

文章编号: 1001-4322(2003)10-0999-04

多芯屏蔽电缆电容的多极理论分析*

郑勤红, 解福瑶, 蔡武德

(云南师范大学 物理与电子信息学院, 云南 昆明 650092)

摘要: 介绍用多极理论计算多芯屏蔽电缆电容的基本原理和求解过程, 给出多芯屏蔽电缆电容与多极理论级数项系数之间的关系。3个工程实例的计算结果表明: 用多极理论计算多芯屏蔽电缆电容, 不仅具有较高的计算精度, 而且可以很方便地应用于各类复杂截面多芯屏蔽电缆的工程设计与计算, 多极理论是分析多芯屏蔽电缆电容的一种有效方法。

关键词: 多极理论; 多芯屏蔽电缆; 电容

中图分类号: TN01; TN814; O441 **文献标识码:** A

由多根圆柱导体所组成的多导体传输线, 既可用于连接各种电器设备, 传输、测量和控制信号, 又可用于制作各种微波器件(滤波器、耦合器等)。当传输线受外界电磁场激励时, 传输线上的信号会受到干扰。在计算这种干扰时, 首先必须知道传输线的电感、电容等特性参数, 所以对传输线电容的准确计算至关重要, 只有通过计算才能确定电气电子设备中各导体的自电容和耦合电容值, 为各类器件的准确设计提供理论依据。由多根圆柱导体所构成的多芯屏蔽电缆或微波器件, 由于各导体间的距离较近, 存在邻近效应, 且导体间的排列具有复杂性和多样性, 所以特性参数的计算一般无解析公式可以利用, 通常人们采用有限元、矩量法、边界元等数值方法计算多导体传输线的电容。几十年来, 有关多导体传输线, 特别是多芯屏蔽电缆特性参数计算方法的研究一直都在进行^[1~8]。据此, 本文提出用多极理论计算多芯屏蔽电缆的电容, 介绍用多极理论分析多芯屏蔽电缆电容的基本原理和求解过程。

1 用多极理论计算多芯屏蔽电缆电容的基本原理

图1所示是由屏蔽结构和N根导体芯线所组成的多芯屏蔽电缆的截面示意图。为讨论问题方便, 设屏蔽结构(0号导体)为零电位参考导体, 其它N个导体上的电位分别为 V_1, V_2, \dots, V_N , 则其静电场边值问题为

$$\begin{cases} r \frac{\partial}{\partial r} (r \frac{\partial u}{\partial r}) + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0, & r, \\ u|_{l_0} = 0, u|_{l_1} = V_1, u|_{l_2} = V_2, \dots, u|_{l_N} = V_N \end{cases} \quad (1)$$

式中: Ω 为场域; l_k 是第k个导体的边界曲线; V_k 是第k个导体电位。

多芯屏蔽电缆(沿轴线方向单位长度)的电容矩阵为

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ \dots \\ N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \dots & C_{1N} \\ C_{21} & C_{22} & \dots & C_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ C_{N1} & C_{N2} & \dots & C_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \dots \\ V_N \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$C_{ii} = (\int V_i) / V_i = v_0, v_j = 0, \quad C_{ij} = (\int V_j) / V_j = v_0, v_i = 0, \quad (i, j = 1, 2, \dots, N; i \neq j)$$

对于静电场边值问题(1)式, 文献[9]从电磁理论和有关数学定理出发, 建立一种新的电磁场计算方法——电磁场分析中的多极理论, 推导出了如下形式的多极理论解析解

$$u = A_{00} + \sum_{n=1}^{N_0} r_i^n (A_{in} \cos n \theta_i + B_{in} \sin n \theta_i) + \sum_{p=1}^{N_0} [A_{op} \ln r_{op} + \sum_{n=1}^{N_0} r_{op}^{-n} (A_{opn} \cos n \theta_{op} + B_{opn} \sin n \theta_{op})] \quad (3)$$

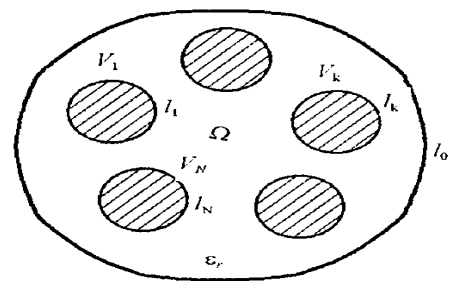


Fig. 1 Shielded multiconductor cable
图1 多芯屏蔽电缆截面示意图

* 收稿日期: 2003-02-18; 修订日期: 2003-04-28

基金项目: 国家自然科学基金资助课题(19961004); 云南省自然科学基金资助课题(2001A029M); 云南省中青年学术和技术带头人培养计划资助课题(2000 YP16); 云南省教委科学基金资助课题。

作者简介: 郑勤红(1962-), 男, 博士后, 教授, 主要从事电磁理论及应用研究; E-mail: Zheng-qh@yahoo.com.cn.

