

研究论文

采用二阶导数阵作为正则化的电容成像 图像重建算法

江 鹏, 彭黎辉, 萧德云
(清华大学自动化系, 北京 100084)

摘要: Tikhonov 正则化方法是解决病态逆问题的常用方法, 正则化项的引入能改善问题的病态性。利用 Laplace 算子对正则化项中所包含的图像信息进行锐化处理, 可提高电容成像图像重建的质量。仿真结果表明, 相对于标准形式的 Tikhonov 正则化方法, 采用正则算子为二阶导数算子的正则化方法图像重建结果边缘及轮廓清晰, 对于各种设定流型均具有良好的适应能力, 且图像重建结果对初始设定解不敏感, 图像重建结果质量更高。

关键词: 电容成像; 图像重建; 正则化方法; 正则算子

中图分类号: TP 317.4

文献标识码: A

文章编号: 0438-1157 (2008) 02-0405-05

Tikhonov regularization based on second order derivative matrix for electrical capacitance tomography image reconstruction

JIANG Peng, PENG Lihui, XIAO Deyun

(Department of Automation, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: Tikhonov regularization method is widely used in certain inverse problems. A regularization term is introduced to lessen the ill-posedness in inverse problems. In order to improve the quality of image reconstruction for electrical capacitance tomography, a second order derivative operator is introduced to sharpen the reconstructed images. Simulation results show that, in comparison with standard Tikhonov regularization method, the method with the second order derivative operator for regularization provides reconstruction results with clearer contours. In addition, the method is adaptive to all test models and not sensitive to the initial solutions.

Key words: electrical capacitance tomography; image reconstruction; regularization method; regularized operator

引 言

电容成像 (electrical capacitance tomography, ECT) 技术是近十几年来飞速发展的一种新型测量技术, 作为过程层析成像技术的典型代表, 由于其具有非侵入、简单、快速、廉价等特点, 正受到

越来越广泛的应用^[1-3]。现有的 ECT 图像重建算法^[4-5]主要包括迭代算法和非迭代算法两大类。前者具有较好的图像重建结果, 但计算量大, 主要用于离线分析, 包括迭代 Tikhonov 算法、Landweber 迭代^[6]、ART 和 SIRT 算法^[7]等; 后者重建质量相对粗糙, 但计算量小, 主要用于在线 (实

2007-04-09 收到初稿, 2007-07-31 收到修改稿。

联系人: 彭黎辉。第一作者: 江鹏 (1981-), 男, 博士研究生。

基金项目: 国家自然科学基金项目 (60532020, 60204003)。

Received date: 2007-04-09.

Corresponding author: PENG Lihui. E-mail: lihupeng@mail.tsinghua.edu.cn

Foundation item: supported by the National Natural Science Foundation of China (60532020, 60204003).

时)测量,包括线性反投影(LBP)算法^[8]、SVD分解、Tikhonov正则化方法^[9]、基于窗函数的正则化方法^[10-11]等,其中,目前应用最广泛的是LBP算法。本文主要针对非迭代的正则化方法进行研究。

ECT图像重建问题属于病态逆问题。Tikhonov正则化方法是解决病态逆问题的常用方法,其中正则化项可以看作是引入对目标问题的约束,标准Tikhonov正则化方法是对图像能量进行约束。本文通过引入二阶Laplace算子作为正则算子,对图像凸度进行约束,从而提高ECT图像重建的质量。

1 ECT图像重建基本原理

电容层析成像系统的基本结构如图1所示,在需要测量的管道周围安装电容传感器(通常由8个或12个电极组成),通过测量电容传感器不同电极组合之间的电容值,根据某种算法重建出管道内部的介质分布。

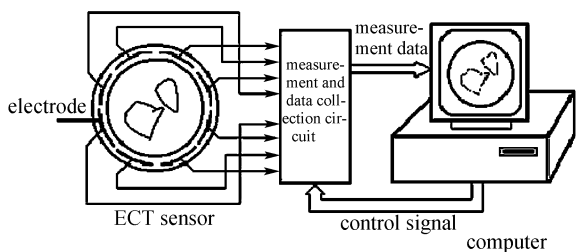


图1 ECT系统结构图

Fig.1 ECT system structure

电容层析成像系统的数学模型可以简化为

$$\lambda = Sg \tag{1}$$

式中 λ 为 $m \times 1$ 维的归一化测量电容值; S 为 $m \times n$ 维归一化的敏感场矩阵; g 为 $n \times 1$ 维归一化的介质分布,即像素灰度级。图像重建算法的目的是通过求解式(1)来获得管道内部的介质分布 g 。

