

文章编号: 1001-4322(2003)06-0583-04

等离子体部分填充的波纹慢波结构中 电磁波色散特性*

杨梓强, 梁 正

(电子科技大学 物理电子学院, 四川 成都 610054)

摘要: 对有限厚环形等离子体层填充的波纹慢波结构中电磁波色散特性进行了分析。研究表明, 对于 $\omega > \omega_p$ 的高频 $TM_{0,n}$ 模, 模式色散曲线随等离子体密度的增加而上移; $\omega < \omega_p$ 的低频等离子体模为一系列呈周期变化的密度谱, 部分模式能与电子注发生较强的同步相互作用。等离子体模的时间增长率随等离子体密度的增加快速增加, 而 $TM_{0,n}$ 模则快速减小或缓慢增加, 因此在较高的等离子体密度下, 高频模式可能被抑制。

关键词: 波纹慢波结构; 等离子体部分填充; 电磁波; 色散特性

中图分类号: TN128

文献标识码: A

在等离子体填充的波纹慢波结构中, 器件的输出功率得到大幅度提高^[1,2], 同时观测到谐振频率的上移及低频等离子体 Cerenkov 辐射^[3]。在理论研究方面, K Minami 首次采用线性理论分析了无限大引导磁场下完全填充等离子体的波纹慢波结构中高频模式色散特性^[4], 证实了谐振频率随背景等离子体密度的增加而升高; W Lou 对等离子体完全填充情况下波纹慢波结构中的低频等离子体模 (T-G 模) 进行了分析^[5], 得到了一系列的等离子体密度谱; K Ogura 分析了无限薄等离子体填充的慢波结构中的电磁波模的激励问题, 得到了低频模式的不稳定增长^[6]。在实验中, 由于电子注实际上有一定厚度, 因此在背景气体中传输时会离化出有限厚的环形等离子体通道。本文对无限大引导磁场下, 有限厚空心环形等离子体层填充的波纹慢波结构中高频模式及低频等离子体模进行了分析, 得到的结果对设计等离子体填充的相对论慢波器件有重要参考价值。

1 物理模型与基本理论

图 1 为圆柱波导中波纹慢波结构的示意图, 波纹慢波结构呈正弦变化, $R(z) = R_0 + h \sin(k_0 z)$, R_0 为波纹波导的平均半径, h 为波纹深度, $k_0 = 2\pi / z_0$, z_0 为波纹周期。慢波结构的内部完全充满惰性气体。

假定厚度为 δ 的相对论环形电子注在背景气体中传输时, 首先离化出一个环状的等离子体通道, 由于受轴向强引导磁场的作用, 阻碍了等离子体的径向扩散, 因此假定在几十 ns 的时间间隙内, 等离子体层与电子注保持了基本一致的形状。

由 Floquet 定律、Maxwell 方程和连续性方程, 导出了无限大引导磁场中, 对电子产生纵向速度和密度扰动的 $TM_{0,n}$ 模式的轴向电场分量。利用轴向电场分量在波纹表面为零的边界条件, 并对其进行傅里叶变换, 可表达成矩阵形式^[4,7]

$$D \cdot A = \sum_{m, n} D_{mn} A_n = 0 \quad (1)$$

式中: A 是元素为 A_n 的行矢量; D 是元素为 D_{mn} 的矩阵, 其中的 D_{mn} 为

$$D_{mn} = \int_{-k_0}^{k_0} \exp[i(n - m)k_0 z] \left\{ \left[1 + \frac{i k_n}{(\omega^2/c^2) - k_n^2} \frac{d}{dz} \right] \left[R_n J_0\left(\frac{\gamma_n}{R_0} R(z)\right) + T_n N_0\left(\frac{\gamma_n}{R_0} R(z)\right) \right] \right\} dz \quad (2)$$

