

文章编号: 1001-4322(2002)04-0541-05

拉盖尔-高斯光束通过光阑-透镜分离系统的 聚焦特性和焦移

彭润伍, 吕百达

(四川大学 激光物理与化学研究所, 四川 成都 610064)

摘 要: 使用 Collins 公式推导了拉盖尔-高斯光束通过光阑-透镜分离系统的光强分布。利用数值计算详细分析和说明了其聚焦特性。分析得出光阑-透镜分离程度的大小影响相对焦移的大小和光强的分布, 并引起焦移可能相反或消失。而且发现满足一定条件时在一段较大的轴向距离上光强几乎等于光强极大值, 从而可获得一个较大的光强极大范围。

关键词: 拉盖尔-高斯光束; 光阑-透镜分离系统; 相对焦移; 光强极大值

中图分类号: TN 247

文献标识码: A

光束的变换和聚焦特性一直是令人感兴趣的研究课题, 尤其是有实际意义的多模激光的聚焦更是如此。人们已对不同光束通过光阑-透镜系统的聚焦问题进行了详细的研究^[1~15]。但对光阑-透镜分离系统的焦移, 仅有很少的文献作了讨论^[18,13]。本文从 Collins 公式出发, 推导了拉盖尔-高斯光束通过光阑-透镜分离系统的光强分布, 并利用数值计算详细研究了 L-G 光束通过光阑-透镜分离系统的聚焦特性, 得出了一些对实际工作有意义的新结果。

1 L-G 光束的聚焦光强分布

如图 1 所示, L-G 光束通过半径为 a 的光阑后, 被一距光阑 s 处的薄透镜聚焦, 薄透镜的焦距为 f , F 为薄透镜的后焦点, 观察点 P 到 F 的距离为 z , O_1, O_2 为透镜入射和出射波面中心, R_1, R_2 为透镜入射和出射波面曲率半径。并且光束束腰 w_0 位于光阑处。设加在光阑入射面上的 L-G 光束场分布为^[15]

$$E_{pl}(r_0, \varphi) = \left(\sqrt{2} \frac{r_0}{w_0}\right)^l L_p^l \left(2 \frac{r_0^2}{w_0^2}\right) e^{-\frac{ik}{2q_0} r_0^2} e^{-i\varphi q_0} \quad (1)$$

式中: $1/q_0 = -i\lambda/\pi w_0^2 = 2/ikw_0^2$ 为入射光束相关的基模高斯光束的复参数, λ 为波长, k 为波数; l, p 分别为光束的角向和径向指数; L_p^l 为拉盖尔多项式。

由 Collins 公式得观察点 P 的场分布为^[1,16]

$$E(r, \varphi) = \frac{ik}{2TB} \exp(-ikL) \int_0^a E_{pl}(r_0, \varphi) \exp\left\{-\frac{ik}{2B} [A r_0^2 - 2r r_0 \cos(\varphi - \varphi_0) + D r^2]\right\} r_0 dr_0 d\varphi \quad (2)$$

式中变换矩阵元为

$$M = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -z/f & (-z/f)s + f + z \\ -1/f & 1 - s/f \end{bmatrix} \quad (3)$$

L 为光阑到观察点 P 的传输距离。对(2)式积分得

$$E_{pl}(r, \varphi, z) = \frac{k}{B} \exp(-ikL) i^{l+1} \exp(i\varphi) \exp\left(-\frac{ikD}{2B} r^2\right) \times \int_0^a \left(\sqrt{2} \frac{r_0}{w_0}\right)^l L_p^l \left(2 \frac{r_0^2}{w_0^2}\right) J_l\left(\frac{k r_0 r}{B}\right) \exp\left(-\frac{ikA}{2B} r_0^2 - \frac{r_0^2}{w_0^2}\right) r_0 dr_0 \quad (4)$$

