

文章编号:1000-6893(2007)02-0319-05

基于易损面积分解的飞机多击中易损性评估的马尔可夫链法

杨文青, 宋笔锋, 裴 扬

(西北工业大学 航空学院, 陕西 西安 710072)

Markov Chain Method for Aircraft Multiple Hit Vulnerability Assessment Based on Vulnerable Area Decomposition

YANG Wen-qing, SONG Bi-feng, PEI Yang

(College of Aeronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

摘 要: 提出了一种适用于计算具有多组余度部件、部件之间任意重叠的飞机多击中易损性评估的马尔可夫链法。考虑到实际中飞机部件重叠广泛存在的特点,以基于概率的易损面积分解法为基础,通过确定飞机存在状态和计算状态转换矩阵,得出了通用的评估飞机易损性的计算方法。并对该方法编制了通用的计算机程序,进行了算例验证,结果与理论分析符合。实用中表明,所提出的方法通用性强,易于实现,解决了部件之间存在重叠情况的飞机多击中易损性精确计算问题。

关键词: 易损性; 易损面积; 部件重叠; 多击中; 马尔可夫链

中图分类号: V221 **文献标识码:** A

Abstract: The purpose of this paper is developing an improved Markov chain method for vulnerability assessment of an aircraft which has arbitrary overlapping among critical components and probably receives multiple hits in a campaign. Since actual aircraft always has arbitrary components overlapping, an improved Markov chain method for aircraft multiple hit vulnerability assessment is proposed based on the "aircraft vulnerable area decomposition method", and an universal algorithm is also offered for the solution of transition matrix, which contains two key parts, namely determining the matrix dimension and constructing the transition matrix. In the end, a numerical example is given. The result shows that the method is effective and feasible.

Key words: vulnerability; vulnerable area; component overlapping; multiple hit; Markov chain

飞机易损性^[1]是指飞机不能承受损伤机理一次或多次打击的程度。易损性评估采用的方法因飞机遭遇的威胁类型不同而异,威胁类型为非爆炸性穿透物或碎片时,又可分为单击中和多击中两种评估情形。在战斗遭遇中,飞机通常都受到不止一个击中,因此,多击中的易损性评估更符合实际。

马尔可夫链法是评估飞机多击中易损性常用的一种方法,但国内外目前所采用的马尔可夫链法^[1-5]存在局限性,当多个致命性部件重叠在一起时,易损性计算难以进行。真实的飞机具有致命性部件多、部件重叠多、可能受到的打击方向多、部件的位置遮挡关系随打击方向的不同而不断变化等特点,本文经过对这些情况的分析,提出了一种可以对具有以上复杂情况的飞机遭受多击中时的易损性进行评估的马尔可夫链法。实用中表明该评估方法通用性强,可以用于实际飞机的易损性评估。

1 马尔可夫链法

马尔可夫链法的基本思路是将非爆炸穿透物或碎片击中飞机导致飞机状态转换的过程用马尔可夫过程来模拟,从而求得飞机受到 n 个击中后处于各种可能状态的概率。用向量 S_j 表示飞机遭受第 j 个击中后各状态的概率, T_{j+1} 表示遭受第 $j+1$ 个击中的状态转换矩阵,则第 $j+1$ 个击中后各状态的概率用下式计算

$$S_{j+1} = T_{j+1} S_j \quad (1)$$

$$S_1 = T_1 S_0 \quad (2)$$

向量 S_0 表示飞机未遭受任何击中前各状态的概率,按式(1)和式(2)可以算出 n 个击中后的各状态的概率 S_n 。

任何一个非余度部件杀伤或任意一组余度部件杀伤均可以导致飞机杀伤,因此飞机遭受 n 个击中后的累积杀伤概率 $P_{KH,n}$ 为

$$P_{KH,n} = K_{nrc,n} + K_{rc,n} \quad (3)$$

式中: $K_{nrc,n}$ 为非余度部件被杀伤的概率; $K_{rc,n}$ 为余度部件组被杀伤的概率,它们均可以根据 S_n 给出。

收稿日期:2005-11-07; 修订日期:2006-03-01
基金项目:国家自然科学基金(10372082)
通讯作者:宋笔锋 E-mail: bfsong@nwpu.edu.cn