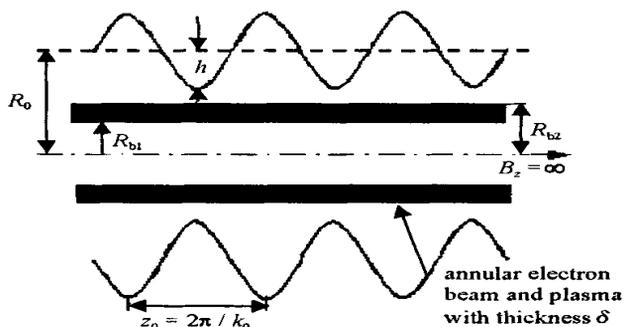


Fig. 1 Schematic diagram of a plasma-part-filled slow-wave structure

图 1 有限厚环形等离子体填充的波纹慢波结构示意图

* 收稿日期: 2002-10-21; 修订日期: 2003-02-08

基金项目: 国家自然科学基金资助课题 (60178011)

作者简介: 杨梓强 (1965-), 男, 博士, 副教授, 主要从事相对论电子器件的理论和实验研究; E-mail: zqyang@uestc.edu.cn.

$k_n = k_z + nk_0$, k_z 为波数, ω_n 为模式的角频率, c 为光速,

$$y_n^2 = [(\omega_n^2/c^2) - k_n^2]R_0^2 \tag{3}$$

$$R_n = K_n[y_n J_0(x_n/2)N_1(y_n/2) - x_n J_1(x_n/2)N_0(y_n/2)] + L_n[y_n N_0(x_n/2)N_1(y_n/2) - x_n N_1(x_n/2)N_0(y_n/2)] \tag{4}$$

$$T_n = K_n[x_n J_1(x_n/2)J_0(y_n/2) - y_n J_1(y_n/2)J_0(x_n/2)] + L_n[x_n N_1(x_n/2)J_0(y_n/2) - y_n N_0(x_n/2)J_1(y_n/2)] \tag{5}$$

$$K_n = x_n J_0(y_n/2)N_1(x_n/2) - y_n J_1(y_n/2)N_0(x_n/2) \tag{6}$$

$$L_n = y_n J_1(y_n/2)J_0(x_n/2) - x_n J_0(y_n/2)J_1(x_n/2) \tag{7}$$

$x_n = R_0^2[(\omega_n^2/c^2) - k_n^2][1 - (\omega_p^2/\omega_n^2) - \beta^2/(1 - k_n v_0)^2]$, $\omega_1 = R_{b1}/R_0$, $\omega_2 = R_{b2}/R_0$, ω_p 和 ω_b 分别为等离子体及电子注中等离子体振荡角频率, γ 为电子注的相对论能量因子, R_{b1} , R_{b2} 分别为电子注-等离子体层的内、外半径, J_0 , J_1 分别为零阶和一阶贝塞尔函数, N_0 , N_1 分别为零阶和一阶诺伊曼函数。

方程(1)中有非零解的条件为 $|D| = 0$, 因此等离子体填充的波纹慢波结构中各模式的色散关系 $D(\omega, k_z) = 0$ 由 $|D_{mn}| = 0$ 来确定。

2 色散特性分析

2.1 $\omega > \omega_p$ 的高频 TM_{0n} 模式及不稳定性分析

在以下计算中,波纹慢波结构的参数为: $h = 0.3\text{cm}$, $z_0 = 1.95\text{cm}$, $R_0 = 1.26\text{cm}$ 。电子注的电压为 400kV , 电流 1kA 。电子注-等离子体层的内、外半径分别为 0.7 和 0.9cm , 厚度为 $\delta = 0.2\text{cm}$ 。

图2为各高频模式的色散曲线及对应的增长率曲线,背景等离子体密度为 $n_p = 4 \times 10^{11}\text{cm}^{-3}$ 。从图中可以看出,在电子注空间电荷波曲线同高频模式的交点处,波产生不稳定性增长(见图2(a)),其中 TM_{01} 模的增长率远大于其它模式(见图2(b)),因此振荡的主模是 TM_{01} 模。图3为各模式的峰值增长率及对应点的谐振频率随等离子体密度的变化曲线。随着等离子体密度的增加, TM_{01} 模及 A 模的峰值增长率是逐步下降的,而 TM_{02} 及 B 模的峰值增长率却是缓慢增加的(见图3(a))。此外随等离子体密度的增加导致各模式所对应的谐