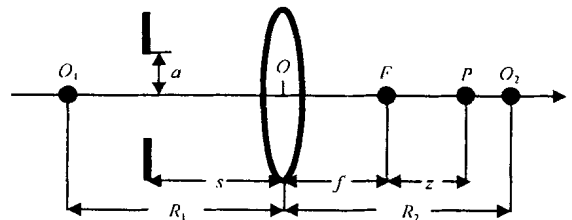


Fig. 1 Propagation of a Laguerre-Gaussian beam passing through an aperture-lens separation system

图 1 拉盖尔-高斯光束通过光阑-透镜分离系统的传输

式中: J_l 为 l 阶 Bessel 函数。

现在讨论轴上场分布, 即 $r=0$, 得

$$E_{pl}(0, \varphi, z) = \begin{cases} 0, & l \neq 0 \\ \frac{ik}{B} \exp(-ikL) \int_0^a L_p^0\left(2\frac{r_0^2}{w_0^2}\right) \exp\left(-\frac{ikA}{2B} r_0^2 - \frac{r_0^2}{w_0^2}\right) r_0 dr_0, & l = 0 \end{cases} \quad (5)$$

即当 $l \neq 0$ 时, 轴上光强恒为零, 当 $l=0$ 时,

$$E = \frac{ik}{B} \exp(-ikL) \int_0^a L_p^0\left(2\frac{r_0^2}{w_0^2}\right) \exp\left(-\frac{ikA}{2B} r_0^2 - \frac{r_0^2}{w_0^2}\right) r_0 dr_0 \quad (6)$$

得

$$E = \frac{i\pi N_G f}{f+z(1-s/f)} \exp(-ikL) \int_0^{2\alpha} L_p^0(x) \left[\frac{i\pi N_G z}{f+z(1-s/f)} \frac{x}{2} - \frac{x}{2} \right] dx \quad (7)$$

式中: $\alpha = (a/w_0)^2$ 为截断参数; $x = 2r_0^2/w_0^2$; $N_G = w_0^2/\lambda f$ 。令 $u = \pi N_G z / [f+z(1-s/f)]$, 得

$$E = \frac{i}{2} [\pi N_G - u(1-s/f)] \exp(ikL) \int_0^{2\alpha} L_p^{(0)}(x) \exp\left[-\frac{x}{2}(1-iu)\right] dx \quad (8)$$

令 $\beta = \frac{1}{2}(1-iu)$, 积分得

$$E = \frac{i}{2} [\pi N_G - u(1-s/f)] \exp(ikL) \sum_{k=0}^p (-1)^k \binom{p}{k} \frac{1}{k!} \frac{1}{\beta^{k+1}} \Gamma(k+1, 2\alpha\beta) \quad (9)$$

式中: $\Gamma(k+1, 2\alpha\beta)$ 为不完全伽马函数。令 $F(p, \alpha) = \sum_{k=0}^p (-1)^k \binom{p}{k} \frac{1}{k!} \frac{1}{\beta^{k+1}} \Gamma(k+1, 2\alpha\beta)$, 得

$$E = \frac{i}{2} [\pi N_G - u(1-s/f)] \exp(ikL) F(p, \alpha) \quad (10)$$

轴上光强为

$$I = EE^* = \frac{1}{4} [\pi N_G - u(1-s/f)]^2 F(p, \alpha) F^*(p, \alpha) \quad (11)$$

2 L-G 光束的焦移

光强极大值满足

$$dI/dz = 0 \quad (12)$$

轴上光强极大值点的位置 z_{\max} 即由(12)式确定。

在弱限制情况下(即 $\alpha \gg 1$ ($a \gg w_0$) 时), 衍射效应可以忽略, 几何成像公式 $1/R_2 - 1/R_1 = -1/f$ 近似成立。利用几何成像公式以及 $R_1 = s + (\pi f N_G)^2/s$, 可得

$$R_2 = [s + (\pi f N_G)^2/s] / [1 - (s/f + \pi^2 f N_G^2/s)] \quad (13)$$

相对焦移为

$$\Delta z = (|f + z_{\max}| - |R_2|) / |R_2| \quad (14)$$

3 数值计算和讨论

在弱限制情况下(即 $\alpha \gg 1$ ($a \gg w_0$) 时), 由(11)和(14)式可以算出轴上点的光强和相对焦移。下面给出了利用计算机由(11)和(14)式作数值计算得出的光强 I 和相对焦移 Δz 与相关物理因数的关系图(其中均有 $l=0$)。

