

辐射波在低 Z 介质中的传播规律*

张 钧

(北京应用物理与计算数学研究所, 北京8009信箱, 100088)

摘 要 从气体动力学角度对辐射波在低 Z 介质中的传播规律作了某些探讨。如果把辐射波看作一个间断面, 可在气体动力学框架的基础上研究其流场结构、辐射波的传播及辐射烧蚀等演化规律, 展现直观的物理图象。

关键词 辐射波的传播规律 X 光烧蚀 低 Z 物质辐射流体力学
中图分类号 O354.5; O53; O535

辐射烧蚀规律是内爆动力学研究的重要课题, 细致研究辐射烧蚀需要借助于辐射流体力学程序的数值模拟。但是为了理解数值模拟结果, 有必要提出各种简化物理模型研究辐射流体力学的一般特性。

辐射波在中、高 Z 介质中的传播规律, 很多作者作过研究。另外一些作者研究了辐射波在低 Z 介质中传播规律^[4-6]。但文献[4]只作了一般性的讨论, 而文献[5, 6]给出的模型过分简单。本文从爆轰和爆燃动力学的角度对辐射烧蚀低 Z 介质可能出现的情况作了讨论, 给出辐射波和冲击波在不同布局情况下的辐射烧蚀规律, 如烧蚀压和质量烧蚀速率等参量的定标规律可与数值计算和实验作直接比较。

1 辐射波阵面的守恒关系

将辐射波阵面看作一个间断面, 由辐射流体力学方程组得到辐射波阵面的守恒关系

$$\rho_1(D - u_1) = \rho_2(D - u_2) \quad (1)$$

$$\rho_1 u_1(D - u_1) - p_1 = \rho_2 u_2(D - u_2) - p_2 \quad (2)$$

$$\rho_1(D - u_1)(e_1 + \frac{1}{2}u_1^2) - p_1 u_1 - F_1 = \rho_2(D - u_2)(e_2 + \frac{1}{2}u_2^2) - p_2 u_2 - F_2 \quad (3)$$

其中 ρ 为物质密度, u 为流体速度, e 为单位质量的物质内能, p 为压力, F 为辐射能流, D 为辐射波阵面的速度。下标“1”和“2”分别表示辐射波阵面前和后的物理量。

由方程(1)和(2)可得到瑞利公式

$$j^2 = \frac{p_2 - p_1}{1/\rho_1 - 1/\rho_2} = \frac{p_2 - p_1}{V_1 - V_2} = - \frac{p_2 - p_1}{V_2 - V_1} \quad (4)$$

$j = \rho_1(D - u_1) = \rho_2(D - u_2)$ 为质量流, 比容 $V = 1/\rho$ 。当给定质量流时, 式(4)在 (p, V) 平面上是通过 (p_1, V_1) 点, 斜率为 $-j^2$ 的一条直线, 称为瑞利线。利用公式(3)和(4)可得到辐射波阵面的 Hugoniot 关系

$$F_2 - F_1 = j[e_2 - e_1 - \frac{1}{2}(p_2 + p_1)(V_1 - V_2)] \quad (5)$$

* 国家863惯性约束聚变领域资助课题
1998年7月20日收到原稿, 1998年12月17日收到修改稿。
张 钧, 男, 1936年2月出生, 研究员

利用理想气体状态方程 $e = pV / (\gamma - 1)$ (γ 为绝热指数), 方程(5)可化为

$$F_2 - F_1 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{p_2 - p_1}{V_1 - V_2}} \left[\frac{\gamma_2 + 1}{\gamma_2 - 1} p_2 V_2 - \frac{\gamma_1 + 1}{\gamma_1 - 1} p_1 V_1 - p_2 V_1 + p_1 V_2 \right] \quad (6)$$

