

研究论文

# 壁面粗糙度对通道流动特性的影响

邹 江<sup>1</sup>, 彭晓峰<sup>1</sup>, 颜维谋<sup>2</sup>

(<sup>1</sup> 清华大学热能工程系, 相变与界面传递现象实验室, 北京 100084; <sup>2</sup> 华梵大学机电工程系, 台湾 台北 223)

**摘要:** 从管道壁面附近的流动结构着手, 指出摩阻偏差系数不仅取决于相对粗糙度, 还取决于粗糙元疏密度、流动再附长度等具体几何、水力特征, 粗糙度对流阻的影响能否忽略不能单纯以相对粗糙度是否小于 5% 为标准。采用流道收缩效应的处理方法, 理论地分析这些特征对偏差系数的影响, 揭示出偏差系数随粗糙元密度与  $Re$  的增加而增加, 粗糙元分布很疏或者  $Re$  很小时粗糙度的影响可以忽略的规律。

**关键词:** 粗糙度; 摩擦阻力; 阻力偏差; 流动结构

中图分类号: TK 124

文献标识码: A

文章编号: 0438-1157 (2008) 01-0025-07

## Effects of roughness on fluid flow behavior in ducts

ZOU Jiang<sup>1</sup>, PENG Xiaofeng<sup>1</sup>, YAN Weimou<sup>2</sup>

(<sup>1</sup>Laboratory of Phase Change and Interfacial Transport Phenomena, Department of Thermal Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China; <sup>2</sup>Department of Mechatronic Engineering, Hua fan University, Taipei 223, Taiwan, China)

**Abstract:** A theoretical analysis was conducted to explore the flow structure adjacent to rough walls and its influence on flow friction. The flow friction resistance coefficient was found not only dependent on the relative roughness, but also the geometrical and hydrodynamical features, such as roughness elements density and flow reattachment length. It was irrational that the effects of roughness on the coefficient could be neglected with the criterion of the relative roughness being below 5%. The equivalent treatment of flow area constriction was made, and modified formula and resistant deviation coefficient  $\eta$  were introduced to correct the reduction value of the duct diameter as the function of relative roughness  $\epsilon/d$ , roughness element density parameter  $A$  and Reynolds number  $Re$ . The resistance deviation coefficient increased with increasing  $A$  and  $Re$ , and the effects of roughness could be ignored at very sparse roughness element distribution or at low  $Re$ .

**Key words:** roughness; friction resistance; resistance deviation; flow behavior

### 引 言

随着如微机电系统 (MEMS)、电子散热器以及生物芯片等微尺度系统的迅速发展和广泛应用, 微/细流道流体传输问题、流阻系数预测与控制已

成为关键性的问题之一, 引起人们的极大重视。许多研究发现<sup>[1-3]</sup>, 中低  $Re$  下摩擦阻力系数与常规尺度下的情况有所偏差, 粗糙度的影响是个非常普遍且重要的因素。迄今已有不少学者就粗糙度对流动阻力的影响进行探讨, 但还没有得到较完善、公认

2007-04-23 收到初稿, 2007-07-11 收到修改稿。

联系人: 彭晓峰。第一作者: 邹江 (1979—), 男, 博士研究生。

基金项目: 国家自然科学基金项目 (50636030)。

Received date: 2007-04-23.

Corresponding author: Prof. PENG Xiaofeng. E-mail: pxf-dte@mail.tsinghua.edu.cn

Foundation item: supported by the National Natural Science Foundation of China (50636030).

的解释, 本文从分析传统理论出发进一步分析壁面粗糙度的影响。

早在 19 世纪, Darcy 就认为粗糙度是影响流动特性的一个重要因素, 1933 年, Nikuradse<sup>[4]</sup> 开创性地完成阻力测试实验, 研究粗糙度对沿程流动压降的影响。后来, Colebrook 也进行了相关实验并拟合出著名的压降关系式, 即 Colebrook 公式。1944 年 Moody<sup>[5]</sup> 把 Colebrook 的研究结果表示成图线形式, 即现今广被采用的 Moody 图, 描绘出相对粗糙度在 0~0.05 范围内 Darcy 摩擦因子  $f$  随  $Re$  的变化, 流动阶段包括层流、过渡流以及湍流。在层流阶段, 认为相对粗糙度低于 0.05 时粗糙度对流阻的影响可以忽略。这些结果被认为是经典的结论, 过去近一个世纪里在实际工业设计中得到很好的应用。