图 2 为 $\alpha = 4, N_G = 5$ 和 $p = 0, 1, 2$ 时 Δz 与 s/f 的曲线。从图中我们可以看出, 当 $p=0$ 时, 在 $s/f < 1$ 的范围内相对焦移小于零, 即光强极大值点比几何焦点更靠近透镜, 且 $|\Delta z|$ 随 s/f 的增大而减小; $s/f > 1$ 后相对焦移大于零, 即光强极大值点比几何焦点远离透镜, 且 $|\Delta z|$ 随 s/f 的增大而增大; $s/f = 1$ 时焦移为零, 则焦移得到补偿, 光强极大值点即几何焦点(这即文献[8]得到的结果)。当 $p \neq 0$ 时, 相对焦移既可大于零也可小于零, 但不会等于零, 在 $s/f < 1$ 的范围内, 相对焦移小于零, $|\Delta z|$ 随 s/f 的增大而增大; $s/f > 1$ 后相对焦移大于零, $|\Delta z|$ 随 s/f 的增大而减小; $s/f = 1$ 时, 有数值相等的正、负两个焦移点。图 3 为 $\alpha = 4, p = 1$ 和 $s/f = 0, 0.5, 1, 4$

时 Δ_z 与 N_G 的曲线; 图 4 为 $N_G = 5, p = 1$ 和 $s/f = 0, 0.5, 1, 4$ 时 Δ_z 与 α 的曲线。从图 3 可看出, $|\Delta_z|$ 随 N_G 的增大而减小, s/f 的变化除引起相对焦移小于或大于零外, 且它的增大使 $|\Delta_z|$ 减小得更快。从图 4 可看出, $|\Delta_z|$ 随 α 的增大而减小, s/f 的变化同样引起相对焦移小于或大于零。

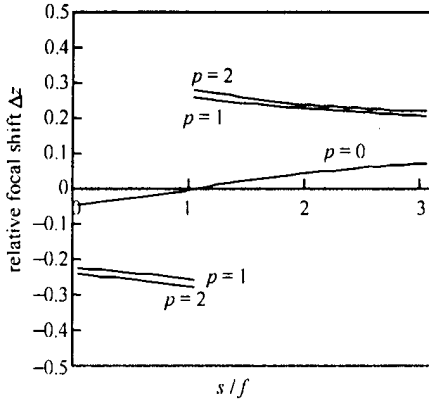


Fig 2 Relative focal shift Δ_z vs s/f ($\alpha = 4, N_G = 5$)

图 2 Δ_z 随 s/f 的变化 ($\alpha = 4, N_G = 5$)

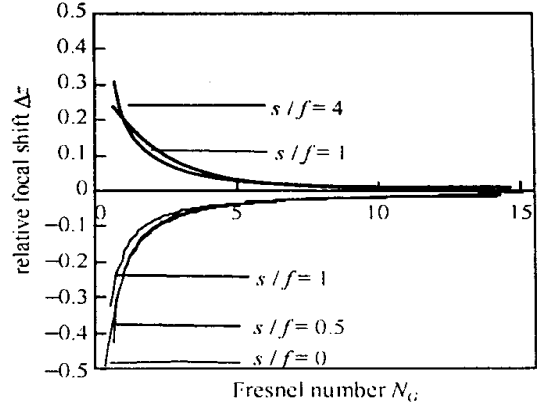


Fig 3 Relative focal shift Δ_z vs N_G ($\alpha = 4, p = 1$)

图 3 Δ_z 随 N_G 的变化 ($\alpha = 4, p = 1$)