在 p_1, V_1 和 F_1, F_2 给定的情况下由方程(4)和(6)结合问题的物理条件可解得 p_2, V_2 。

2 热阵面的一般性质分析

为了给出适宜的物理条件, 这里作必要的讨论。由于关心的是软 X 射线驱动的辐射波阵面, 辐射波阵面后面气体的能量都由具有普朗克谱的热池提供, 受热的气体向真空膨胀, 在输入辐射流的界面与热阵面之间有一等温稀疏波, p_2, V_2 正是该稀疏波波头的状态。

对于全电离的高温气体, 可用理想气体状态方程

$$p_2 V_2 = RT_R / \mu, \quad \mu = A(Z + 1) \quad (7)$$

这里 R 为气体常数, μ 为有效摩尔质量, A 为质量数, Z 是原子序数, T_R 是辐射温度。假定等温稀疏波区光学厚度是薄的, 并忽略反照效应, 在热阵面上流入波前的辐射流就是加源界面的辐射流 $|F_2| = \sigma T_R^4$, σ 是 Stefan-boltzmann 常数, 如果热阵面是一个稳定的阵面, 则为了维持稀疏波区等温, 必须有 $F_1 = p_2^{3/2} V_2^{1/2} = \rho_2 c_T^3$, c_T 为等温声速。于是由方程(6)得

$$F_2 = p_2^{3/2} V_2^{1/2} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{p_2 - p_1}{V_1 - V_2}} \left[\frac{\gamma_2 + 1}{\gamma_2 - 1} p_2 V_2 - \frac{\gamma_1 + 1}{\gamma_1 - 1} p_1 V_1 - p_2 V_1 + p_1 V_2 \right] \quad (8)$$

在给定 T_R (或 F_2), p_1, V_1 的情况下, 由方程(4), (7)和(8)就可唯一的确定 (p_2, V_2) 和质量流。为寻找所有可能的末态, 去掉下标用 (p, V) 表示 (p_2, V_2) , 满足方程(8)的解, 在 (p, V) 平面的等温线上, 见图 1。

以 (p_1, V_1) 为原点划分为四个区域, 在 I 区和 III 区不可能有终态, 因为质量流是正的, 瑞利线斜率必须为负, 而只有在 II 区 IV 区才可能有终态。在 II 区出现的状态称为压缩的热阵面, 在 IV 区出现的状态称为膨胀的热阵面。在 (p_1, V_1) 点左下部分的状态 (即在 C 点以下等温线上的点) 表示通过热阵面的气体处于稀疏状态, 称为膨胀的辐射波阵面; 在 (p_1, V_1) 点左上部分的状态 (即在 C 点以上等温线上的点) 表示通过热阵面的气体处于压缩状态, 我们称之为压缩的热阵面。瑞利线与等温线的交点可能有二点 (如 A 和 B) 或点 (如 O 点, 切点), 在 O 点以上的点 (如 A 点) 由热阵面排出气体的速度是亚声速的, 这由瑞利线和等温线的几何很容易证明, 即

$$(D - u_2)_A^2 < - \left(\frac{\partial}{\partial V} \right)_T V_A^2 = c_T^2, \quad c_T = \left(\partial \phi / \partial \rho \right)_T^{1/2} = V \sqrt{- \left(\partial \phi / \partial V \right)_T}$$

相反, 对于 O 和 C 之间的末态 (如 B 点), 排出的气体速度是超声速的 $(D - u_2)^2 < c_T^2$, 对于末态 O 点是声速的。对于由热阵面排出的气体速度小于等温声速的点, 则等温稀疏波将赶上它, 使其压缩度下降, 直到排出气体速度变成声速时, 才能使压缩度终止下降。所以在等温线上 O 点

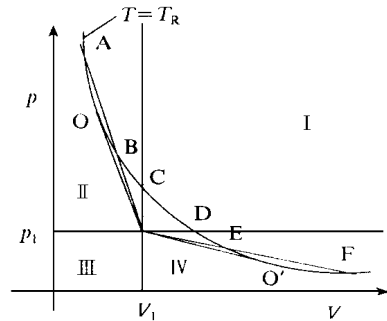


Fig 1 p - V diagram showing various possible transitions from an initial (p_1, V_1) state to states on a higher temperature isotherm ($T_2 = T_R$).