尽管如此, 不断积累和公开发表的微尺度流动实验结果一直挑战与质疑以上经典结论。首先, 它们没有给出相对粗糙度小于 0.05 时对流阻没有影响的合理解释, 并不是基于严格物理描述的数学推导; 其次, 它们只适用于相对粗糙度为 0~0.05 时的条件, 不清楚相对粗糙度略小于 0.05 与略大于 0.05 两种情况有多少差别, 无法预测相对粗糙度大于 0.05 时的流阻特性。

许多研究者对此开展了进一步探索。Mala 和 Li<sup>[6]</sup> 考虑粗糙度对流动扰动的作用, 引入粗糙度黏性系数模型解释流动阻力偏差的原因。杜东兴<sup>[7]</sup>、Kandlikar 等<sup>[8]</sup> 分别独立地提出称为流道收缩效应的模型, 把粗糙度对流动的作用等效为流道流通截面积的减小。Kandlikar 等<sup>[8]</sup> 还设计相关设计以验证模型。Bahrami 等<sup>[9]</sup> 引入局部摩擦阻抗概念描述粗糙壁面的局部性质, 根据假定的粗糙元分布规律, 空间积分局部摩擦阻抗得到总的流动阻力。研究发现, Darcy 摩擦系数与  $Re$  的乘积是相对粗糙度的函数, 当相对粗糙度小于 3% 时, 粗糙度对流阻的影响可以忽略。这些工作有助于理解粗糙度对流阻的作用, 同时也引入了一些新的处理方法。然而, 目前为止还没有一个结果或理论被广泛接受, 仍有许多问题亟待解决。

由于粗糙壁面细观形状以及它引起附近流场的复杂性, 通过严格数学推导的方式考虑粗糙度对流阻的影响几乎不可能。本章将通过认识粗糙壁面附近流域主要流动特性与流动结构来研究粗糙度的作用, 改进流通截面缩小的等效处理思想, 在认识粗

糙元分布、粗糙元高度以及  $Re$  等参数对摩擦系数影响的基础上, 导出最后的摩擦系数表达式, 对此展开定量的讨论。

## 1 粗糙度影响描述和分析

本文讨论对有关流动结构的理解, 尝试提出有一定物理解释和与现象密切相关的模型。应当注意, 其中的推导难免不够严格, 只是希望能在理解粗糙度作用以及估计流阻方面给人们提供一些有益的参考。

实际管道壁面总会凹凸不平, 存在一定粗糙度。如果指定一条基线, 如图 1 所示, 可认为粗糙度由高低不一、分布错落的凸起物组成, 这一般称为粗糙元。当流体掠过单个粗糙元, 流速很小时, 粗糙元附近的流线几乎与粗糙元的外廓平行。流速超过一定值后, 靠近粗糙元的流线比较复杂, 与粗糙元几何形状有关, 粗糙元后部会产生一定程度的流动脱离、再附以及回流过程, 在粗糙元前后形成形状阻力, 成为导致流动阻力增加的主要原因。

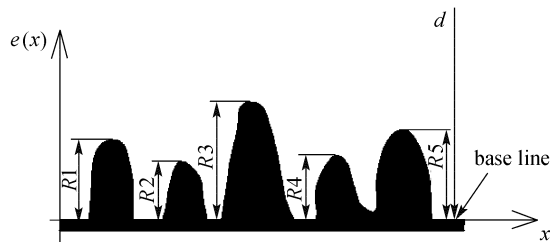


图 1 粗糙壁面示意图

Fig. 1 Schematic of rough wall structure

实际粗糙壁面表面结构往往过于复杂, 粗糙元通常具有各种形状与尺寸, 分布随机, 难以清晰描述, 有必要采用一些统计参数描述粗糙壁面的主要特征, 如平均峰高  $R_z$ 、算术平均高度  $R_a$ 、均方根高度  $R_q$  等。如图 1, 考虑长度  $L$  的一段圆管内壁, 其几何统计参数定义为

$$R_a = \frac{1}{L} \int_0^L |e(x)| dx \quad (1)$$

$$R_q = \sqrt{\frac{1}{L} \int_0^L e(x)^2 dx} \quad (2)$$

$$R_z = (R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5) / 5 \quad (3)$$