2 基于不同正则算子的 Tikhonov 正则化算法

Tikhonov 正则化方法是解决病态问题的重要手段,也是 ECT 系统图像重建的重要方法之一^[4]。利用 Tikhonov 正则化方法求解式(3)的一般形式可表示为^[12]

$$\hat{g} = \operatorname{argmin} \{ \|Sg - \lambda\|^2 + \mu \|L(g - g^\infty)\|^2 \} \tag{2}$$

式中 正则化项 $\|L(g - g^\infty)\|^2$ 可以看作是引入了

对图像灰度值 g 的约束, g^∞ 是假定的介质分布; μ 为正则化参数; L 为离散化后与正则算子对应的矩阵。

在 Tikhonov 方法中通常选取 L 为单位阵,即 $L=I$,此时,正则化项可简化为 $\|g - g^\infty\|^2$, L 还可选择为一阶、二阶算子等高通滤波算子^[13]。

Laplace 算子是一种常用的二阶导数算子, Laplace 算子是各向同性的微分算子,对一个连续函数 $f(x,y)$,它在位置 (x,y) 的 Laplacian 值定义如下

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \tag{3}$$

对图像的每个像素, Laplace 算子取它关于 x 轴方向和 y 轴方向的二阶差算之和

$$\begin{aligned} \nabla^2 f(i,j) &= \nabla_x^2 f(i,j) + \nabla_y^2 f(i,j) = \\ &= f(i+1,j) + f(i-1,j) + f(i,j+1) + f(i,j-1) \end{aligned} \tag{4}$$

Laplace 算子可借助各种模板实现。这里对模板的基本要求是对应中心像素的系数应是正的,而对应中心像素邻近像素的系数应是负的,且它们的和应该是零。常用的两种模板分别见图2(a)、(b),它们均满足上面的条件^[14]。为方便描述,分别称图2(a)、(b)为四连通域模板和八连通域模板。

0	-1	0
-1	4	-1
0	-1	0

(a) filter mask used to implement digital Laplacian as defined in Eq.(4)

-1	-1	-1
-1	8	-1
-1	-1	-1

(b) mask used to implement to extension of Eq.(4) that includes diagonal neighbors

图2 Laplace 算子的模板

Fig.2 Filter mask used to implement digital Laplacian

Laplace 算子就是图像锐化中最简单也最常用

的方法。图像锐化处理的目的是为了使图像的边缘、轮廓线以及图像的细节变得清晰，平滑的图像变得模糊的根本原因是因为图像受到了平均或积分运算，因此可以对其进行逆运算（如微分运算）就可以使图像变得清晰。在 ECT 图像重建问题中，利用二阶 Laplace 算子对正则化项中包含的图像信息进行锐化处理，从而提高图像重建质量。

此外，正则矩阵 L 还可取为不同导数阵的组合

$$L(\mathbf{g}) = \alpha_0 \|\mathbf{g} - \mathbf{g}^\infty\|^2 + \sum_{k=1}^q \alpha_k \|L_k(\mathbf{g} - \mathbf{g}^\infty)\|^2 \quad (5)$$

式中 L_k 为第 k 个导数阵， α_k 为非负常数。

对于求解式 (2) 相当于求解式 (6)

$$(\mathbf{S}^T \mathbf{S} + \mu \mathbf{L}^T \mathbf{L}) \mathbf{g} = \mu \mathbf{L}^T \mathbf{L} \mathbf{g}^\infty + \mathbf{S}^T \boldsymbol{\lambda} \quad (6)$$

其中，根据不同的模板， L 可取为 $L_4(\mathbf{g})$ 和 $L_8(\mathbf{g})$ 以及它们的加权组合。

3 仿真结果

针对上述提出的算法，为验证其有效性，对其进行了数值仿真，并同 $L=I$ 时的 Tikhonov 正则化方法的重建结果进行比较，仿真计算在

Pentium™ III 550 MHz、192M 内存计算机的 Matlab 平台上完成，ECT 硬件平台系统为 8 电极 ECT 系统，成像像素 32×32 。假定成像过程中敏感场 S 不变。取 \mathbf{g}^∞ 为 LBP 成像结果。

为评价算法，给出两个判据，相对图像误差和设定流型与重建图像间的相关系数

$$\text{error} = \frac{\|\hat{\mathbf{g}} - \mathbf{g}\|}{\|\mathbf{g}\|} \quad (7)$$

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{g}_i - \bar{\hat{g}})(g_i - \bar{g})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (\hat{g}_i - \bar{\hat{g}})^2 \sum_{i=1}^n (g_i - \bar{g})^2}} \quad (8)$$