图1 表示由初始状态 (p_1, V_1) 等温过渡到各种可能的末态的 p - V 图

以上的状态(类似于强爆轰)是不稳定的,因此对于压缩的热阵面,只有在等温线上对应于O和C之间的点才是物理上可能存在的(类似于弱爆轰),后面我们将证明,对于压缩的热阵面,最大的压缩度是2或更小。所有的压缩热阵面对于它前面的气体都是超声速的。这是因为在II区所有可能的Rayleigh线的斜率都小于通过 (p_1, V_1) 点的绝热线的斜率,即

$$(D - u_1)^2 > - V_1^2 \left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_s \quad c_s^2, c_s = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_s^{1/2} = V \sqrt{-\left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_s}$$

式中, c_s 为等熵声速,这种压缩的热阵面不可能被任何冲击波超过。因此这时 (p_1, V_1) 状态就是气体的原始状态 (p_0, V_0) 。

下面我们考虑IV区的末态,即在等温线上低于D点的状态,称之为膨胀的热阵面。利用上述的同样方法论证,可以看出膨胀的热阵面相对于前面的气体是亚声速的 $[(D - u_1)^2 < c_s^2]$;在D和O'之间的末态(如E点),由热阵面排出的气体速度是亚声速的 $(D - u_2)^2 < c_T^2$ (相当于弱爆燃);在低于O'点的末态(如F点),排出的气体速度是超声速的 $(D - u_2)^2 > c_T^2$ (相当于强爆燃)。显然在等温线上的D和O'之间的末态,由于热阵面相对于波后以亚声速传播,所以稀疏波会赶上它,这些状态是亚稳态,不可能存在。在等温线上O'点以下的末态,如F点也是不可能存在的。因为第一,由于软X射线驱动的热阵面的厚度大致是光子的Planck平均自由程的量级,电子或离子的自由程小于光子平均自由程,气体在热阵面中的所有中间状态都必须位于Rayleigh线上,气体的状态必须连续地变化。沿着Rayleigh线到末态,如F点,必须通过在E和F之间的一个区域,在这个区域 $T > T_R$,这是不可能的,没有任何方法将气体加热到这种温度。第二,这些末态是绝对不稳定的。所以我们推断,膨胀的热阵面必须是临界的,即只有Rayleigh线与等温线相切的点O',排出气体的速度精确地是等温声速 $(D - u_2) = c_T$,这类似于爆燃波的C-J点。

如果 F_2 太小,它以 T_R^* 下降,不可能有足够的辐射流维持最小的质量流通过压缩的热阵面。因此辐射温度太低,也不可能产生压缩的热阵面。对于膨胀的热阵面是一个未封闭的过程。由我们前面的讨论推断,在给定 (p_1, V_1) 和 T_R 的情况下,末态就被确定(即图1中的O'点),但这个末态一般是不会满足Hugoniot关系。为了满足Hugoniot关系,我们只有改变初态 (p_1, V_1) ,由于膨胀的热阵面是以亚声速传入它前面的气体中,所以冲击波(或稀疏波)可能传在它的前面,于是原始状态 (p_0, V_0) 经过冲击或稀疏过渡到 (p_1, V_1) 状态。由于在模型包括未扰动的常密度介质,因此我们关心冲击波传播在热阵面前面的解。