就像用分离变量法获得无穷级数收敛的解析解一样,在实际工程应用中,级数项不可能取无穷多项,而必须对无穷级数进行截断,所以实际应用中,二维静电场边值问题的多极理论通解为

$$\begin{aligned} \bar{u} = & A_{00} + \sum_{n=1}^{N_i} r_i^n (A_{in} \cos n_i + B_{in} \sin n_i) + \sum_{p=1}^{N_o} [A_{op} \ln r_{op} + \\ & \sum_{n=1}^{N_{op}} r_{op}^{-n} (A_{opn} \cos n_{op} + B_{opn} \sin n_{op})] \\ = & \sum_{m=1}^M U_m, \quad (U_1 = 1, U_2 = r_i \cos i, \dots) \end{aligned} \tag{4}$$

式中: $r_i = |r - r_i|$, r 是场点的位置矢量, r_i 是内极的位置矢量; $r_{op} = |r - r_{nom}|$, r_{nom} 是第 p 个外极的位置矢量; N_o 是外极的个数; N_i 称为内极的次数; N_{op} 称为第 p 个外极的次数, M 是级数项总数, m 是级数项系数。

式(4)的使用规则是^[9]: (1)若场域的某段边界曲线是圆弧,且对场域来说内凸(如图 1~4 中的圆柱导体芯线的边界),则必须在其圆心处设置一个外极,反之,若圆弧对场域来说是内凹的,则必须在其圆心处设置一个内极(如图 3、图 4 中屏蔽导体所构成的外边界),无论内极、外极,极的次数一般不超过 20; (2)若某段边界由直线或由可以剖分为多段直线单元的复杂曲线所组成,且任意两段直线间的内交角(两段直线在交点处对场域的张角,如图 2 中的 ϕ 角)不大于 180° ,则只需在场域的屏蔽导体边界以内任意点设置一个内极即可,极的次数一般取 20~40(如图 1、图 2 中的屏蔽导体边界)。

由电磁场的唯一性定理可知,利用边值问题(1)中的边界条件可确定出式(4)中的 M 个待定系数。本文采用最小二乘法确定待定系数 U_m ,即通过使多极理论解与给定边界值之间误差的平方沿边界积分最小来确定式(4)中的 M 个待定系数。

设有下列定解问题

$$\begin{cases} \nabla^2 u = 0, & x, y \\ u|_1 = g(x, y), & x, y \quad 1 \\ \left(\frac{\partial u}{\partial n} + n \right) |_2 = q(x, y), & x, y \quad 2, \quad 1 + 2 = \end{cases} \tag{5}$$

其多极理论解与式(4)相同,即

$$\begin{aligned} u = \bar{u} = & A_{00} + \sum_{n=1}^{N_{ii}} r_i^n (A_{in} \cos n_i + B_{in} \sin n_i) + \\ & \sum_{p=1}^{N_o} [A_{op} \ln r_{op} + \sum_{n=1}^{N_{op}} r_{op}^{-n} (A_{opn} \cos n_{op} + B_{opn} \sin n_{op})] = \sum_{m=1}^M U_m \end{aligned} \tag{6}$$

由于 $E_{rr} = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial r} - g \right)^2 d + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial n} + \bar{u} - q \right)^2 d$, 由 $\frac{d E_{rr}}{d k} = 0 (k = 1, 2, \dots, M)$, 可得

$$\sum_{m=1}^M U_m [\sum_1 U_m U_k d + \sum_2 \left(\frac{\partial U_m}{\partial n} + U_m \right) \left(\frac{\partial U_k}{\partial n} + U_k \right) d] = \sum_1 g U_k d + \sum_2 q \left(\frac{\partial U_k}{\partial n} + U_k \right) d \tag{7}$$