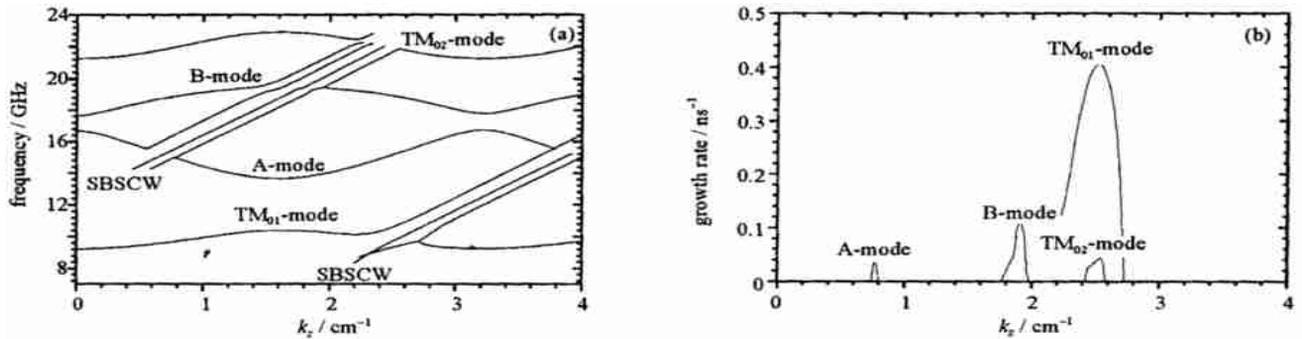


Fig. 2 Dispersion curves and linear growth rates for the electromagnetic waves with $\omega > \omega_p$, $n_p = 4 \times 10^{11}\text{cm}^{-3}$

图2 高频模式色散曲线及对应的增长率曲线,等离子体密度 $n_p = 4 \times 10^{11}\text{cm}^{-3}$

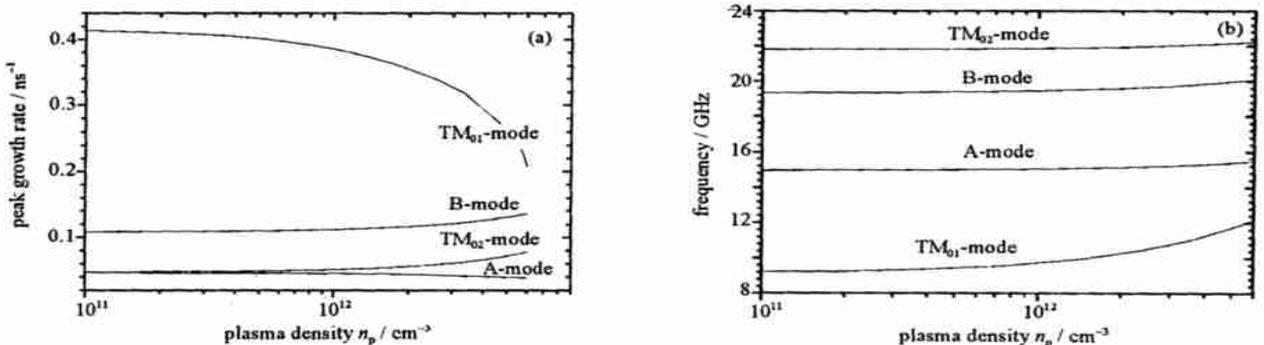


Fig. 3 (a) Peak growth rates $\text{Im}(\omega)/2$ vs plasma density, (b) corresponding oscillation frequency $\text{Re}(\omega)/2$ vs plasma density