2 基于易损面积分解的马尔可夫链法

(1) 易损面积分解法

易损面积分解法^[6]的基本原理是计算重叠区域被击中后各种损伤发生的概率。在实际计算中,首先将非冗余部件被杀伤的状态列出,计算出它们的易损面积,然后再将剩余的冗余部件所有可能出现的组合一一列出,并计算它们各自对应的易损面积。

易损面积分解法使重叠部件之间的复杂情况可以分开为各自不同的状态,组合的部件状态可被视为“广义致命性部件”,同时可以求出各个“广义致命性部件”对应的易损面积。

例如有2个部件重叠,分别以 a, b 表示,设它们的杀伤概率分别为: p_1, p_2 , 部件 a 的非重叠部分面积为 S_1 ; 部件 b 的非重叠部分面积为 S_2 ; 部件 a 和 b 的重叠部分面积为 S_{12} 。则此例可被视为3个广义部件,即: A, B 和 A_B (用部件名称的大写字母表示广义致命性部件), 它们各自的广义易损面积为: $S_1 p_1 + S_{12} p_1 (1 - p_2), S_{12} (1 - p_1) \cdot p_2 + S_2 p_2$ 和 $S_{12} p_1 p_2$ 。

(2) 基于易损面积分解的马尔可夫链法

马尔可夫链法关键在于确定存在的状态,以及确定状态之间的转换关系,即计算状态转换矩阵。以下分别介绍。

飞机存在状态确定 一架飞机可能存在的状态是由冗余部件数目确定的。

图1所示的一组冗余飞机模型,致命性部件有:驾驶员 p 、油箱 f 、发动机 e_1 、发动机 e_2 。其中,发动机 e_1 和发动机 e_2 为一组互为冗余的部件。

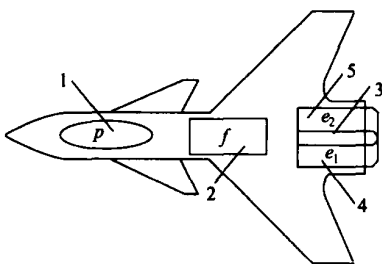


图1 一组冗余飞机模型

Fig.1 Aircraft model with one redundant set

以杀伤的部件代码表示状态,遭受打击时,所具有的状态有5个,分别是: $K_{nrc}, e_1, e_2, e_1_e_2, nk$ 。状态 K_{nrc} 是非冗余部件(驾驶员和油箱)被杀伤的状态,状态 nk 是无部件被杀伤的状态,可见状态个数为 $2^2 + 1 = 5$ 个。 $e_1_e_2$ 的状态是冗余部件组

(发动机 e_1 和 e_2) 被杀伤的状态,即式(3)中的 K_{nrc} 代表的状态。

图2所示的两组冗余飞机模型,致命性部件有:驾驶员 p 、油箱 f_1, f_2 、发动机 e_1, e_2, e_3 。2个油箱互为冗余部件,3台发动机为一组冗余部件。遭受打击时,所具有的状态有25个,状态列表见表1。

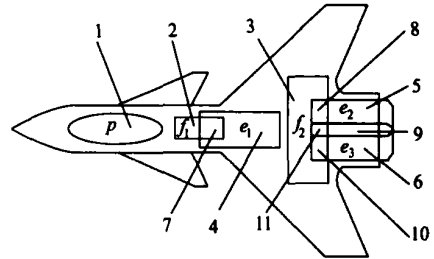


图2 两组冗余飞机模型

Fig.2 Aircraft model with two redundant sets

表1 图2飞机模型存在的状态列表

Table 1 Existing states of the aircraft model of Fig 2

状态	数目
非冗余部件杀伤状态 K_{nrc}	1
油箱冗余组存在的状态 $f_1, f_2, f_1_f_2$	$2^2 - 1 = 3$
发动机冗余组存在的状态 $e_1, e_2, e_3, e_1_e_2, e_1_e_3, e_2_e_3, e_1_e_2_e_3$	$2^3 - 1 = 7$
两冗余组之间交叉存在的状态 $f_1_e_1, f_1_e_2, f_1_e_3, f_1_e_1_e_2, f_1_e_1_e_3, f_1_e_2_e_3, f_2_e_1, f_2_e_2, f_2_e_3, f_2_e_1_e_2, f_2_e_1_e_3, f_2_e_2_e_3, f_1_f_2_e_1_e_2_e_3$	$(3 - 1)(7 - 1) + 1 = 13$
无部件杀伤状态 nk	1
状态总和	25