其中， \mathbf{g} 为原始流型的介质分布， $\hat{\mathbf{g}}$ 为重建结果的介质分布， \bar{g} 和 $\bar{\hat{g}}$ 分别为 \mathbf{g} 和 $\hat{\mathbf{g}}$ 的平均值^[15]。

本节分别采用 6 种常见流型分布作为实验对象，如表 1 所示。其中，第 1 种流型为中心圆，直径为 0.3（设方形成像区域边长为 1，下同），第 2 种流型为半管流，第 3 种流型为层流，第 4 种流型为半管流和右下角为边长为 0.25 的正方形，第 5 种流型为两个边长为 0.25 的正方形，第 6 种为 4 个边长为 0.25 的正方形。分别采用 $L=I$ ， L 为四连通

表 1 图像重建的仿真结果

Table 1 Comparison of simulation results based on standard Tikhonov and different second order derivative matrix

Regularization	I	II	III	IV	V	VI
original phantoms						
$L=I$						
$L=L_4$						
$L=L_8$						
$[L = \frac{1}{2}(L_8 + L_4)]$						

表 2 图像重建的评价指标 (基于表 1 仿真结果)

Table 2 Relative image errors and correlated coefficient corresponding to simulation results shown in Table 1

Regularization	Item	I	II	III	IV	V	VI
$L=I$	error	0.4073	0.2149	0.3358	0.3141	0.5980	0.6525
	r	0.9156	0.9533	0.8921	0.8777	0.8163	0.7449
	μ	0.0000001	0.0028	0.004	0.0013	0.000014	0.00007
$L=L_4$	error	0.4009	0.1903	0.3882	0.2685	0.6018	0.6277
	r	0.9194	0.9648	0.8582	0.9145	0.8029	0.7627
	μ	0.0000001	0.058	0.0002	0.045	0.0055	0.0018
$L=L_8$	error	0.4056	0.1919	0.3853	0.2700	0.6130	0.6261
	r	0.9182	0.9642	0.8601	0.9136	0.7964	0.7605
	μ	0.0000001	0.0068	0.00002	0.005	0.0007	0.0002
$L=\frac{1}{2}(L_8+L_4)$	error	0.4041	0.1915	0.3863	0.2695	0.6097	0.6266
	r	0.9186	0.9644	0.8596	0.9139	0.7979	0.7620
	μ	0.0000001	0.016	0.00005	0.012	0.0014	0.0005

表 3 图像重建的评价指标

Table 3 Relative image errors based on different initial solutions

g^∞	Item	I	II	III	IV	V	VI
based on LBP	error	0.4056	0.1919	0.3853	0.2700	0.6130	0.6261
	μ	0.0000001	0.0068	0.00002	0.005	0.0007	0.0002
$\mathbf{0}$	error	0.4098	0.2121	0.3845	2794	0.6158	0.6365
	μ	0.0000001	0.0055	0.00002	0.005	0.0007	0.0002

域、八连通域模板及 $L = \frac{1}{2}(L_8 + L_4)$ (称为加权模板) 4 种正则化方法进行图像重建, 考察重建方法的效果, 选取的正则参数使重建结果的相对图像误差达到最小。

表 1 是分别采用 $L=I$ 以及 3 种二阶导数阵作为正则矩阵的正则化方法进行图像重建的结果, 从表中可以看出, 相对于标准形式的 Tikhonov 正则化方法, 采用正则矩阵为二阶导数阵的正则化方法, 图像重建结果边缘及轮廓清晰, 起到了图像锐化的效果。从图像重建结果来看, 采用正则矩阵为二阶导数阵的正则化方法对于各种设定流型均具有良好的适应能力, 图像重建结果质量更高。

表 2 根据式 (7)、式 (8) 给出了图像重建的评价指标, 图像误差和相关系数均定量地验证了前面的图像重建结果。从评价指标可以看出, 除第 3 种流型外, 利用二阶导数阵作为正则矩阵的正则化方法相比标准形式的 Tikhonov 正则化方法均得到了相当或更好的图像重建结果, 特别是在第 2、4 种流型分布下图像重建结果有明显改善。采用八连通域模板的正则化方法取得最佳重建图像时的正则化参数均小于采用四连通域模板的正则化方法, 采

用加权模板的正则化方法在各种流型下得到的图像误差和相关系数均介于采用四连通域模板和八连通域模板的正则化方法之间, 取得最佳重建图像的正则化参数也介于二者之间。

在利用二阶导数阵作为正则矩阵的正则化方法中, 图像重建结果对于初始设定解 g^∞ 的敏感程度并不大, 表 3 中列出了正则算子取八连通域算子时, 初始设定解 g^∞ 分别取 LBP 成像结果和 $\mathbf{0}$ 时的图像误差。

