

文章编号: 1001-4322(2005)03-0347-04

聚焦贝塞尔-高斯光束的焦开关效应*

季小玲¹, 吕百达²

(1. 四川师范大学 电子工程学院, 四川 成都 610066; 2. 四川大学 激光物理与化学研究所, 四川 成都 610064)

摘 要: 详细研究了贝塞尔-高斯光束被无光阑透镜聚焦后的焦开关效应。推导出了轴上最大光强位置满足的一元三次方程和相对跃迁量公式,并用数值计算对理论结果作了说明。研究表明,当光束参数大于 $\sqrt{2}$ 时,聚焦贝塞尔-高斯光束会有焦开关现象出现。相对跃迁量随着光束参数的增大而增大,轴上归一化光强最小值随着光束参数的增大而减小,并且当光束参数大于 3.9 时,轴上归一化光强最小值为零。

关键词: 贝塞尔-高斯光束; 焦开关; 无光阑透镜; 光束参数

中图分类号: O435 **文献标识码:** A

激光束通过光学系统,其实际焦点与几何焦点位置不重合,这种现象称为焦移,对此已进行了许多研究^[1~3]。近年的研究发现,当某些光束入射到某些含有衍射元件的光学系统时,不仅会出现焦移,而且当改变系统参数时,还会出现焦点跃变的新现象,称为焦开关。例如,轴向超分辨衍射屏的光学系统^[4]或者菲涅耳波带片^[5]被会聚球面波衍射时,当系统菲涅耳数减小到一定程度时,会有焦开关出现。最近的研究还发现,在满足一定条件下,拉盖尔-高斯光束通过光阑-透镜分离光学系统^[6]时,以及平顶高斯光束通过光阑双焦透镜^[7]时,都会有焦开关出现。一个有意义的问题是,光束通过无光阑限制的光学系统时是否会有焦开关出现?与无衍射的贝塞尔光束不同,贝塞尔-高斯光束携带着有限大的能量,并且由于其振幅呈高斯规律迅速减小而能够在实验中实现^[8]。本文详细研究了贝塞尔-高斯光束被无光阑透镜聚焦后的焦开关效应。推导出了轴上最大光强位置满足的一元三次方程和相对跃迁量公式,并用数值计算对理论结果作了说明,得出了一些重要结论。

1 理论模型

设入射贝塞尔-高斯光束场分布为^[8]

$$E_0(r) = J_0(\alpha r) \exp(-r^2/\omega_0^2) \tag{1}$$

式中: J_0 为零阶贝塞尔函数; α 是与 J_0 项相关的参数; ω_0 为对应高斯光束的束腰宽度。

由 Collins 公式^[9],贝塞尔-高斯光束通过变换矩阵为 $\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$ 光学系统后的场分布为

$$E(r, z) = \int_{-\infty}^{\infty} E_0(r_0) J_0\left(\frac{krr_0}{B}\right) \exp\left[-\frac{ik}{2B}(Ar_0^2 - 2r_0r + Dr^2)\right] r_0 dr_0 \tag{2}$$

式中: k 为光束的波数, $k = 2\pi/\lambda$, λ 为波长。

现在考虑图 1 所示无光阑限制透镜光学系统,入射面 RP_1 与焦距为 f 的透镜 L 距离为 s , F 为透镜的后焦点, F 与考察面 RP_2 的距离为 z 。从 RP_1 到 RP_2 的光束变换矩阵为

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -z/f & (-z/f)s + f + z \\ -1/f & 1 - s/f \end{pmatrix} \tag{3}$$

将(1)和(3)式代入(2)式,并利用积分公式

$$\int_0^{\infty} \exp(-\alpha r^2) J_0(2\eta r) r dr = \frac{1}{2\alpha} \exp\left(-\frac{\eta^2}{\alpha}\right) \tag{4}$$

得到轴上场分布为

$$E(0, z) = \frac{i\pi N_F}{[1 + (z/f)(1 - s/f)] - i[\pi N_F(z/f)]} \exp\left\{-\frac{\beta^2}{4} \frac{1 + (z/f)(1 - s/f)}{[1 + (z/f)(1 - s/f)] - i[\pi N_F(z/f)]}\right\} \tag{5}$$