若一架飞机有 m 组冗余部件,第 i 组冗余数为 n_i , 部件标记为 x_1, x_2, \dots, x_{n_i} , 假设同组冗余部件全部杀伤可导致飞机杀伤。则存在的状态确定法则如表2所示。

(2) 状态转换矩阵计算

设飞机在遭受威胁打击时将以 N 个状态存在,以 $S(i), 1 \leq i \leq N$ 表示各个状态,按照以上排列状态的原则,则 $S(1)$ 表示状态 $K_{nrc}, S(N)$ 表示状态 $nk, S(2) \sim S(N - 1)$ 为由冗余部件所决定的状态。

设 $P_{w,j}$ 为第 j 次打击下第 w 个状态的存在概率,则

$$P_{w,j} = A_{vw,j} / A_{p,j}, \quad w = 1, 2, 3, \dots, N \quad (4)$$

式中: $A_{vw,j}$ 为第 j 次打击下第 w 个状态对应的广义易损面积(由易损面积分解法得到); $A_{p,j}$ 为飞机在第 j 次打击下的暴露面积,且 $A_{vw,j}$ 与 $A_{p,j}$ 的

表 2 m 组冗余部件飞机存在的状态列表

Table 2 Existing States of the aircraft with m sets of redundant components

	状态	数目
非冗余部件杀伤状态	K_{nrc}	1
第 i 组冗余组内部组合存在的状态, $i = 1, \dots, m$	$x_1, \dots, x_{n_i}, x_{1-x_2}, \dots, x_{n_i-1-x_{n_i}}, \dots$ $x_1 \dots x_{n_i}, i = 1, \dots, m$	$\prod_{i=1}^m (2^{n_i} - 1) \triangleq N_i$
第 i 组和第 j 组冗余组之间组合存在的状态, $i = 1, \dots, m-1, j = 2, \dots, m$	$x_1-y_1, \dots, x_1 \dots x_{n_i-1-y_1} \dots y_{n_j-1}, \dots$ $x_1 \dots x_{n_i-1-y_1} \dots y_{n_j}$ $i = 1, \dots, m-1, j = 2, \dots, m$	$\prod_{i=1}^{m-1} \prod_{j=2}^m [(N_i - 1)(N_j - 1) + 1] \triangleq N_{ij}$
第 i 组、第 j 组 ... 第 k 组, 共 h 组冗余组之间组合存在的状态, $i = 1, \dots, m-h+1, j = 2, \dots, m-h+2, k = h, \dots, m, 3 \leq h \leq m$	$x_1-y_1 \dots z_1, \dots$ $x_1 \dots x_{n_i-1-y_1} \dots y_{n_j-1} \dots z_1 \dots z_{n_k-1}, \dots$ $x_1 \dots x_{n_i-1-y_1} \dots y_{n_j-1} \dots z_1 \dots z_{n_k}$ $i = 1, \dots, m-h+1, j = 2, \dots, m-h+2, k = h, \dots, m, 3 \leq h \leq m$	$\prod_{i=1}^{m-h+1} \prod_{j=2}^{m-h+2} \prod_{k=h}^m [(N_i - 1)(N_j - 1) \dots (N_k - 1) + 1] \triangleq N_{ij..k,3} \dots h \dots m$
无部件杀伤状态	nk	1
状态总和	$\prod_{i=1}^m N_i + \prod_{i=1}^{m-1} \prod_{j=2}^m N_{ij} + \prod_{h=3}^m \prod_{i=1}^{m-h+1} \prod_{j=2}^{m-h+2} \prod_{k=h}^m N_{ij..k,3} \dots h \dots m + 2$	

关系为

$$A_{P,j} = \sum_{w=1}^N A_{vw,j} \quad (5)$$

在飞机未遭受打击之前, 即 $j = 0$ 时

$$P_{w,0} = \begin{cases} 0 & w = 1, 2, \dots, N-1 \\ 1 & w = N \end{cases} \quad (6)$$