表 3 的仿真结果说明初始设定解 g^∞ 分别取 LBP 成像结果和 $\mathbf{0}$ 时的图像误差相差并不大, 利用二阶导数阵作为正则矩阵的正则化方法并不依赖于初始设定解, 使得该算法在求解过程中不必先行求解 LBP 成像结果。

4 结 论

Tikhonov 正则化方法是解决病态逆问题的常用方法, 其中, 正则化项可以看作是包含了问题的先验信息, 它的引入, 能改善问题的病态性, 而通过选取不同的正则矩阵可以改变正则项所包含的先验信息, 将二阶导数阵作为正则矩阵引入到 ECT 图像重建中来, 利用微分算子对正则化项中包含的

图像信息进行锐化处理,可提高 ECT 图像重建的质量。

仿真实验表明,采用正则矩阵为二阶导数阵的正则化方法,相对于标准形式的 Tikhonov 正则化方法,图像重建结果边缘及轮廓清晰,起到了图像锐化的效果。从图像重建结果来看,采用正则矩阵为二阶导数阵的正则化方法对于各种设定流型均具有良好的适应能力,图像重建结果质量更高;在利用二阶导数阵作为正则矩阵的正则化方法中,图像重建结果对于初始设定解的敏感程度并不大。

References

- [1] Scott D M. Introduction to process tomography// Proceeding of Frontiers in Industrial Process Tomography I, Engineering Foundation. California, 1995: 1-7
- [2] Beck M A, Dyakowski T, Williams R A. Process tomography—the state of the art. *Meas. Control*, 1998, **20** (4): 163-177
- [3] Beck M S, Williams R A. Process tomography: a European innovation and its applications. *Meas. Sci. Technol.*, 1996, **7** (3): 215-224
- [4] Yang W Q, Peng L. Image reconstruction algorithms for electrical capacitance tomography. *Meas. Sci. Technol.*, 2003, **14** (1): 1-13
- [5] Flores N, Kuri-morales A, Gamio C. An application of neural networks for image reconstruction in electrical capacitance tomography applied to oil industry. *Lecture Notes in Computer Science*, 2006, **4225**: 371-380
- [6] Yang W Q, Spink D M, York T, McCann H. An image reconstruction algorithm based on Landweber's iteration method for electrical capacitance tomography. *Meas. Sci. Technol.*, 1999, **10**: 1065-1069
- [7] Su Bangliang, Zhang Yiheng, Peng Lihui, Yao Danya, Zhang Baofen. The use of simultaneous iterative reconstruction technique for electrical capacitance tomography. *Chemical Engineering Journal*, 2000, **77** (1): 37-41
- [8] Xie C G, Huang S M, Hoyle B S, Thorn R, Lenn C, Snowden D, Beck M S. Electrical capacitance tomography for flow imaging system model for development of image reconstruction algorithms and design of primary sensors. *IEE Proc. -G*, 1992, **139** (1): 89-98
- [9] Peng L H, Merkus H, Scarlett B. Using regularization methods to do image reconstruction of electrical capacitance tomography. *Part. Part. Syst. Charact.*, 2000, **17** (3): 96-104
- [10] Jiang Peng (江鹏), Peng Lihui (彭黎辉), Xiao Deyun (萧德云). Gaussian window function for image reconstruction for electrical capacitance tomography. *J. Tsinghua Univ. : Sci. & Tech.* (清华大学学报:自然科学版), 2007, **47** (1): 150-153
- [11] Jiang Peng, Peng Lihui, Xiao Deyun. Characterization of window function for regularization of electrical capacitance tomography image reconstruction//The 5th International Symposium on Measurement Techniques for Multiphase Flows. Macau, 2006: 1009-1015
- [12] Bertero M, Boccacci P. Introduction to Inverse Problem in Imaging. Bristol: Institute of Physics Publishing, 1998
- [13] Nicholls G K, Tan S M, Colin Fox. Inverse problems [EB/OL]. [2005] <http://www.math.auckland.ac.nz/~phy707/>
- [14] Zhang Yujin (章毓晋). Image Engineering: Image Analysis (图像工程: 图像分析). Beijing: Tsinghua University Press, 2005
- [15] Xie C G, Huang S M. Experimental evaluation of capacitance tomographic flow imaging systems using physical models. *IEE Proc. -Circuits, Devices & Systems*, 1994, **141** (5): 357-368