式中: $\beta = \omega_0 \alpha$ 为光束参数; $N_F = \omega_0^2/\lambda f$ 为对应高斯光束的菲涅耳数。

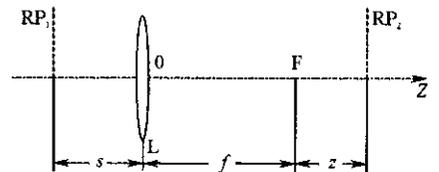


Fig. 1 A lens optical system without aperture
图 1 无光阑透镜光学系统

* 收稿日期:2004-08-12; 修订日期:2004-12-29
基金项目:四川省教育厅自然科学基金资助课题(2002A089)
作者简介:季小玲(1963—),女,教授,博士,主要从事光束的传输与控制研究;E-mail:jixl100@163.com。

由(5)式得到轴上光强分布为

$$I = \frac{\pi^2 N_F^2}{[1 + (z/f)(1 - s/f)]^2 + [\pi N_F(z/f)]^2} \exp\left\{-\frac{\beta^2}{2} \frac{[1 + (z/f)(1 - s/f)]^2}{[1 + (z/f)(1 - s/f)]^2 + [\pi N_F(z/f)]^2}\right\} \quad (6)$$

根据 $dI/dz=0$, 由(6)式得到轴上最大光强的位置 z_{\max} 满足的一元三次方程为

$$\left[\left(1 - \frac{s}{f}\right)^2 + (\pi N_F)^2\right] \left(\frac{z_{\max}}{f}\right)^3 + \left[3\left(1 - \frac{s}{f}\right)^3 + \left(3 - \frac{\beta^2}{2}\right)\left(1 - \frac{s}{f}\right)(\pi N_F)^2\right] \left(\frac{z_{\max}}{f}\right)^2 \times \\ \left[3\left(1 - \frac{s}{f}\right)^2 + \left(1 - \frac{\beta^2}{2}\right)(\pi N_F)^2\right] \left(\frac{z_{\max}}{f}\right) + \left(1 - \frac{s}{f}\right) = 0 \quad (7)$$

令 $s/f=1$, (6), (7) 两式分别简化为

$$I = \frac{\pi^2 N_F^2}{1 + [\pi N_F(z/f)]^2} \exp\left\{-\frac{\beta^2/2}{1 + [\pi N_F(z/f)]^2}\right\} \quad (8)$$

$$(\pi N_F)^2 [(\pi N_F)^2 (z_{\max}/f)^3 + (1 - \beta^2/2)(z_{\max}/f)] = 0 \quad (9)$$

由(8), (9) 两式得到轴上最大光强位置 z_{\max} 及最大光强值 I_{\max} 为

(i) $\beta \leq \sqrt{2}$ 时, 有

$$I_{\max} = \pi^2 N_F^2 \exp(-\beta^2/2), \quad z_{\max} = 0 \quad (10)$$

此时, 最大光强位于几何焦点处。

(ii) $\beta > \sqrt{2}$ 时, 有

$$I_{\max, c} = 2\pi^2 N_F^2 \exp(-1)/\beta^2, \quad z_{\max, c}/f = \pm \sqrt{\beta^2/2 - 1}/(\pi N_F) \quad (11)$$

(11) 式表明, 有两个等大的光强最大值 $I_{\max c}$ 和 $I_{\max s}$, 它们分别位于几何焦点等距离的两侧。轴上存在随光学系统参数变化并可竞争的两个峰值光强是产生焦开关的必要条件^[5]。因此, 贝塞尔-高斯光束通过图 1 所示无光阑透镜光学系统产生焦开关的必要条件是 $\beta > \sqrt{2}$ 。焦点位置相对跃迁量 Δz_{sw} 为

$$\Delta z_{sw} = \frac{z_{\max s} - z_{\max c}}{f} = \frac{2\sqrt{\beta^2/2 - 1}}{\pi N_F} \quad (12)$$

(12) 式表明, Δz_{sw} 随着 β 的增大而增大, 随着 N_F 的增大而减小。

2 数值计算及分析

图 2 为聚焦贝塞尔-高斯光束相对焦移 Δz_f 和轴上最大光强 I_{\max} 随 s/f 的变化曲线, 其中 $N_F=1.5$, $\Delta z_f = z_{\max}/f$ 。由图 2(a) 可知, $\beta=2, 3.5 > \sqrt{2}$ 时, Δz_f 在 $s/f=1$ 处有一跃变, Δz_f 由负变为正, 即出现焦开关, 且 $\beta=2, 3.5$ 对应 Δz_f 的跃变量分别为 0.48 和 0.96, 即随着光束参数 β 的增加, Δz_f 跃迁间隔增大。但是, 当 $\beta=1.3 < \sqrt{2}$ 时, Δz_f 无跃变出现。图 2(b) 表明, 贝塞尔-高斯光束的 I_{\max} 在转折点 $s/f=1$ 处有一极小值, 并且 I_{\max} 关于 $s/f=1$ 对称。