上式可以看出, 在飞机未遭受打击前, 飞机无部件杀伤概率的存在状态为 1 (对应的面积等于飞机的暴露面积), 而其他状态对应的存在概率为 0, 此时

$$S(w) = \begin{cases} 0 & w = 1, 2, \dots, N-1 \\ 1 & w = N \end{cases} \quad (7)$$

记状态转换矩阵 T_{j+1} 中的元素为 $T_{iq,j+1}$, 它表示飞机在第 $j+1$ 个打击下从第 q 个存在状态转换到第 i 个状态的概率。计算式为

$$T_{iq,j+1} = \sum_{w=1}^N P_{w,j+1}, \quad \text{且 } S(q) \rightarrow S(w) = S(i) \quad (8)$$

得到了状态转换矩阵 T_{j+1} , 即可由式(1)~式(3)计算第 $j+1$ 个打击后的杀伤概率。

式(4)~式(8)即是本文的马尔可夫链算法, 现进行以下几点说明:

a 杀伤状态为吸收状态, 是只能转换到自身的特殊状态。到自身的转换概率为 1, 转换到其他状态的概率都为 0。 K_{nrc} 和 K_{rc} 都是吸收状态。当 $S(q)$ 是杀伤状态时: $S(q) \rightarrow S(w) = S(q), w = 1, 2, 3, \dots, N; T_{qq,j+1} = \sum_{w=1}^N P_{w,j+1} = 1, T_{wq,w} = 0$ 。

b 无部件杀伤状态 $S(N)$ 为特殊状态, 它可向任何其他状态转换。 $S(N) \rightarrow S(w) = S(w), w = 1, 2, 3, \dots, N; T_{wN,j+1} = \sum_{w=1}^N P_{w,j+1} = P_{w,j+1}$ 。

其余的状态为仅有一些部件被杀伤的状态。第 q 个状态能否转换到第 i 个状态取决于是否满足公式 $S(q) \rightarrow S(w) = S(i), w = 1, 2, 3, \dots, N$ 。将所有满足条件的 $P_{w,j+1}$ 相加, 即可得到飞机在第 $j+1$ 次打击下, 从第 q 个存在状态转换到第 i 个状态的转换概率 $T_{iq,j+1}$ 。

c 飞机在遭受威胁打击后将以非冗余部件被杀伤、一些冗余部件被杀伤(非杀态)、冗余组被杀伤(杀伤状态)及无部件杀伤 4 类状态存在, 不论重叠易损区域、非重叠易损区域, 还是非易损区域, 遭受打击后的状态都可以归纳为以上 4 类状态。因此上面提出的方法适用于一般情况, 即该方法解决了部件之间存在重叠情况的多次打击易损性计算问题。

d 飞机的致命性部件个数确定后, 飞机在遭受打击后的独立存在状态个数是确定的, 即状态向量 $S(i), 1 \leq i \leq N$ 的元素个数 N 是固定不变的。但在飞机实际的遭遇中有可能某个状态对应的面积为 0, 即这个状态实际不存在。因此, 为了节省计算机存储空间并增加计算速度, 可以将矩阵的大小 ($N \times N$) 作为动态的, 即根据实际遭遇中飞机遭受打击过程中出现的状态来动态调节矩阵的大小。

e 转换矩阵 T 随着击中方向的不同而变化。如果多个损伤机理从不同的方向打击飞机, 可以针对每个重要的方向构建转换矩阵。计算时注意

T和S对应的各个状态相同。

3 算例

本节以图2所示的战斗机模型为例进行计算说明,此模型在某一威胁打击方向上用于计算飞机多击中易损性的原始数据如表3所示,该打击方向上飞机的总暴露面积 $A_P = 200 \text{ m}^2$ 。

表3 飞机模型原始数据

Table 3 Original data of aircraft model

部件标号	部件代码	暴露面积/m ²	杀伤概率		
1	p	4	1.00		
2	f_1	20	0.30		
3	f_2	45	0.35		
4	e_1	35	0.80		
5	e_2	23	0.70		
6	e_3	23	0.75		
7	$f_1 > e_1$	10	0.30	0.60	
8	$f_2 > e_2$	8	0.35	0.50	
9	$e_2 > e_3$	9	0.70	0.55	
10	$f_2 > e_3$	8	0.35	0.50	
11	$f_2 > e_2 > e_3$	5	0.35	0.50	0.30