图3 (a) 峰值增长率随等离子体密度的变化, (b) 对应振荡频率随等离子体密度的变化

振频率不断上移,当 $n_p = 8 \times 10^{11} \text{cm}^{-3}$ 时, TM_{01} 模的频率上移约为 1 GHz(见图 3(b)),与 X·Zhai 等人在同样的等离子体密度下通过带通滤波器测试到的实验结果非常接近^[3]。

2.2 ω_p 的低频等离子体振荡模及不稳定性分析

在具有无限大引导磁场、等离子体填充的圆柱波导中,存在着低频的等离子体振荡模(T-G模)^[9],这种电磁波模的频率小于等离子体频率 ω_p 。在等离子体填充的周期性的慢波结构中,低频等离子体模同样也满足 Floquet 定理。采用已经设计好的程序,计算了等离子体部分填充的周期性慢波结构中 ω_p 时低频等离子体振荡模的色散曲线,如图 4 所示。计算时 $n_b = 0$, $n_p = 4 \times 10^{11} \text{cm}^{-3}$, $R_{b1} = 0.7 \text{cm}$, $R_{b2} = 0.9 \text{cm}$, $= 0.2 \text{cm}$, $R_0 = 1.26 \text{cm}$, $h = 0.3 \text{cm}$, $z_0 = 1.95 \text{cm}$, $-2 < m, n < 2$,即采用 5×5 阶矩阵,得到 $|D_{mn}| \sim 10^{-4}$,我们认为计算结果达到了精度要求。

从图 4 可以看出,在周期性波纹慢波结构中,等离子体振荡模是呈周期性变化的密度谱。该密度谱中由于各模式之间的禁带宽度很窄,给计算带来了较大的困难,因此图中仅给出了部分模式的色散曲线,实际上还存在大量的这种模式。由于这些模式的相速小于光速并与电子注的空间电荷波线相交,因此能与电子注发生同步相互作用,图中的直线为电压 400kV 的电子注中的空间电荷波线,该线同等离子体模中的色散线分别相交于 A, B, C, D, E, F 点。由于 A, C, E 点波的群速为负,对应于返波; B, D, F 点波的群速为正,对应于前向波。在这些交点处波都将产生不稳定性的增长。图 5 中,计算

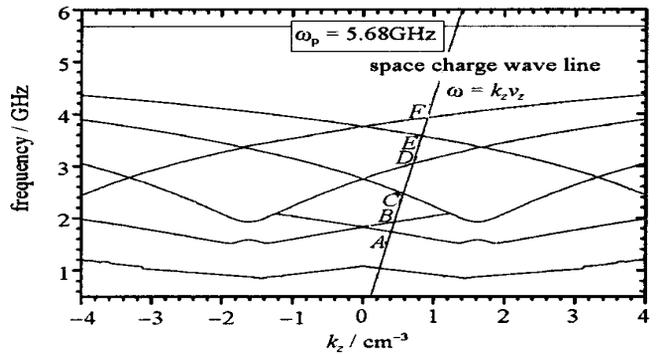


Fig. 4 Dispersion curves of plasma T-G modes in a plasma-part-filled slow-wave structure, $n_p = 4 \times 10^{11} \text{cm}^{-3}$, $= 0.2 \text{cm}$
图 4 等离子体部分填充的波纹慢波结构中 T-G 模的色散曲线

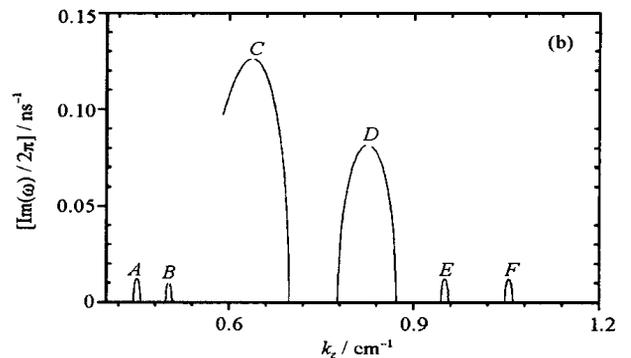
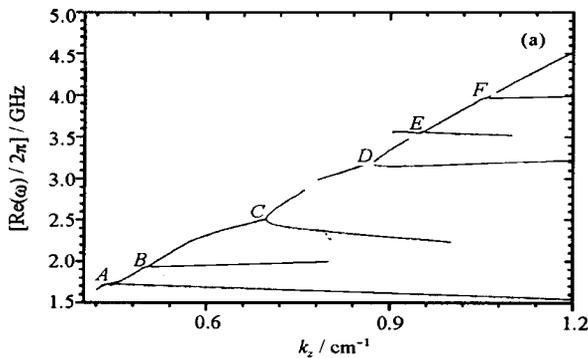