式中  $e(x)$  为粗糙元外廓线与基线的垂直距离。这里基线被认为是粗糙表面的底部, 同时决定管径  $d$ 。基线的定义对于下一步的分析很为关键, 在前人实验报道中, 却对此少有说明, 这使得对它们结果的认识容易产生误解。

相对粗糙度是个重要概念, 已有文献中粗糙度  $\epsilon$  与相对粗糙度  $\bar{\epsilon}$  的定义不尽相同, 本文中分别定义为粗糙元的平均高度  $Rz$ 、粗糙度与直径比  $\epsilon/d$ 。值得一提的是, 鉴于各种文献对粗糙度  $\epsilon$  与相对粗糙度  $\bar{\epsilon}$  的定义不尽相同, 考虑相对粗糙度对流动与换热的影响时, 需要特别注意它们的涵义。

粗糙壁面表面形状非常复杂, 无法严格从数学推导分析其对流动的影响, 只能依靠经验引进必要的假设后来估计。流体掠过一系列分布较密粗糙元时, 如图 2 所示, 粗糙元间的部分流体被截留形成细小旋涡, 流线封闭, 粗糙元上方的流体被截留形成细小旋涡, 流线封闭, 粗糙元上方流体跟截留流体只有少量动量交换, 基本无质量交换。粗糙元以及其间截留流体对流动起阻塞作用, 相当于缩小流道流通截面积, 这就是杜东兴<sup>[7]</sup>与 Kandlikar 等<sup>[8]</sup>分别提出的流道收缩效应模型。他们估计流道直径的减小量为两倍粗糙元平均峰高  $2Rz$ , 即当量直径为

$$d' = d - 2Rz \quad (4)$$

此处理方法基于对二维粗糙表面情况下的流动结构与特征的认识, 具有一定合理性。然而, 当量直径的估计过于简单, 仅适用于粗糙元极端密集的情形, 大部分情况下, 流道直径减小量小于  $2Rz$ 。如在粗糙元稀疏分布情况下, 这种影响甚至可以忽略。对于三维粗糙表面, 问题将更加复杂, 需要考虑诸如横向粗糙元间距、前后排粗糙元交错度等参数的影响。而且考虑流通截面收缩效应时, 流速横向梯度会比实际固体表面处的小, 部分壁面处于流动滑移状态, 对流动阻力有一定影响, 这点在总体效果中应予以计及。

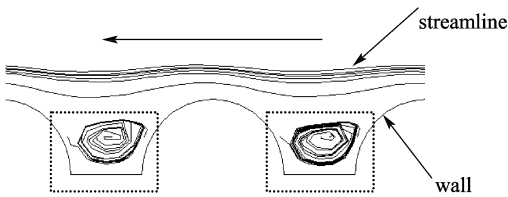


图 2 粗糙壁面近壁区流线

Fig. 2 Streamlines adjacent to rough wall

## 2 粗糙度对流动阻力的影响

应用当量直径概念, 深入探讨粗糙度引起的管径收缩量, 进而改进模型。若圆管直径被减小  $2e$ , 流通截面的当量直径为

$$d' = d - 2e \quad (5)$$

对圆管内的充分发展流, 若质量流量为  $Q$ , 管子长度为  $L$ , 压降可表示为

$$\Delta p = \frac{1}{2} \rho u_m'^2 f' \frac{L}{d'} \quad (6)$$

其中,  $u_m'$ 、 $f'$  分别为管径  $d'$  对应的平均流速与壁面摩擦阻力系数

$$f' = \frac{16\mu\pi d'}{Q} \quad (7)$$

$$u_m' = \frac{4Q}{\rho\pi d'^2} \quad (8)$$

把式 (7) 与式 (8) 代入式 (6) 得

$$\Delta p = \frac{128\mu QL}{\rho\pi d'^4} \quad (9)$$

其他参数不变时, 式 (9) 中压降  $\Delta p$  与  $d'^{-4}$  呈正比。相同  $Q$ 、 $\Delta p$  下, 根据管径  $d$  所得的摩擦阻力系数为