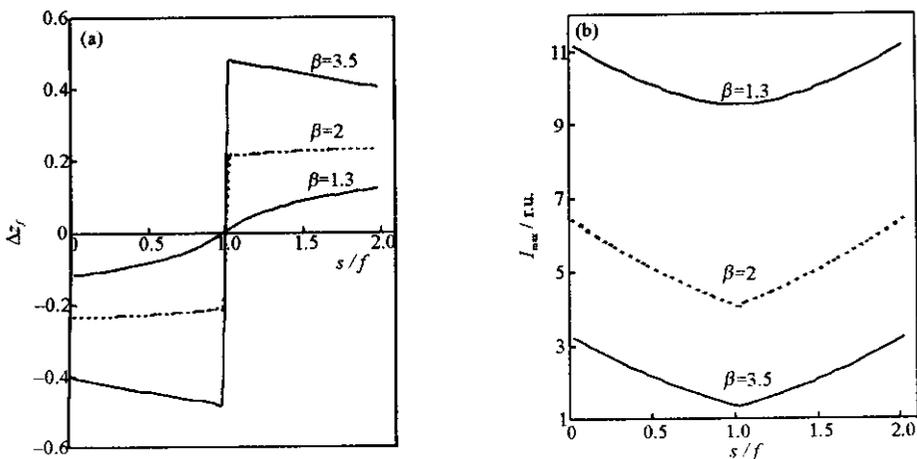


Fig. 2 Relative focal shift Δz_f and axial maximum irradiance I_{\max} vs relative separation s/f

图 2 相对焦移 Δz_f 和轴上峰值光强 I_{\max} 随 s/f 的变化曲线

图 3 为聚焦贝塞尔-高斯光束的 Δz_{sw} 随 β 的变化曲线。由图 3 可知：对于不同的 N_F , β 存在同一下限 $\beta_c = \sqrt{2}$, 当 $\beta > \beta_c$ 时, 才会有焦开关发生, 并且 Δz_{sw} 随着 β 的增大而增大, Δz_{sw} 随着 N_F 的增大而减小。图 4 为 $s/f = 1$ 时, 对于不同 β 值, 聚焦贝塞尔-高斯光束轴上归一化光强分布曲线, $N_F = 1.5$ 。由图 4 可知, $\beta = 1 < \beta_c$ (图 4 (a)) 时, 轴上光强仅有一个峰值, 不会有焦开关出现; $\beta_c = \sqrt{2}$ (图 4 (b)) 时, 轴上光强顶部平坦, 也不会有焦开关出现; $\beta = 2, 2.5 < \beta_c$ (图 4 (c, d)) 时, 轴上光强分裂为两个峰值, 会有焦开关出现, 且随着 β 的增大, 轴上光强凹陷变深。图 5 为 $s/f = 1$ 时聚焦贝塞尔-高斯光束轴上光强最小值 I_{min} 与轴上光强最大值 I_{max} 之比 I_{min}/I_{max} (轴上归一化光强最小值) 随 β 的变化曲线, $N_F = 1.5$ 。由图 5 可知, 当 $\beta \leq \beta_c = \sqrt{2}$ 时, $I_{min}/I_{max} = 1$, 轴上光强分布无凹陷; 当 $\beta > \beta_c$ 时, $I_{min}/I_{max} < 1$, 且随着 β 的增加, 轴上光强凹陷变深; 当 $\beta > 3.9$ 时, $I_{min}/I_{max} = 0$ 。

