331:745

SIMULATION OF HYBRID WIGGLER WITH SIX LAYERS AND SIDE-BLOCKS

Wang Guirong, Tian Shihong, and Yang Zhenhua

(Institute of Applied Physics and Computational Mathematics, P.O.Box 8009, Beijing, 100088)

Stronger magnetic fields can be achieved with the so-called hybrid wiggler. In this wiggler, the magnetic field generated by the permanent-magnet is focused by the steel pieces. The permanent-magnet material is generally rare-earth-cobalt or NaFe/B which has a high permeability and a high saturation flux. The pole tips are usually operated in the saturated region, so the design must be accomplished on a computer to account for the nonlinear behavior of the steel.

In this paper, we suggest a new hybrid wiggler design shown in Fig.1 which constructed by six layers and side-blocks in one period. In our design, the new idea is that the side-blocks have two direction focusing function and have stronger magnetic fields.

In order to demonstrate our new idea, we have been simulated the magnetic fields according to the structure in the Fig.1 ~ 4 using the three-dimensional code^[2]. Under the limitation $g/\lambda_w=3$, the magnetic fields profile are shown in the Fig.5 ~ 6. The results are shown that the magnetic fields profile of our wiggler have two direction focusing function and the peak field is in excess of 1T .