式(7)中的方程个数正好与未知数个数相等,所以解方程(7)可确定出式(6)中的 M 个待定系数 (U_m),从而获得定解问题(5)式的多极理论级数解。

静电场边值问题(1)式属于定解问题(5)式的特殊形式(仅含第一类边界条件),所以用同样的方法可获得边值问题(1)的多极理论级数解,从而获得多芯屏蔽电缆的电容。

2 计算实例

例 1:图 2 所示是一根变形电缆的截面示意图,它相当于一根同轴电缆长时间放置在地面上变形后的情况,也是近期出现的具有诸多优点的一种新型耦合器的奇模对称结构^[5,6,8]。如图 2 所示,利用其电势分布对 x 轴的偶对称性,根据前面所述多极理论使用规则,在 o 点设置一个次数为 30 的内极 ($r_i = r, i = , N_{ii} = 30$) 和一个次数为 20 的外极 ($N_o = 1, r_{op} = r, o_p = , N_{op} = 20$, 内外极正好重合),则其多极理论解为

$$\bar{u} = A_{00} + \sum_{n=1}^{30} A_{in} r^n \cos n + A_{o1} \ln r + \sum_{n=1}^{20} A_{o1n} r^{-n} \cos n = \sum_{m=1}^{52} U_m \tag{8}$$

用前面所述方法确定出式(8)中的 52 个待定系数(m)后,即可获得本问题的多极理论解。由文献[9]的数学推导过程可知,该电缆的电

$$C = 2 \epsilon_0 \epsilon_r A_{01} / V \quad (9)$$

式中: V 是内外导体间的电势差, A_{01} 是式(8)中的级数项系数。

用多极理论方法计算了某些规格尺寸($\epsilon_r = 2.03$, $R_1 = 0.455\text{mm}$, $R_2 = 1.49\text{mm}$)下的电容,计算结果见表 1(表 1 中 h 如图 2 所示, C_{BEM} 为边界元计算结果, C_{MT} 为多极理论计算结果)。

由表 1 可见,多极理论和边界元计算结果完全一致,最大偏差不超过 0.5%。将表 1 中的电容转换为特性阻抗,多极理论计算结果与文献[6,8]中的有限元法和数值保角变换法的结果完全一致。

表 1 变形同轴电缆的电容 (pF/m)

Table 1 Capacitance of deformed coaxial cable (pF/m)

h/mm	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.45
C_{MT}	269.1	164.5	134.4	119.6	110.8	105.1	101.2	98.51	96.72	95.60	95.28
C_{BEM}	270.1	163.7	134.0	119.3	110.5	104.8	101.0	98.30	96.52	95.41	95.09

例 2^[1~4,7]:图 3 所示是对称二芯屏蔽电缆的截面示意图。其结构参数为: $r = 0.32\text{mm}$, $d = 0.64\text{mm}$, $R = 1.86\text{mm}$, $\epsilon_r = 2.026$ (作者注:文献[7]中列出的 ϵ_r 有误)。多极理论计算结果: $C_{11} = C_{22} = 77.45\text{pF/m}$, $C_{12} = C_{21} = -22.55\text{pF/m}$,与傅里叶级数法^[3]、矩量法^[7]的计算结果完全一致(C_{11} , C_{22} , C_{12} , C_{21} 分别表示导体 1, 2 的自电容和耦合电容)。

例 3:图 4 所示是 SYVZ-9 多芯屏蔽电缆的截面示意图(为讨论问题方便,图中省略了可解析求解的中心同轴对)。其结构参数为: $r = 0.48\text{mm}$, $R_9 = 1.75\text{mm}$, $R = 2.875\text{mm}$, $R_0 = 3.75\text{mm}$, $\epsilon_r = 2.1$ 。当矩阵中某一元素与矩阵元素中的最大值相差 7 个数量级以上时,令该矩阵元素为 0^[7]。多极理论计算结果见式(10)(单位: pF/m)。将式(10)与文献[7]的矩量法计算结果相比较可知:两种方法对 SYVZ-9 多芯屏蔽电缆电容计算结果,各对应矩阵元素间的相对偏差不大于 0.3%。

$$[C] = \begin{bmatrix} 126.7 & -7.563 & -0.008 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.008 & -7.563 & -35.16 \\ -7.563 & 126.7 & -7.563 & -0.008 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.008 & -35.16 \\ -0.008 & -7.563 & 126.7 & -7.563 & -0.008 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -35.16 \\ 0.0 & -0.008 & -7.563 & -126.7 & -7.563 & -0.008 & 0.0 & 0.0 & -35.16 \\ 0.0 & 0.0 & -0.008 & -7.563 & 126.7 & -7.563 & -0.008 & 0.0 & -35.16 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.008 & -7.563 & 126.7 & -7.563 & -0.008 & -35.16 \\ -0.008 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.008 & -7.563 & 126.7 & -7.563 & -35.16 \\ -7.563 & -0.008 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & -0.008 & -7.563 & 126.7 & -35.16 \\ -35.16 & -35.16 & -35.16 & -35.16 & -35.16 & -35.16 & -35.16 & -35.16 & 296.7 \end{bmatrix} \quad (10)$$