图 5 为 $\alpha = 4, N_G = 5, p = 1$ 和 $s/f = 0, 0.5, 1, 2.5$ 时轴上光强 I 与 Δ_z 的曲线。从图 5 看出, 轴上光强主要分布在 $-0.1 < \Delta_z < 0.1$ 的范围内。当 $s/f = 0$ 时, 轴上光强在 $\Delta_z = -0.04$ 处获得最大值, 随着 s/f 的增大, $\Delta_z < 0$ 范围内的轴上光强逐渐减小, $\Delta_z > 0$ 范围内的轴上光强逐渐增大。在 s/f 处, $\Delta_z < 0$ 和 $\Delta_z > 0$ 范围内的轴上光强各有一个相等的光强极大值, 且其 $\Delta_z = 0$ 中心处的光强仅比光强极大值约小 3%, 则在 $-0.05 < \Delta_z < 0.05$ 的范围内可获得光强差值小于 3% 的光强极大区域。

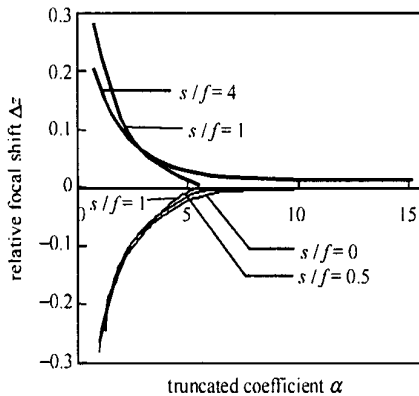


Fig 4 Relative focal shift Δ_z vs truncated parameter α ($N_G = 5, p = 1$)

图 4 Δ_z 随 α 的变化 ($N_G = 5, p = 1$)

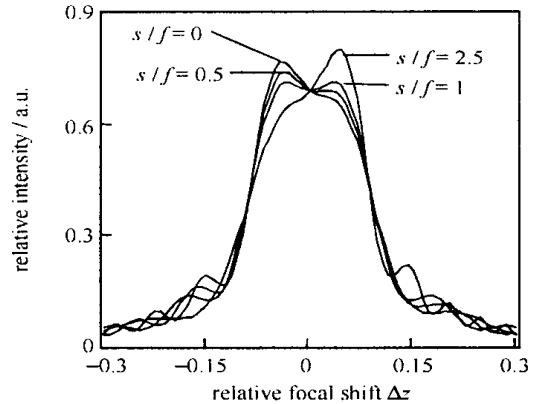


Fig 5 Axial maximum intensity I_{max} vs Δ_z ($\alpha = 4, N_G = 5, p = 1$)

图 5 轴上光强极大值 I_{max} 随 Δ_z 的变化 ($\alpha = 4, N_G = 5, p = 1$)

图 6 为 $\alpha = 4, N_G = 5$ 和 $p = 0, 1, 2$ 时 I 随 $\Delta_z, s/f$ 的变化图; 图 7 为 $\alpha = 4, N_G = 5, p = 1$ 时不同 Δ_z 值下轴上光强 I 与 s/f 的曲线。图 6 显示出当 p 增大时几何焦点处的光强减小, 光强分布更趋向于远离几何焦点, 且轴上远几何点区域光强变化起伏越来越大。图 7(a) 表明当 $p = 1$ 时, 轴上远几何点区域光强随 s/f 的变化而起伏变化(拉盖尔多项式所决定的)。从图 7(b) 看出在 $\Delta_z < 0$ 和 $\Delta_z > 0$ 范围内各有一个极大值点, $\Delta_z < 0$ 范围内的极大值点随 s/f 的增大而减小, $\Delta_z > 0$ 范围内的极大值点随 s/f 的增大而增大, 二者在 $s/f = 1$ 处相等。 $\Delta_z = 0$ (即几何焦点) 处的光强为恒定值, 不受 s/f 大小影响。

图 8 为 $\alpha = 4, N_G = 5, p = 1$ 时轴上光强极大值 I_{max} 与 s/f 的曲线。从图 8 可看出光强极大值随 s/f 的变化。当 $s/f < 1$ 时, 光强极大值随 s/f 的增大而减小, 在 $s/f = 1$ 时最小, 而当 $s/f > 1$ 时, 光强极大值随 s/f 的增大而增大。