$$f = \frac{\Delta p}{\frac{1}{2} \rho u_m^2 \frac{L}{d}} \quad (10)$$

$$u_m = \frac{4Q}{\rho\pi d^2} \quad (11)$$

联立式 (9)、式 (11) 与式 (10) 得

$$f = \left(\frac{d}{d'}\right)^4 \frac{16\mu\pi d}{Q} = \left(\frac{d}{d-2e}\right)^4 \frac{64}{Re} = \left(1 - \frac{2e}{d}\right)^{-4} \frac{64}{Re} \quad (12)$$

设  $f_0$  是管径为  $d$  光滑圆管的摩擦阻力系数, 由 Darcy 阻力公式

$$f_0 = \frac{64}{Re} \quad (13)$$

引入摩阻偏差系数为

$$C = \frac{f}{f_0} = \left(1 - \frac{2e}{d}\right)^{-4} \quad (14)$$

式 (14) 基于圆管层流, 定量给出了粗糙元作用等效为流通截面缩小时粗糙元对流动阻力的影响, 通过类似推导也可得到其他截面形状的表达式, 也可用来分析管径测量误差引起流动阻力计算的偏差。

图 3 具体示出了摩阻偏差系数  $C$  随相对管径缩小量  $e/d$  的变化。极限情况  $e=\epsilon$  时, 曲线表示  $C$  随相对粗糙度  $\epsilon/d$  的变化。显然, 粗糙度总是影响流动阻力系数, 而且  $C$  随  $e/d$  的增大而增加。 $e/d$  为 0.03 时,  $C$  为 1.28, 显著大于 1。也就是说, 即使相对粗糙度低于 0.03, 粗糙度对流动阻力系数的影响也可能不能忽略。

这些推论看起来与 Nikuradse 的结论与 Moody 图有所差异。根据他们的结论,  $e/d < 0.05$  时, 层

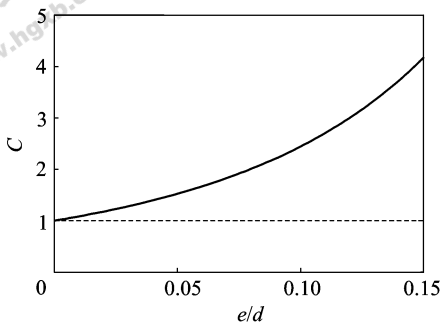


图 3 C 随 e/d 的变化

Fig. 3 Variation of deviation coefficient with e/d

流区的摩擦系数曲线全部重合，亦即粗糙度的影响可以忽略。尽管 Nikuradse 与 Moody 的结论被广泛采用，但毕竟来自于实验，具有一些不确定度<sup>[10]</sup>。另外，他们对于定义流通直径、粗糙度所依据的基线设定可能与本文不同。因此，不能简单地认为本文的处理方式是错误的，而应该对原来的认识进行反思和分析。

其实，以前关于粗糙度对不可压层流影响的研究并不多，那些经典结论只是少数一些研究者的实验结果，没有严格理论证明和更多实验充分验证。它们得到广泛应用的重要原因在于，水力直径在几毫米以上的常规系统中相对粗糙度非常小，流动阻力影响在工程应用中可以忽略。微细尺度系统和高精度测试时，有必要重新考虑粗糙度的影响。

### 3 阻力修正模型

通常粗糙元分布并不足够密集，如图 4 所示，临近壁面的流线与壁面基线不平行，随粗糙元起伏。近壁区的流动结构不仅取决于粗糙元平均高度  $Rz$ ，还取决于粗糙元形态、分布以及流动速度。考虑  $Rz$  以外的因素对当量直径收缩的影响，延伸流道收缩效应模型的适用范围。