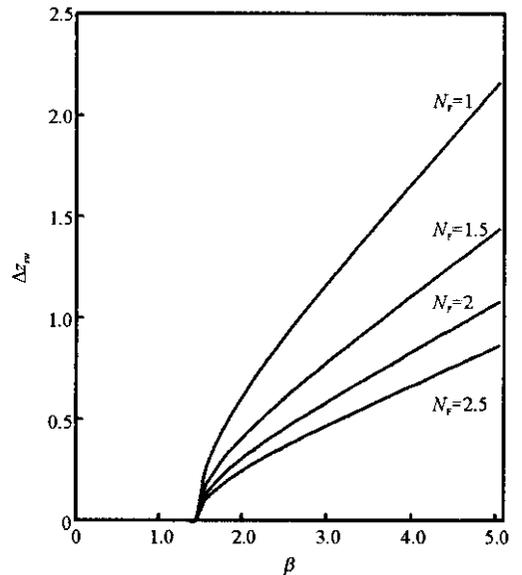


Fig. 3 Relative transition height Δz_{sw} vs β

图 3 相对跃迁量 Δz_{sw} 随 β 的变化曲线

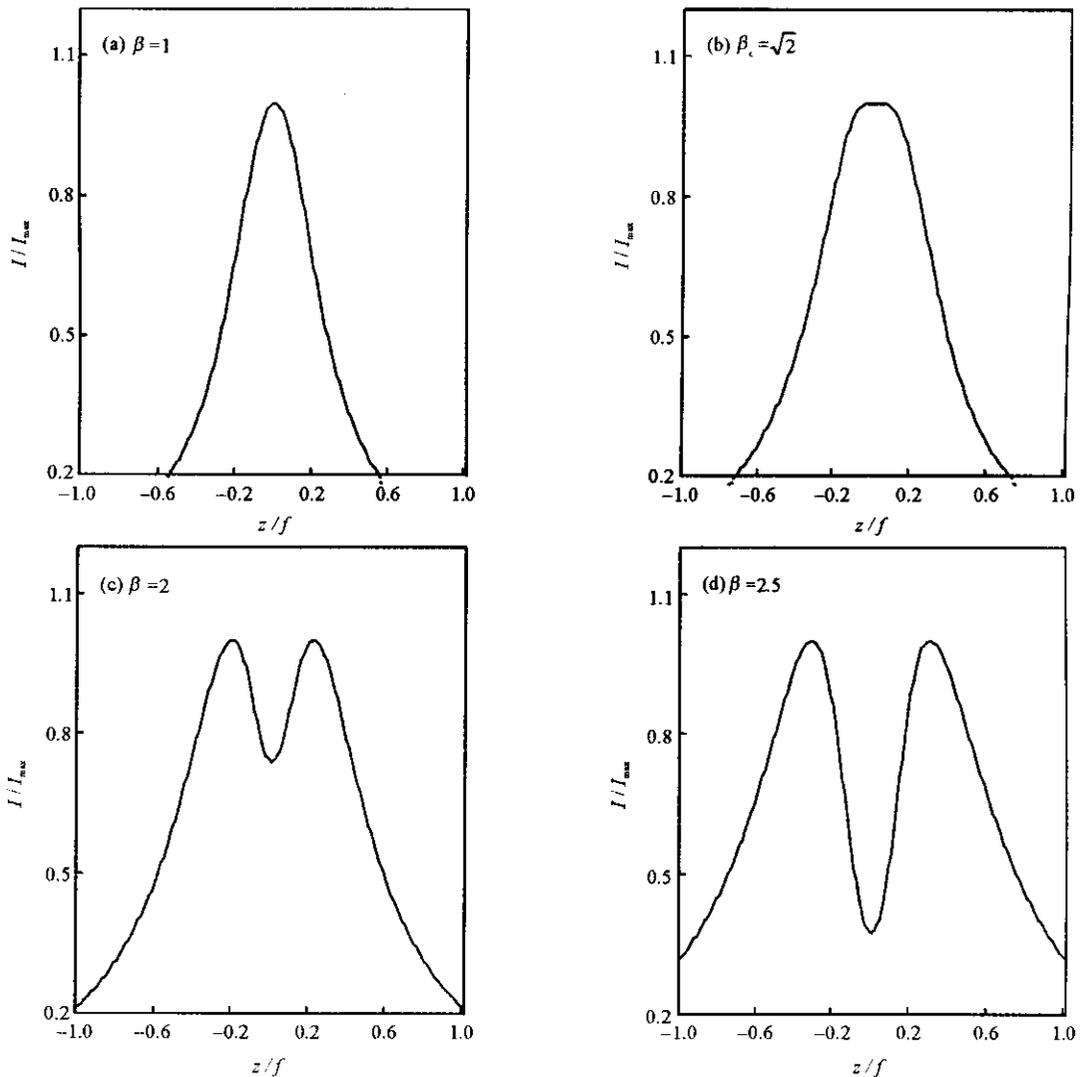


Fig. 4 Normalized axial intensity I/I_{max} at the turning point $s/f=1$ for different values of β