在强限制情况下(即 $\alpha \ll 1 (a \ll w_0)$ 时), 衍射效应不可忽略, 几何成像公式不成立。第 2 部分得出的相对焦移公式不再适用, 须另作推导。对 $p = 0$ 的情况文献[8]有讨论, 对 $p \neq 0$ 的情况有待进一步研究。

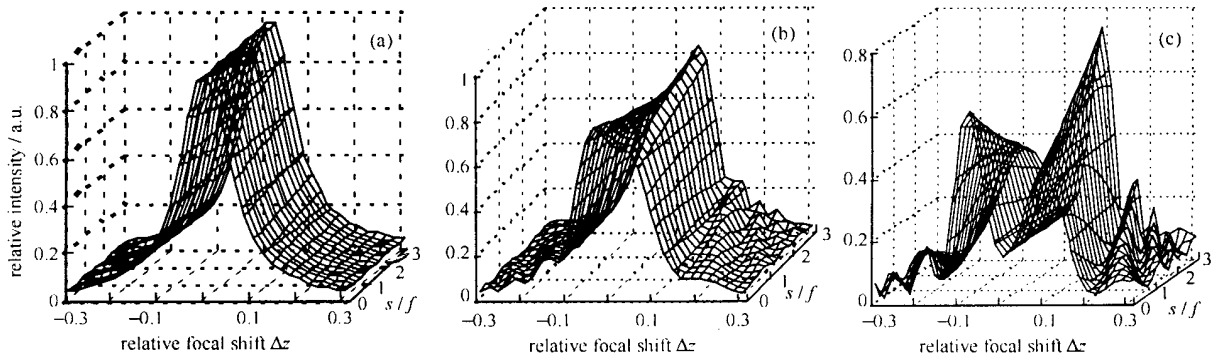


Fig 6 Axial intensity distribution vs Δz and s/f ($\alpha = 4, N_G = 5$). (a) $p = 0$; (b) $p = 1$; (c) $p = 2$

图6 轴上光强 I 随 Δz 和 s/f 的变化 ($\alpha = 4, N_G = 5$)。 (a) $p = 0$; (b) $p = 1$; (c) $p = 2$

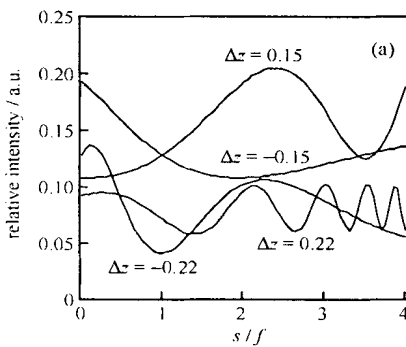


Fig 7 Axial intensity I vs s/f ($\alpha = 4, N_G = 5, p = 1$)

图7 轴上光强 I 随 s/f 的变化 ($\alpha = 4, N_G = 5, p = 1$)

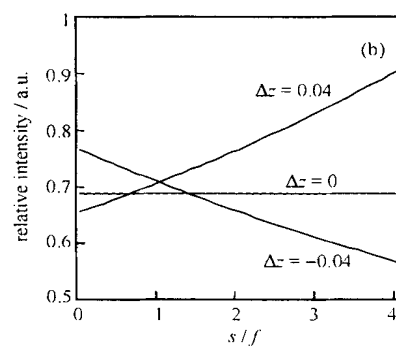


Fig 8 Maximum axial intensity I_{max} vs s/f

图8 轴上光强极大值 I_{max} 随 s/f 的变化

4 结论

本文运用 Collins 公式推导了拉盖尔-高斯光束通过光阑-透镜分离系统的光强分布。利用数值计算详细分析和说明了其聚焦特性。分析结果表明, 光阑-透镜分离程度 s/f 的大小影响相对焦移 Δz 的大小和轴上光强分布, 并导致相对焦移既可大于零, 小于零, 也可等于零。在一定条件下, 较大一段轴向距离上光强与光强极大值相近, 由此可获得一个较大的光强极大范围。