由式 (14)，引入修正因子  $\eta$  使得

$$C = \left(1 - \frac{2\epsilon}{d}\eta\right)^{-4} \quad (15)$$

管径收缩量为  $2\epsilon\eta$ ，即当量直径

$$d' = d - 2\epsilon\eta \quad (16)$$

$\eta$  描述了粗糙度对流动特征的影响，取值范围  $0 \sim 1$ 。 $\eta=0$  时，管径减小量为 0，管壁可视为光滑； $\eta=1$  时，管径的减小量为  $2\epsilon$ ，对应粗糙元极其密集情况。许多几何和水力参数影响参数  $\eta$ ，这里主要考虑粗糙元密度与流动再附特性。

图 4 直观表示这两个因素的物理意义：粗糙元

间距与高度比  $b/a$ ，体现粗糙元密度；粗糙元高度与流体再附长度比  $a/c$ 、粗糙元间距与再附长度之比  $b/c$ ，体现流动再附特征，也反映出在等效管径壁面处的流线和横向速度梯度特性。再附长度  $c$  随粗糙元高度和流体速度的增加而增加。

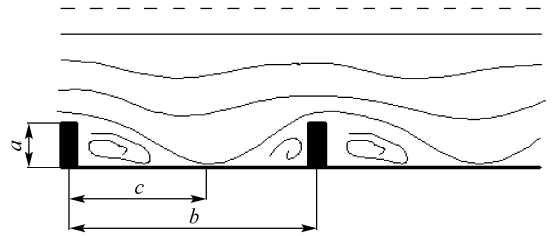


图 4 粗糙管近壁区流动

Fig. 4 Main parameters of flow in a rough duct

图 5 与图 6 考虑管壁周期性粗糙元情形，粗糙元高度都相同。相同流速时，如图 5 所示，再附长度  $c$  相当，小间距粗糙面的近壁区流线比大间距粗糙面平滑，当量管径减小量较大；相同管壁时，如图 6 所示，高流速下再附长度较大，近壁区流线比低流速光滑，当量管径的减小量较大。由此可见，当量管径的减小量随着粗糙元密度和流动速度的提高而增加。通过考虑文献中实验数据<sup>[1,3,6-7]</sup>，表述修正因子  $\eta$  为以下指数形式

$$\eta = e^{-A/B} \quad (17)$$

其中参数  $A$  反映粗糙元密度特征  $b/a$  的影响， $B$  直接表征流体再附长度与粗糙元高度比  $c/a$  的影响，在式 (17) 中则用二者组合综合反应总体效果。根据后台阶流动的再附特征<sup>[11-12]</sup>， $B$  可表示为



(a) large spacing



(b) small spacing

图 5 不同粗糙壁面的流动结构

Fig. 5 Flow structure with various geometries



(a) low velocity



(b) high velocity

图 6 不同流速的流动结构

Fig. 6 Flow structure with various velocity

$$B = 2 + \frac{Re}{100} \quad (18)$$

联立式 (15)、式 (17) 与式 (18) 得

$$C = \frac{f}{f_0} = \left(1 - \frac{2\varepsilon}{d} e^{-A/(2+Re/100)}\right)^{-4} \quad (19)$$

简化起见，式 (19) 中  $A$  用  $2A$  替代，则为

$$C = \frac{f}{f_0} = \left(1 - \frac{2\varepsilon}{d} e^{-A/(1+Re/200)}\right)^{-4} \quad (20)$$

其中  $A$  仍表示粗糙元分布的影响，取值为  $0 \sim +\infty$ 。稀疏粗糙壁面  $A$  较大， $\eta$  较小；密集粗糙壁面时， $A$  接近于 0，而  $\eta$  趋近于 1。粗糙元引起的绕流、流体再附等效应用流动特征参数  $Re$  表示。 $Re$  越大，截面积收缩越严重，阻力增大也越多。

#### 4 影响因素综合分析

利用式 (20) 可分析层流时各因素对摩阻系数  $f$  及其偏差系数  $C$  的影响，包括相对粗糙度  $\varepsilon/d$ 、粗糙元密度参数  $A$  与  $Re$  等。