图 4 $s/f=1$ 时, 对不同 β 值轴上归一化光强 I/I_{max} 分布曲线

3 结 论

本文详细研究了贝塞尔-高斯光束通过无光阑透镜光学系统的焦开关现象,并与文献中已有工作进行了比较^[4~7]。研究表明,当光束参数 $\beta > \sqrt{2}$ 时,贝塞尔-高斯光束通过无光阑透镜光学系统,在 $s/f=1$ 附近伴随着焦移反号会出现焦开关。描述焦开关的物理量有两个,即焦点位置相对跃迁量 Δz_{sw} 和轴上光强归一化最小值 I_{min}/I_{max} 。研究表明, Δz_{sw} 随着 β 的增大而增大,随着 N_F 的增大而减小。随着 β 的增大,轴上光强凹陷变深。特别是,当 $\beta > 3.9$ 时, $I_{min}/I_{max}=0$,这时的焦开关比 $I_{min}/I_{max} \neq 0$ 时的更加明显。因此,受光阑限制的光学系统不是出现焦开关现象的必要条件。进一步研究表明,除了贝塞尔-高斯光束以外,余弦高斯光束通过无光阑透镜光学系统也会有焦开关现象出现,其详细研究结果将另文报道。

参考文献:

- [1] Li Y, Wolf E. Focal shift in focused truncated Gaussian beam[J]. *Opt Commun*, 1982, **42**(3):151—156.
- [2] Borghi R, Santarsiero M, Vicalvi S. Focal shift of focused flat-topped beams[J]. *Opt Commun*, 1998, **154**:243—248.
- [3] 季小玲,吕百达. 高斯光束通过双焦透镜的聚焦特性[J]. 强激光与粒子束, 2001, **13**(6):679—682. (Ji X L, Lü B D. Focusing properties of gaussian beams passing through a bifocal lens. *High Power Laser and Particle Beams*, 2001, **13**(6):679—682)
- [4] Martinez M, Climent V. Focal switch; a new effect in low-Fresnel-number systems[J]. *Appl Opt*, 1996, **35**:24—27.
- [5] Li Y. Focal shift and focal switch in dual focus systems[J]. *J Opt Soc Am A*, 1997, **14**:1297—1304.
- [6] Lü B D, Peng R W. Focal shift and focal switching in systems with the aperture and lens separated[J]. *J Opt A: Pure Appl Opt*, 2002, **4**:601—605.
- [7] Ji X L, Lü B D. Focal shift and focal switch of flattened Gaussian beams in passage through an aperture bifocal lens[J]. *IEEE J Quant Electron*, 2003, **39**:172—178.
- [8] Gori F, Guattari G. Bessel-Gauss beams[J]. *Opt Commun*, 1987, **64**:491—495.
- [9] Collins S A. Lens-system diffraction integral written in terms of matrix optics[J]. *J Opt Soc Am*, 1970, **60**:1168—1177.

Focal switch effect of focused Bessel-Gaussian beams

Ji Xiao-ling¹, Lü Bai-da²

(1. College of Electronic Engineering, Sichuan Normal University, Chengdu 610066, China;

2. Institute of Laser Physics and Chemistry, Sichuan University, Chengdu 610064, China)

Abstract: The focal switch effect of Bessel-Gaussian beams focused by a thin lens without aperture is studied in detail. The third-order algebraic equation determining the position of the axial maximum intensity and the formula of the relative transition height are derived. Numerical calculation results are presented to illustrate the theoretical predictions. It is shown that, if the beam parameter is bigger than $\sqrt{2}$, the focal switch of Bessel-Gaussian beams can appear. The relative transition height increases with increasing the beam parameter. The normalized axial minimum intensity decreases with increasing the beam parameter, and the normalized axial minimum intensity is zero, as the beam parameter is bigger than 3.9.

Key words: Bessel-Gaussian beams; Focal switch; Thin lens without aperture; Beam parameter

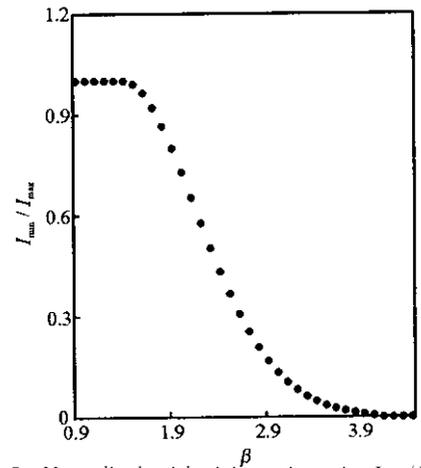


Fig. 5 Normalized axial minimum intensity I_{min}/I_{max} vs β at the turning point $s/f=1$

图 5 $s/f=1$ 时,轴上归一化光强最小值 I_{min}/I_{max} 随 β 的变化曲线