3 理想气体热阵面流的解

由于在我们关心的问题中没有出现明显的长度和时间量纲的量,所以存在相似解,所有气体动力学变量可表示成时空变量组合 x/t 的函数。

3.1 压缩热阵面的解

对于压缩的热阵面下面将证明其流场结构。图2为压缩热阵面流场示意图。

从方程(4),(7)和(8)出发。由于压缩的热阵面前面没有任何波,可假定波前压力为零,而 $V_0 = V_1 = 1/\rho_0$ 。将辐射流和压力无量纲化,即 $\Phi = [F_2/(\rho_0(RT_2/\mu)^{3/2})]$ 和 $p = p_2/(\rho_0RT_2/\mu) = V_0/V_2$,由方程(8)得

$$\Phi = p + \frac{1}{2} \frac{p}{\sqrt{p-1}} \left(\frac{R_2+1}{R_2-1} - p \right) \quad (9)$$

其中 $R_2 = (\gamma_2 + 1)/(\gamma_2 - 1)$, 对于 C-J 爆轰, Rayleigh 线与等温线相切, 因而有

$$\frac{-p_2}{V_2 - V_0} = -\frac{p_2}{V_2}, \text{ 得 } \frac{V_0}{V_2} = \frac{\rho_2}{\rho_0} = 2 \quad (10)$$

可以看出 C-J 爆轰可使物质压缩到2倍, 这与定态模型得到的结果类似^[1]. 由瑞利线可得热阵面相对于波前的速度(波前物质速度为零)

$$\frac{-p^2}{1-p} = -\frac{D^2}{c_r^2} \Rightarrow \frac{D}{c_r} = \frac{p}{\sqrt{p-1}} \quad (11)$$

和相当于波后的速度

$$\begin{aligned} (D-u)^2 &= \frac{-p_2 V_2}{V_0/V_2 - 1} = \frac{RT_2/\mu}{p-1} \\ \Rightarrow \frac{D-u}{c_r} &= \frac{1}{\sqrt{p-1}} \end{aligned} \quad (12)$$

由于稀疏波头以等温声速向前传播, 因此热阵面与稀疏波分开的速度应为

$$u_{sep}/c_r = \frac{D-u}{c_r} - 1 = \frac{1}{\sqrt{p-1}} - 1 \quad (13)$$

由此看出, 不应该考虑 $p > 2$ 的解, 否则热阵面消失.

由方程 (9) 求得的烧蚀阵面压力随入射辐射流的变化规律, 如图3所示.

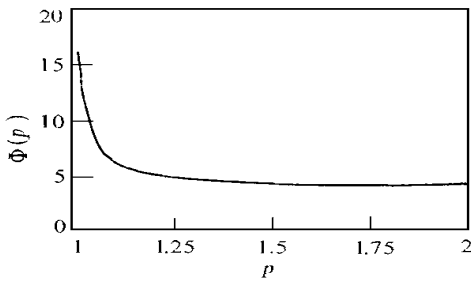


Fig 3 Variation of ablation pressure with radiation flux

图3 烧蚀压力随辐射流的变化

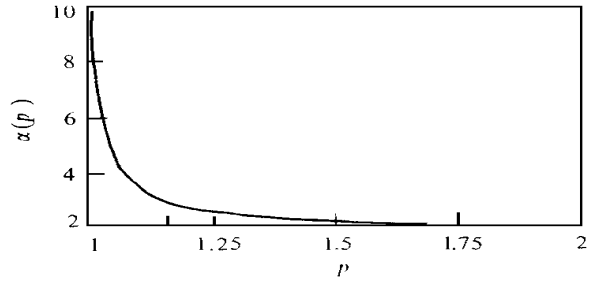


Fig 4 Variation of mass ablation rate with ablation pressure

图4 质量烧蚀速率系数随烧蚀压的变化

由方程 (12) 可得到质量排出速率

$$\dot{m} = \rho_2(D-u) = \frac{\rho_2 c_r}{\sqrt{p-1}} = \frac{\rho_0 c_r p}{\sqrt{p-1}} = \alpha \rho_0 c_r, \quad \alpha = p/\sqrt{p-1} \quad (14)$$

由烧蚀压力 $p(\Phi)$ 和质量烧蚀速率 $\dot{m}(\Phi)$ 的结果看出, Φ 愈大, 质量烧蚀速率也愈大, 而烧蚀压反而下降; 反之亦然. 随着 Φ 由大于4趋向4时, 烧蚀压由小于2迅速地趋近于2, 质量烧蚀速率由大于 $2\rho_0 c_r$ 迅速地趋近于 $2\rho_0 c_r$, 如图4.