图 7 与图 8 为不同  $A$  与  $\varepsilon/d$  时的  $C-Re$  曲线。由图 7 可知，除极端情形  $A=0$  外， $C$  随着  $A$  的减小和  $Re$  的增加而增加，表明当量管径的减小量随着再附长度增加而增加，随粗糙元间距减小而增加。进一步，粗糙元高度主要决定  $C$  与  $f$  的变化范围，而粗糙元间距则主要决定  $C$  与  $f$  随  $Re$  的变

化方式。

$A$  较小时， $C-Re$  曲线的斜率在小  $Re$  时较大，并随  $Re$  增加而减小，表明小  $Re$  时，再附长度  $c$  增加对密集粗糙壁面当量管径的影响较大，管径减小量随流速的提高迅速增加。 $Re$  大于一定值时，流动的再附过程会被下一粗糙元所阻隔，此时流动速度增加对当量管径的影响显著减弱。 $A$  较大时， $C-Re$  曲线的斜率在小  $Re$  时较小，并随  $Re$  增加而增加，表明小  $Re$  时再附长度  $c$  增加对稀疏粗糙面当量管径的影响不大，管径减小量随流速的变化不明显。

图 8 为不同  $A$  情况下  $\varepsilon/d$  对  $C-Re$  曲线的影响。对小  $Re$  情况， $A$  较大（大于 5）时， $C$  趋近于 1，而  $A$  较小时， $C$  远大于 1。这表明，低流速时，稀疏粗糙元几乎不影响流动，而密集粗糙元则有显著影响。主要由于低流速时粗糙元间的再附长度很短，对流动影响不大。

图 9 与图 10 为不同  $A$  与  $\varepsilon/d$  情况下的双对数坐标  $f-Re$  曲线。图 9 中  $\varepsilon/d=0.07$ ， $f_0=64/Re$  也被用于比较。显然， $A=0$  与  $A=1000$  的曲线几乎平行，而后一曲线几乎与  $f_0=64/Re$  重合。图 10 中， $Re$  较大时， $\varepsilon/d$  对流动有显著的影响，而小  $Re$  时，其摩阻曲线与  $f_0=64/Re$  仅有微小差异。