参考文献

- [1] 吕百达 强激光的传输与控制[M]. 北京: 国防工业出版社, 1999. (L ü B D. Propagation and control of high-power lasers Beijing: National Defense Industry Press, 1999)
- [2] Li Y, Wolf E. Focal shift in diffracted converging spherical waves[J]. *Opt Commun*, 1981, **39**(4): 211—215.
- [3] Li Y, Wolf E. Focal shift in focused truncated Gaussian beam s[J]. *Opt Commun*, 1982, **42**(3): 151—156.
- [4] Carter W H. Focal shift and concept of effective Fresnel number for a Gaussian laser beam [J]. *Appl Opt*, 1982, **21**(11): 1989—1994.
- [5] 黄文龙, 吕百达 受光阑限制球面波焦移的一般分析[J]. 四川大学学报(自然科学版), 1994, **31**(4): 471—475. (Huang W L, L ü B D. A general analysis of focal shift in aperture spherical waves *Journal of Sichuan University (Natural Science Edition)*, 1994, **31**(4): 471—475)
- [6] 王喜庆, 吕百达 拉盖尔-高斯光束的聚焦特性[J]. 激光技术, 1996, **20**(3): 185—190. (Wang X Q, L ü B D. Focusing properties of Laguerre-Gaussian beams *Laser Technology*, 1996, **20**(3): 185—190)
- [7] 王喜庆, 吕百达 聚焦拉盖尔-高斯光束的三维光强分布[J]. 四川大学学报(自然科学版), 1996, **33**: 56—59. (Wang X Q, L ü B D. Three-dimensional intensity distribution of focused Laguerre-Gaussian beams *Journal of Sichuan University (Natural Science Edition)*, 1996, **33**(1): 56—59)
- [8] 刘学军, 吕百达 高斯光束通过光阑-透镜分离系统的焦移[J]. 激光杂志, 1997, **18**(3): 17—22. (Liu X J, L ü B D. Focal shift in a Gaussian beam focused by an aperture-lens separated system. *Laser Journal*, 1997, **18**(3): 17—22)
- [9] Carter W H, A burdence. Focal shift in Laguerre-Gaussian beams[J]. *J Opt Soc Am A*, 1987, **4**(10): 1949—1952.
- [10] L ü B, Huang W, et al. Focal shift in apertured Gaussian beams and relation with the lens focus[J]. *Optik*, 1995, **99**: 8—12.
- [11] L ü B, Zhang B, et al. Propagation and diffraction of apertured higher-order Gaussian beams[J]. *J Mod Opt*, 1993, **40**: 1731—1743.
- [12] Self S A. Focusing of spherical Gaussian beams[J]. *Applied Optics*, 1983, **22**(5): 685—661.

- [13] Wenzel R G. Effect of the aperture-lens separation on the focal shift in large-F-number systems[J]. *J Opt Soc Am A*, 1987, **4**(2): 340—345.
- [14] 王喜庆, 吕百达. 厄米-高斯光束的聚焦场特性. *强激光与粒子束*, 1996, **8**(1): 24—30. (Wang X Q, Lü B D. Focused field characteristics of Hermite-Gaussian beams. *High power laser and particle beams*, 1996, **8**(1): 24—30)
- [15] Li Y. Propagation of focal shift through axisymmetrical optical system[J]. *Opt Commun*, 1993, **95**: 13—17.
- [16] Collins S A Jr. Lens-system diffraction integral written in terms of matrix optics[J]. *J Opt Soc Am*, 1970, **60**(9): 1168—1177.

Focused field characteristics and focal shift of Laguerre-Gaussian beams passing through an aperture-lens separation system

PENG Runwu, LÜ Baída

(*Institute of Laser Physics and Chemistry, Sichuan University, Chengdu 610064, China*)

Abstract In this paper, the expression for axial intensity distribution of Laguerre-Gaussian beams passing through an aperture-lens separation system is derived using Collins formula. It is shown that aperture-lens separation affects the focal shift and intensity distribution. The focal shift may be reversed or eliminated. Furthermore, under certain conditions, the intensity in a large axial range is close to the maximum intensity. Thus a large range of maximum intensity can be obtained.

Key words: Laguerre-Gaussian beams; aperture-lens separation system; relative focal shift; maximum intensity