3 2 膨胀的热阵面的解

膨胀热阵面形成的流场结构如图5所示.

假定冲击波很强, 可作强击波近似

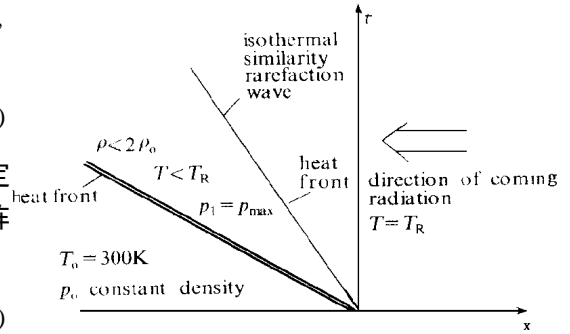


Fig 2 Fluid field diagram for a compression (supersonic) radiation wave front

图2 压缩热阵面流场示意图, 即相当于波前超声速运动的时空图.

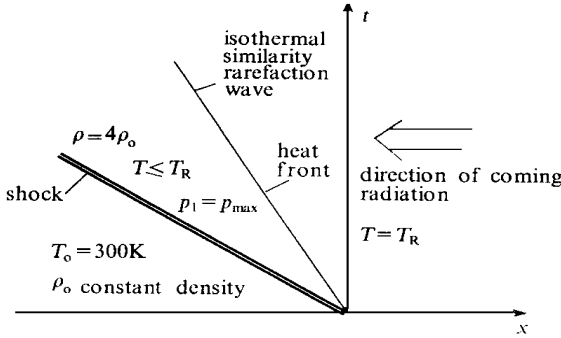


Fig 5 Fluid field diagram for an expansion radiation wave front

图5 膨胀热阵面流场示意图,即相当于波前亚声速运动的时空图

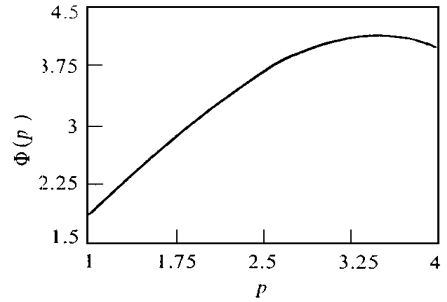


Fig 6 Variation of ablation pressure with radiation flux

图6 烧蚀压随辐射流的变化

$$V_1/V_0 = (\gamma_1 - 1)/(\gamma_1 + 1) \quad 1/R_1 \quad (15)$$

对于膨胀的热阵面,在 C-J 爆燃点有如下的约束条件

$$(p_2 - p_1)/(V_2 - V_1) = - p_2/V_2 \quad (16)$$

无量纲化整理后给出

$$\frac{1}{R_1} \left(\frac{V_0}{V_2}\right)^2 - 2\frac{V_0}{V_2} + p = 0 \quad (17)$$

它的解是

$$V_0/V_2 = R_1 - \sqrt{R_1 \cdot \sqrt{R_1 - p}} \quad (\text{因为 } V_0/V_2 < 1 \text{ 故取负号}) \quad (18)$$

这里 $p = p_1/(\rho_0 R T_R/\mu)$, 无量纲化后的 Hugoniot 关系

$$\Phi = \frac{V_0}{V_2} + \frac{1}{2} \frac{V_0}{V_2} (R_2 - p - \frac{1}{R_1} \frac{V_0}{V_2} + p \frac{V_2}{V_0}) \quad (19)$$

考虑到(18)式得

$$\Phi = p + [R_1 - \sqrt{R_1(R_1 - p)}] \left(\frac{R_2 - p}{2}\right) \quad (20)$$