根据易损面积分解法所得到的每个广义易损部件及其易损面积如表4所示,其中 A_k 表示非冗余部件易损面积, A_n 表示无部件杀伤对应的

面积。

表4 易损面积分解法所得数据

Table 4 Data after vulnerable area decomposition

广义致命性部件	广义易损面积/m ²	标记
A_k	4.000 000	A
F_1	7.200 000	B
F_2	19.162 500	C
E_1	32.200 000	D
E_2	22.672 500	E
E_3	21.822 500	F
$F_1_E_1$	1.800 000	G
$F_2_E_2$	2.012 500	H
$E_2_E_3$	3.952 500	I
$F_2_E_3$	1.662 500	J
$F_2_E_2_E_3$	0.262 500	K
A_n	83.252 500	L

根据本文提出的状态转换矩阵的计算式(4)~式(8),得到的状态转换矩阵如图3所示。

图3中,矩阵中各字母组合的项表示为这些字母所代表的易损面积的和,因为 $A + B + \dots + L = A_P$,所以显然矩阵每列和为1,符合马尔可夫状态转换矩阵的性质。由式(1)~式(3)计算得到该飞机在遭受1~30次打击后的累积杀伤概率如图4所示。

A_P	A	A	0	A	A	A	A	A	A	0	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	0	A			
0	BL	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	B		
0	0	CL	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	C	
0	CHUK	BG	AP	0	0	0	0	0	0	0	CHU	CHUK	CHJK	CHK	CJ	CHJK	BG	BG	BG	BG	BG	B	0	0	
0	0	0	0	DL	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	D	
0	0	0	0	0	EL	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	E	
0	0	0	0	0	0	FL	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	F	
0	0	0	0	E	D	0	DEL	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	F	0	DFL	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	FI	0	0	EFIL	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	I	
0	0	0	0	IK	0	0	EUK	EHIK	DG	AP	I	0	0	FI	EI	DG	IK	0	0	0	FUK	EHIK	D	0	0
0	DG	0	0	BG	0	0	0	0	0	0	BDGL	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	G	
0	E	0	0	0	B	0	0	0	0	0	0	0	0	BEL	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
0	F	0	0	0	0	B	0	0	0	0	0	0	0	BFL	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	G	0	BG	0	0	0	E	DG	0	BDEGL	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	G	0	BG	0	0	0	F	0	DG	DG	0	BDFGL	0	0	0	0	0	0	0	0	
0	I	0	0	0	0	0	0	0	0	B	0	0	FI	EI	0	0	BEFIL	0	0	0	0	0	0	0	
0	0	D	0	C	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
0	0	EH	0	0	CH	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	H	
0	0	FJ	0	0	0	CJ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	J	
0	0	0	0	H	0	0	CH	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	J	0	0	0	CJ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
0	0	IK	0	0	JK	HK	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	K	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	K	0	0	J	HK	0	0	0	0	0	0	0	0	G	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	AP	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	L	

图3 状态转换矩阵

Fig.3 The Transition Matrix

从计算结果看出当飞机未被击中时,即击中个数为零,此时飞机的杀伤概率最小。随着击中次数的增多杀伤概率也逐渐增大,并趋近于1。图4所示的结果与飞机多击中易损性计算的树图法给出的结果经对比是一致的。

文献[1]还给出了飞机在 n 次打击下基于事件的杀伤概率(本次打击飞机被击毁的概率)与累

积杀伤概率之间的关系式

$$P_n = \frac{P_n - P_{n-1}}{1 - P_{n-1}} \quad (9)$$

式中: P_n 为飞机在第 n 次打击下基于事件的杀伤概率; P_n 为 n 次打击后的累积杀伤概率。本节的战斗机模型飞机在遭受1~30次打击下基于事件的杀伤概率如图5所示。