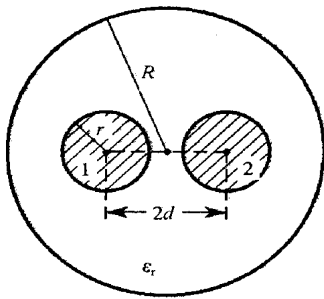


Fig. 3 Shielded balanced-pair transmission line

图 3 二芯屏蔽电缆截面示意图

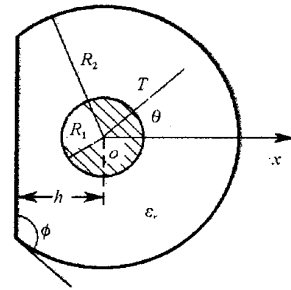


Fig. 2 Deformed coaxial cable
图 2 变形同轴电缆截面示意图

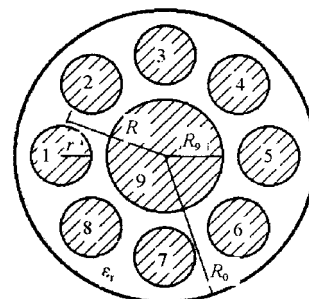


Fig. 4 Cross section of SYVZ-9 cable

图 4 SYVZ-9 电缆截面示意图

3 结 论

本文针对由多根圆导体所组成的复杂截面多芯屏蔽电缆这一特殊结构,提出了基于二维拉普拉斯方程多极理论通解的多芯屏蔽电缆电容计算方法。其突出优点是:用多极理论方法计算多芯屏蔽电缆的电容,既不需要像数值求解那样的离散场域或边界,又能用统一的格式、同一程序计算各种复杂截面的多芯电缆电容。对三个实例的计算结果表明,多极理论具有较高计算精度,完全能满足工程设计要求。

参考文献:

- [1] Miller C M. Capacitances of a shielded balanced-pair transmission line[J]. *Bell Syst Tech J*, 1972, **50**(3): 759—776.
- [2] Paul C R, Feather A E. Computation of the transmission line inductance and capacitance matrices from the generalized capacitance matrix[J]. *IEEE Transaction*, 1976, EMC-**18**(4): 175—183.
- [3] Nordgard J D. The capacitances and surface-charge distributions of a shielded balanced pair[J]. *IEEE Trans*, 1976, MTT-**24**(2): 94—100. [4] Nordgard J D. The capacitances and surface charge distributions of a shielded unbalanced pair[J]. *IEEE Trans*, 1977, MTT-**25**(2): 137—140.
- [5] An H, Wang T, Bosisio R G, et al. Accurate closed form expressions for characteristic impedance of coupled line with sliced coaxial cable[J]. *Electronics Letters*, 1995, **31**(23): 2019—2020.
- [6] Benahmed N, Feham M. Finite element analysis of RF couplers with sliced coaxial cable[J]. *Microwave Journal*, 2000, **43**(11): 106—120.
- [7] 孙蓓云,郑振兴,周辉,等. 多芯屏蔽电缆电容的矩量法求解[J]. 强激光与粒子束, 2000, **12**(6): 749—752. (Sun B Y, Zheng Z X, Zhou H, et al. Method of moment for calculating capacitance of shielded multiconductor cable. *High Power Laser and Particle Beams*, 2000, **12**(6): 749—752)
- [8] Teppati V, Goano M, Ferrero A. Conformal-mapping design tools for coaxial couplers with complex cross section[J]. *IEEE Trans*, 2002, MTT-**50**(12): 2339—2345.
- [9] Zheng Q, Hou D, Xie F, et al. Solution of two-dimensional Laplace equation by multipole theory method[J]. *Journal of Electromagnetic Waves Applications*, 1999, **13**(8): 1061—1076.

Multipole theory analysis on the capacitance of shielded multiconductor cable

ZHENG Qir-hong, XIE Fur-yao, CAI Wu-de

(School of Physics and Electronic Information, Yunnan Normal University, Kunming 650092, China)

Abstract: The multipole theory (MT) method is presented as a new approach for the analysis and design of various shielded multiconductor cables. The solution of boundary-value problem associated with the shielded multiconductor cable is represented by the generalized MT formula, and the procedure to obtain the capacitance of shielded multiconductor cable is described. Three representative computational examples, the deformed coaxial cable, the shielded balanced-pair transmission line and the cable consisting of 10 cylindrical conductors, are given to validate the theory, and to demonstrate the accuracy and flexibility of the MT method.

Key words: Multipole theory; Shielded multiconductor cable; Capacitance