通常由于 $p/R_1 \ll 1$, 可将(20)式中的根号展开, 然后反解得

$$p = 2\left(1 + \frac{R_2}{4}\right) - 2\sqrt{\left(1 + \frac{R_2}{4}\right)^2 - \Phi} \quad (21)$$

取 $\gamma_2 = 5/3, R_2 = 4$

$$p = 4 - 1\sqrt{1 - \frac{\Phi}{4}} \quad \frac{\Phi}{2} \quad (22)$$

回到有量纲的量看出

$$p_{\max} \sigma T_R^4 / (2\sqrt{R T_R/\mu}) = [\sigma / (2\sqrt{R/\mu})] T_R^{\frac{3}{2}} \quad (23)$$

由方程(20)知道,对于有意义的 Φ 值,要求 $p \geq 4$ (这里假定 $R_1 = R_2 = 4$)。最大的 p 所对应的 $\Phi = 4$, 这时 p_{\max} 的定标与(23)式一致,但系数相差1/2。实际上, p_{\max} 随 Φ 的变化并不单调,当 p 在1~ 3之间时, Φ 是单调递增,而在 $p = 3.56$ 时, Φ 有极值4.15, 参见图6给出的计算结果

由数值结果 $p(\Phi)$ 看出, 拟合结果 $p = 1.83\Phi^{0.8}$ (当 $p < 2.5$ 时) 与 $p = \Phi/2$ 稍有差异, 因此当 $p < 2$ 或 $\Phi > 3$ 时, 在展开的结果与公式(20)的计算结果之间的差别将变大. 回到有量纲的量, 压力与辐射温度的定标大约是 $p_1 = T_R^{3/0}$.

当冲击波跑在热波阵面前面时, 冲击波相对于波前介质的速度是冲击波速度 D_s , 下面利用强冲击波关系并用声速归一化可求得冲击波相对于波后的速度

$$\frac{D_s - u_1}{c_r} = \frac{1}{R_1} \cdot \frac{D_s}{c_r} = \sqrt{\frac{p}{R_1(R_1 - 1)}} \quad (24)$$

波后压力

$$p_1 = \rho_0 D_s u_1 = \rho_0 \frac{R_1 - 1}{R_1} D_s^2 \quad (25)$$

将 p_1 无量纲化得

$$\frac{D_s}{c_r} = \sqrt{\frac{R_1 p}{R_1 - 1}} \quad (26)$$

由瑞利关系得热阵面相对于波前的速度

$$\frac{D - u_1}{c_r} = \frac{V_1}{V_2} \sqrt{\frac{1 - p \frac{V_2}{V_0}}{\frac{V_2}{V_1} - 1}} = \frac{\sqrt{1 - \frac{p}{R_1}}}{\sqrt{1 - \frac{V_2}{V_1}}} \quad (27)$$

D 为热击波速度. 将 $V_1/V_2 = 1 - (p/R_1)^{1/2}$ 代入(27)式得

$$(D - u_1)/c_r = 1 - (1 - p/R_1)^{1/2} \quad (28)$$

于是冲击波与热波分开的相对速度是

$$\frac{D_s - D}{c_r} = \frac{D_s - u_1}{c_r} - \frac{D - u_1}{c_r} = \sqrt{\frac{p}{R_1(R_1 - 1)}} + \sqrt{1 - \frac{p}{R_1}} - 1 \quad (29)$$

由热阵面排出的气体速度

$$(D - u_2)^2 = c_r^2, \quad D - u_2 = c_r \quad (30)$$

利用表达式(18)和(28)得到排出的质量烧蚀速率

$$\begin{aligned} \dot{m} &= \rho_2 (D - u_2) = \rho_0 c_r [R_1 - \sqrt{R_1(R_1 - p)}] \\ &= R_1 \rho_0 c_r (1 - \sqrt{1 - p/R_1}) \end{aligned} \quad (31)$$

4 解的适用性讨论

当 X 光首先入射到冷的稠密物质时, 直到它们传播到一个平均辐射自由程的厚度以后才不再以光速传播. 因此由 X 光入射到介质中形成稳定的辐射波有一个弛豫过程. 粗略地估计知道, 加热 L_i^7H 或 C_8H_8 , 使它们的温度升高到辐射温度的时间小于 $1ns$. 因此, 对于 $2 \sim 3ns$ 的辐射脉冲的长期行为, 将电子温度和辐射温度取相同值不会引起太大的误差.