Fig. 5 Dispersion curves (a) and linear growth rates (b) for plasma T-G modes with electron beam
图 5 有电子注时, T-G 模色散曲线(a)及对应的增长率曲线(b)

了有电子注情况下,空间电荷波分别同等离子体中几个模式相互作用产生不稳定性的结果。计算中电子注的参量为电压 400kV,电流 1kA。有电子注时,在空间电荷波与等离子体模的交点 A, B, C, D, E, F 附近,都存在有不稳定性段,即 ω 的解为共轭复根 $\text{Re}(\omega)$ 和 $\text{Im}(\omega)$,随后 ω 的解裂变为两个实根,结果如图 5(a) 所示。图 5(b) 则为所对应的不稳定性时间增长率,从图中可以看出,相同等离子体密度下,在几个等离子体模中, C 点的增长率最大,说明在这些密度谱中,存在有与电子注的相互作用最强的谐振点,而且 C 点增长率的大小可以同高频模中的 B 模相比拟。图 6 计算了随等离子体密度增加, C 点峰值增长率及对应谐振频率变化。随等离子体密度的增加, C 点的峰值增长率快

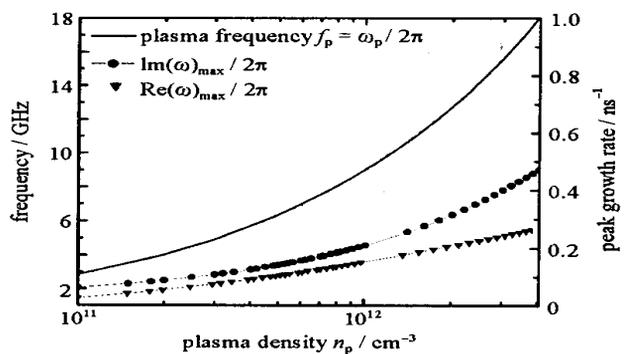


Fig. 6 Plasma oscillation frequency, peak growth rate of point C and corresponding oscillation frequency vs plasma density
图 6 等离子体振荡频率、C 点峰值增长率及对应谐振频率随等离子体密度变化

速增加,而 TM_{01} 模的增长率的变化则恰好相反,因此当等离子体密度 n_p 大于一临界值时, $> \omega_p$ 的高频模式的振荡可能被抑制,慢波结构中的振荡主模将为低频等离子体 T-G 模。Y. Carmel^[1]和 X. Zhai^[3,8] 等人在等离子体填充的相对论返波管实验中,观察到了由于等离子体密度过高导致 TM 模式被抑制的现象。 C 点峰值增长率所对应的谐振频率随等离子体密度的增加而上移,但是其上移的频率小于 ω_p 的增加。