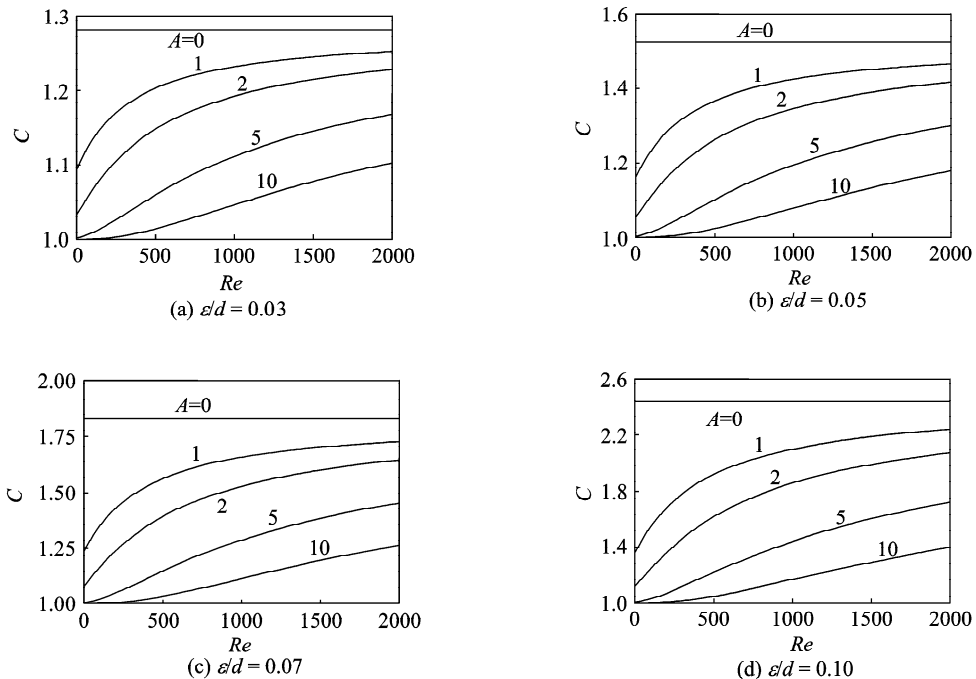


图 7 不同  $\varepsilon/d$  时  $C$  随  $Re$  的变化

Fig. 7 Variation of  $C$  with  $Re$  at different  $\varepsilon/d$

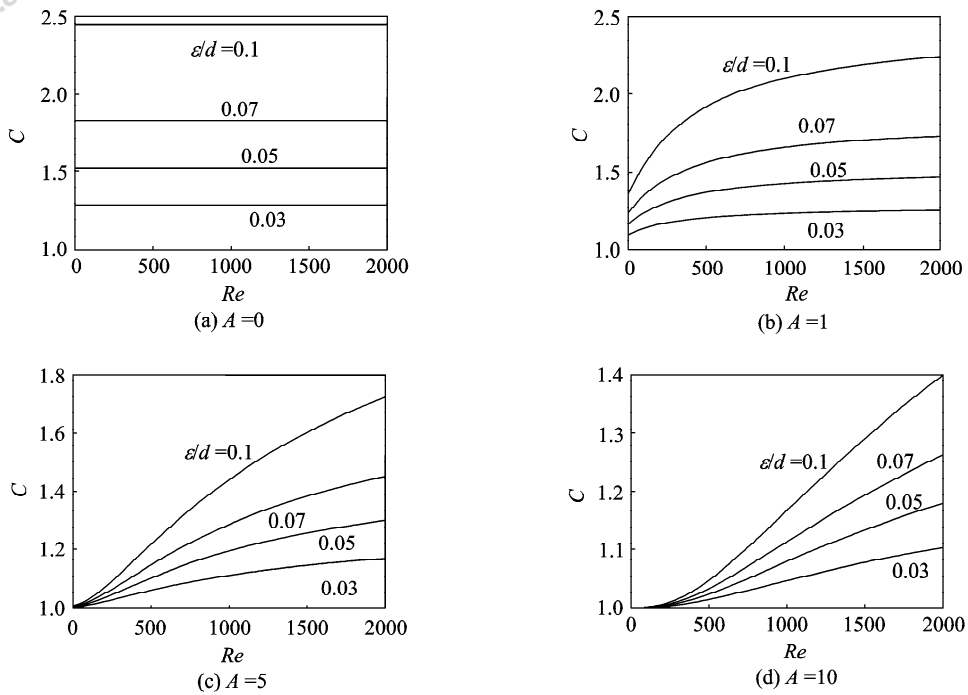


图 8 不同  $A$  时  $C$  随  $Re$  的变化  
Fig. 8 Variation of  $C$  with  $Re$  at different  $A$

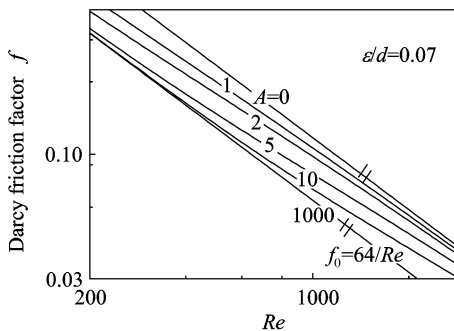


图 9 不同  $A$  时摩擦因子  $f$  随  $Re$  的变化  
Fig. 9 Variation of  $f$  with  $Re$  at different  $A$

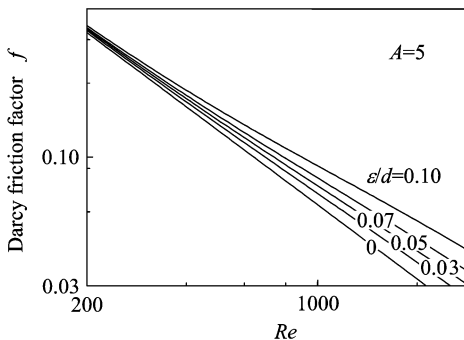


图 10 不同  $\epsilon/d$  时  $f$  随  $Re$  的变化  
Fig. 10 Variation of  $f$  with  $Re$  at different  $\epsilon/d$