膨胀的热阵面在早期是以超声速传播的, 以后逐渐被冲击波赶上并超过. 只有当冲击波面与辐射波阵面之间的距离大于一个 planck 自由程时, 才能认为二者是分开的. 但是这个过程可能经历相当长一段时间. 在如此长的时间内, 事实上反照效应变得重要, 以致可能使辐射波阵面成为不稳定的. 对于长辐射脉冲, 考虑该效应的修正是必要的.

从辐射输运方程出发, 容易估计由于反照效应引起的反射热流^[7,8]。

$$S_v = \frac{c}{2} \int_0^{\tau_v} U_{\nu}(T) E_2(\tau'_v) d\tau'_v \quad (32)$$

在等温情况下, 上式可化简为

$$S_v = \frac{cU_{\nu}}{2} \int_0^{\tau_v} E_2(\tau'_v) d\tau'_v = \frac{cU_{\nu}}{4} [1 - 2E_3(\tau_v)] \quad (33)$$

对于光性薄的介质

$$\tau_v \ll 1, \quad 2E_3(\tau_v) \approx 1 - 2\tau_v \quad (34)$$

将 Planck 辐射平均自由程代入, 并利用稀疏波的解, 然后对频率 ν 积分, 我们得到向外的辐射流

$$S = \frac{c}{2} \int_0^{\tau_R} U_{\nu}(T_R) \tau_v d\nu \quad (35)$$

只要给定光学厚度就可对频率积分求得 S 。反照率被定义为

$$A = S / (\sigma T_R^4) \quad (36)$$

在求得反照率后, 可对本文求解中的 F_2 作一级修正:

$$|F_2| = \sigma T_R^4 (1 - A) \quad (37)$$

本文给出的结果只适用于低 Z 介质。如果是高 Z 介质, 理想气体状态方程就不是 (7) 的形式, 其中 Z 应表示每个离子离化的自由电子数, 它也是温度的函数, 因此压力就不是温度的一次幂函数, 而是温度的复杂函数; 另外对于高 Z 介质必须考虑反照效应。

参考文献

- 1 张钧, 裴文兵等. 物理学报, 1996, **45**: 1677
- 2 Marshak R E. *Phys Fluids*, 1958, **1**: 24
- 3 Zhang J and Pei W. *Phys Fluids*, 1992, **B4**: 872
- 4 Hatchett S P. UCL -JC-108348(1991)
- 5 Nishihara K, *Japanese J Appl Phys*, 1982, **21**: L571
- 6 Yabe T, Kiyokawa S. *Japanese J Appl Phys*, 1983, **22**: L88
- 7 泽尔道维奇 . , 莱依捷尔 . . 激波和高温流体力学现象物理学(中译本), 1980
- 8 Zhang J. *Nuclear Science and Techniques*, 1998, **9**: 129

PROPAGATION LAWS OF RADIATION WAVE IN THE LOW-Z MATERIAL

Zhang Jun

Institute of Applied Physics and Computational Mathematics, Beijing 100088

ABSTRACT The main purpose of this paper is to make some investigation to the radiation propagation on basis of aerodynamics and to provide some interesting results. If a radiation wave front, what we shall simply, is called the discrete surface, the configuration of fluid field and developing laws of radiation propagation and ablation and others has been researched on basis of gas dynamics frame. The visualized physics picture is reproduced.

KEY WORDS propagation law of radiation wave, X-ray ablation, radiation hydrodynamics for low-Z material