3 结 论

本文采用线性理论及数值计算的方法对有限厚环形等离子体填充的波纹慢波结构中色散特性进行了分析。结果表明, $> \omega_p$ 的高频 TM_{0n} 模式的谐振频率随等离子体密度的增加而上移,当 $n_p = 8 \times 10^{11} \text{ cm}^{-3}$, 填充层厚度 $d = 0.2 \text{ cm}$ 时,工作模 TM_{01} 模的频率上移约为 1 GHz,与 X·Zhai 等人在同样的等离子体密度下通过实验测试到的结果相当接近,说明我们所选定的物理模型对实验有一定的参考价值。随着等离子体密度的增加, TM_{01} 模的增长率快速下降,而其他高频模式的增长率缓慢变化。通过对 $< \omega_p$ 的低频等离子体模分析,发现低频等离子体模在波纹慢波结构中为一系列呈周期变化的密度谱,并且这些模式能够与相对论电子注相互作用产生不稳定性的 Cerenkov 辐射。随着等离子体密度的增加,低频等离子体模的峰值增长率及对应谐振频率快速增加,达到一定密度之后,低频等离子体模的增长率将大于高频模式的增长率,因此在较高的等离子体密度下,高频模式可能被抑制,此时慢波结构中所激励的将是等离子体 Cerenkov 辐射,理论分析得到的这一结论同相关实验观察到的现象基本一致。

参考文献:

- [1] Carmel Y, Minami K, Kehs R A, et al. Demonstration of efficiency enhancement in a high-power backward-wave oscillator by plasma injection[J]. *Phys Rev Lett*, 1989, **62**:2389—2392.
- [2] Zhai X, Garate E, Prohaska R, et al. Study of a X-band backward wave oscillator[J]. *Appl Phys Lett*, 1992, **60**:2332—2334.
- [3] Zhai X, Garate E, Prohaska R, et al. Experimental study of a plasma-filled backward wave oscillator[J]. *IEEE Trans on PS*, 1993, **21**:142—150.
- [4] Minami K, Carmel Y, Granatstein V L, et al. Linear theory of electromagnetic wave generation in a plasma-loaded corrugated-wall resonator[J]. *IEEE Trans on PS*, 1990, **18**:537—545.
- [5] Lou W, Carmel Y, Antonsen T M, et al. New modes in a plasma with boundaries: the origin of the dense spectrum[J]. *Phys Rev Lett*, 1991, **67**:2481—2484.
- [6] Ogura K, Ali M M, Minami K, et al. Absolute instability of low-frequency electromagnetic waves in a plasma waveguide with periodic boundaries [J]. *J of the Phys Society of Japan*, 1992, **61**:4022—4032.
- [7] 杨梓强,李大治,梁正. 相对论返波管频率特性研究[J]. 强激光与粒子束, 1996, **8**(4):513—516. (Yang Z Q, Li D Z, Liang Z. Study on the frequency characteristics of relativistic backward-wave oscillator (RBWO). *High Power Laser and Particle Beams*, 1996, **8**(4):513—516)
- [8] Zhai X, Garate E, Prohaska R, et al. Observation of Trivelpiece-Gould modes in a plasma-filled backward wave oscillator[J]. *Phys Rev A*, 1992, **45**:8336—8339.
- [9] Trivelpiece A W, Gould R W. Space charge waves in cylindrical plasma columns[J]. *J of Appl Phys*, 1957, **30**:1784—1793.

Linear theory analyses on dispersion characteristics of electromagnetic waves in a plasma-part-filled slow wave structure

YANG Zi-qiang, LIANG Zheng

(College of Physical Electronics, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054, China)

Abstract: The linear dispersion relation of the electromagnetic waves in a plasma-part-filled slow-wave structure is analyzed and calculated. Dispersion curves of the TM_{01} is up shift to 1 GHz as the plasma density increases to $8 \times 10^{11} \text{ cm}^{-3}$ with the plasma thickness of 0.2cm. The result is in good agreement with the experimental result observed by X·Zhai. It is found that a series of low-frequency plasma modes satisfy Floquet theorem in the magnetized plasma-part-filled slow-wave structure. These modes can interact with relativistic electron beam and the peak-growth rates of some modes are as high as that of TM_{0n} modes. Increasing the plasma density, the peak-growth rate of the plasma mode increases quickly, and becomes greater than that of the TM_{0n} modes. For the plasma density greater than 10^{12} cm^{-3} , Cerenkov oscillation of low-frequency can be predicted.

Key words: Slow-wave structure; Plasma-part-filled; Electromagnetic waves; Linear dispersion relation