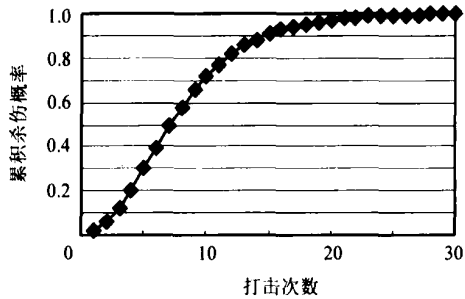


图4 1~30次打击的累积杀伤概率

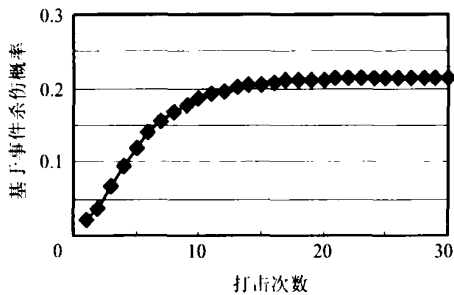
Fig. 4 The cumulated kill probabilities of the 1~30th hits

图5 1~30次打击的基于事件的杀伤概率

Fig. 5 The event-based kill probabilities of the 1~30th hit

从图5可以看出,基于事件的飞机杀伤概率随着打击次数的增加逐渐增加,但增加幅度逐渐减小,这是由于大量的打击会使飞机的每组冗余部件都被杀伤的可能性增加,这一结论与文献[1]给出的结论一致。

4 结论

本文给出的算法有效地解决了具有多组冗余部件、部件之间存在多个重叠的飞机遭受多次击中的易损性评估的难点,扩展了马尔可夫链法的适用范围。该算法已经编制了通用的计算机程序,应用中表明该易损性评估方法具有以下优点:通用性强,可以解决飞机部件任意重叠并且遭受不同方向多次击中的易损性评估问题;计算稳定可靠,其结果为模型化后计算的精确解(计算机本身的舍入误差除外),该方法所得结果可以作为其他近似方法(如文献[1]中的简化方法及文献[2]的 Simplified approach 等)所得结果的比较标准。

参 考 文 献

- [1] Ball R E. 飞机生存力分析与设计基础 [M]. 林光宇, 宋笔锋, 译. 北京: 航空工业出版社, 1998.
Ball R E. The fundamentals of aircraft combat survivability analysis and design [M]. Lin G Y, Song B F (translators). Beijing: Aviation Industry Press, 1998. (in Chinese)
- [2] Ball R E. The fundamentals of aircraft combat survivability analysis and design [M]. 2nd, Reston: AIAA, 2003.
- [3] 宋笔锋, 韩庆. 飞行器易损性指标计算的基本理论与方法 () [J]. 现代防御技术, 1999, 27(5): 36-42.
Song B F, Han Q. Theory and method for computing combat aircraft vulnerability () [J]. Modern Defense Technology, 1999, 27(5): 36-42. (in Chinese)
- [4] Kangelos A J. The effect of component redundancy upon aircraft combat survivability [M]. California: Naval Postgraduate School, 1983.
- [5] 张金钟, 王宏臣. 解决多重命中易损性评价的一种改进的马尔可夫链法 [J]. 沈阳航空工业学院学报, 2003, 18(1): 87-89.
Zhang J Z, Wang H C. An improved Markov chain method for multiple hit vulnerability assessment [J]. Journal of Shenyang Institute of Aeronautical Engineering, 2003, 18(1): 87-89. (in Chinese)
- [6] Pei Y, Song B F. Aircraft vulnerable area decomposition method in the overlapping region of components [J]. Journal of Aircraft, 2006, 43(4): 1138-1144.

作者简介:



杨文青(1980 -) 女, 博士研究生。主要研究方向: 飞机生存力/易损性。

E-mail: wenqingyang@mail.nwpu.edu.cn.

宋笔锋(1963 -) 男, 西北工业大学航空学院院长, 教授, 博士生导师。主要研究方向: 飞行器多学科优化设计、微型飞机设计和飞行器生存力、可靠性维修性与保障性研究。

E-mail: bfsong@nwpu.edu.cn

裴扬(1978 -) 男, 博士研究生。主要研究方向: 飞机生存力及可靠性工程与优化设计。

E-mail: peiyang_yang@163.com

(责任编辑: 李铁柏)