对沿程阻力系数的影响，着眼于粗糙元附近的流动结构探讨机理和影响规律。

研究发现，摩阻系数不仅取决于相对粗糙度，还取决于粗糙元疏密度、流动再附长度等具体几何、水力特征，粗糙度对流阻的影响能否忽略不能单纯以相对粗糙度是否小于 5% 为标准。壁面附近的部分流体滞留在相邻粗糙元间的空穴里，与主流流体的动量、能量交换很少，粗糙度的影响可等效为流通截面积的缩小，粗糙元分布足够密集时，圆管当量直径的缩减量等于二倍的粗糙元平均峰高  $2Rz$ ，在其他情况，缩减量小于  $2Rz$ 。

引入修正系数  $\eta$  描述具体影响程度，延伸流通截面缩小处理方法的实用性。两个主要因素，粗糙元间距与流动再附长度，决定着修正系数  $\eta$  的大小，相应的影响体现在  $\eta$  表达式中的参数  $A$  与  $B$  里。通过分析流动再附过程发现，参数  $B$  与  $Re$  相关，并导得相应的关联式。最终，摩阻偏差系数可表示为相对粗糙度  $\epsilon/d$ 、参数  $A$  以及  $Re$  的函数。摩阻偏差系数随粗糙元密度与  $Re$  的增加而增加，粗糙元分布很疏或者  $Re$  很小时粗糙度的影响可以忽略。

## 5 结 论

本文研究了流体内层流过程中，壁面粗糙度

## 符 号 说 明

$A$ ——反映粗糙元密度特征  $b/a$  影响的参数

- $B$ ——直接表征流体再附长度与粗糙元高度比  $c/a$  影响的参数  
 $C$ ——摩阻偏差系数  
 $d$ ——管径, m  
 $e$ ——圆管直径缩小量一半, m  
 $f$ ——摩擦因子  
 $Rz$ ——粗糙元的平均高度, m  
 $\epsilon$ ——粗糙度, m  
 $\bar{\epsilon}$ ——相对粗糙度  
 $\eta$ ——管径缩小量修正因子

## References

- [1] Celata G P, Guo Z Y, Li Z X, *et al.* Single-phase fluid flow//The Update Journal of the Heat Transfer Exchanger Design Handbook. New York: Begell House, Inc. Publishers, 2002
- [2] Peng X F, Peterson G P, Wang B X. Frictional flow characteristics of water flowing through microchannels. *Experimental Heat Transfer*, 1994, **7**: 249-264
- [3] Wu P Y, Little W A. Measurement of friction factor for the flow of gases in very fine channels used for microminiature Joule Thompson refrigerators. *Cryogenics*, 1983, **23**: 272-277
- [4] Nikuradse. Laws of flow in rough flow. *Technical Memorandum*, 1950 (11): 1292
- [5] Moody L F. Friction factors for pipe flow. *Journal of Heat Transfer*, 1944, **66**: 671-684
- [6] Mala G M, Li D Q. Flow characteristics of water in microtubes. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 1999, **20**: 142-148
- [7] Du Dongxing (杜东兴). Effect of compressibility and roughness on flow and heat transfer characteristics in micro tubes [D]. Beijing: Tsinghua University, 2000
- [8] Taylor J B, Carrano A L, Kandlikar S G. Characterization of the effect of surface roughness and texture on fluid flow—past, present, and future//Proceedings of 3rd International Conference on Microchannels and Minichannels. Toronto, Ontario, Canada, 2005
- [9] Bahrami M, Yovanovich M M, Culham J R. Pressure drop of fully-developed, laminar flow in rough microtubes//Proceedings of 3rd International Conference on Microchannels and Minichannels. Toronto, Ontario, Canada, 2005
- [10] Kandlikar S G. Roughness effects at microscale—reassessing Nikukadse's experiments on liquid flow in rough tubes. *Bulletin of the Polish Academy of Sciences Technical Sciences*, 2005, **53** (4): 343-348
- [11] Mohamed A G, Valentine D T, Hassel R E. Numerical study of laminar separation over an annular backstep. *Computers Fluids*, 1991, **20** (2): 121-143
- [12] Wang Bing, Zhang Huiqiang, Wang Xilin. Investigation on the reattachment process of backward-facing step flow using large eddy simulation. *Chinese Journal of Applied Mechanics*, 2004, **21** (3): 17-20