

# 基于最优插值的单帧图像分辨率的改善

李盛阳<sup>1,2</sup>, 唐 婷<sup>1,2</sup>, 朱重光<sup>1,2</sup>

(1. 中国科学院遥感应用研究所国家遥感应用工程技术研究中心, 北京 100101; 2. 中国科学院光电研究所应用中心, 北京 100080)

**摘要:** 在实际的成像系统中, 每一个传感器系统有唯一的系统响应, 对应的是获取设备的点扩展函数(PSF), 可以被看作是预知的采样核, 但这样的采样过程并不满足 Whittaker-Shannon 采样定理的要求, 在这种情况下, 靠准确的插值重建来改善图像分辨率是不可能的。与利用多帧图像的互补信息进行插值不同, 该文在最小平方误差意义下提出了对应于成像物理意义下的最优化的单帧图像插值方法, 通过对图像进行新的重采样, 改善了图像的分辨率。实验结果表明该方法获得了较好的改善效果。

**关键词:** 重采样; 点扩展函数; 最优插值; 分辨率改善

## Single Frame Image Resolution Improvement Method Based on Optimal Interpolation

LI Shengyang<sup>1,2</sup>, TANG Ping<sup>1,2</sup>, ZHU Chongguang<sup>1,2</sup>

(National Eng. Research Center for Geoinformatics, Institute of Remote Sensing Applications, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100101;

2. Institute of Optics and Electronics, Chinese Academy of Science, Beijing 100080)

**【Abstract】** In real imaging system, every sensor system has unique system response, that is point spread function of acquisition device, which can be considered as sampling kernel given a prior, but sampling process like this doesn't satisfy Whittaker-Shannon sampling theorem's requirements, in such case, exact interpolation to improve image resolution is impossible. Differencing with interpolation method of multiple images with complementary information, optimal single frame image interpolation method in the sense of mean square error that corresponds to imaging physics meaning is presented. Image resolution is improved by resampling. The test shows the better improvement effect can be obtained by this method.

**【Key words】** Resampling; Point spread function; Optimal interpolation; Resolution improvement

提高图像的分辨率是图像处理中非常重要的研究内容, 目前在一些领域获得了成功的应用, 如数字高清晰电视、数码相机拍摄的图像等。在遥感图像处理领域, 它也有着非常重要的应用价值, 如恢复哈勃望远镜拍摄的天文图像等, 但不同的多时相观测图像一般较难获得, 所以研究单帧图像提高分辨率方法显得尤为重要。一般的情况下它可以通过图像的重采样实现。

重采样是图像处理的基本方法, 直观上, 图像重采样过程可以被看作是离散数据被重建成连续的图像, 然后以不同的采样率对它进行采样。普遍使用的图像重采样方法有理想的带限插值-sinc 函数、最近邻、双线性插值, 立方体卷积等。经典的Whittaker-Shannon采样定理表明, 使用合适的采样率, 带限图像可以被精确地重建<sup>[1,2]</sup>, 当采样方式是delta函数采样时, sinc函数被认为是理想的重建核。当进行采样时, 最近邻、双线性插值、立方体卷积可以被看作是理想带限插值函数的一种近似。

实际上, 在现实成像中, 采样过程并不满足 Whittaker-Shannon采样定理的要求, 如果原始图像不是带限的, 那么在这种情况下, 精确的插值重构是不可能的, 必须寻找在均方意义下的最优化插值。最优预滤波理论<sup>[3]</sup>表明仅当原始图像被理想的低通滤波器 $\text{sinc}(x)$ 采样, 如果使用重建核函数 $\text{sinc}(x)$ , 对应的带限重建图像在 $L_2$ 范数意义下接近于原始图像, 也就是说采样方式和重建方法是紧密相关的。

R. Hummel<sup>[4]</sup>讨论了假设重建方法是特定的情况下, 为了最小化采样之前的原始图像和重建之后的结果图像之间的均

方误差, 如何取得采样的问题。他的结果可以认为是在一定的重建方式下取得最优采样的方法。反之, 假设采样方式是特定的, 如何选择重建方法以最小化采样之前的原始图像和重建之后的结果图像之间的均方误差, 可以认为是在一定的采样方式下取得最优重建的方法, 在此意义下, 通过选择最优的插值方法可以提高图像的分辨率。M. Unser和A. Aldroubi<sup>[5]</sup>基于简单的一致性原则, 考虑了一个更一般的采样重建过程, 并且建立了采样子空间和重建子空间之间的关系, 避免了直接的推导最小平方重建解。

本文中, 假设点扩展函数是已知的, 考虑直接地推导出最小平方重建解, 取得与成像的物理意义相关的最优化的插值核函数, 通过新的重采样方法改善图像的分辨率。

### 1 最优插值理论

#### 1.1 基本定义表示

将图像采样和插值的关系如图1所示。

$$\begin{aligned} g(x, y) &\xrightarrow{\text{采样}} \{y_{i,j}\}_{i=-\infty, j=-\infty}^{+\infty, +\infty} \\ &\xrightarrow{\text{插值}} \tilde{g}(x, y) \end{aligned}$$

图1 图像采样和插值过程

**基金项目:** 国家“863”计划基金资助项目(2003AA135010)

**作者简介:** 李盛阳(1976-), 男, 博士生, 主研方向: 遥感图像复原, 超分辨率; 唐 婷, 博士、研究员; 朱重光, 研究员

**收稿日期:** 2006-02-02 **E-mail:** sunshine1207@126.com

其中,  $g(x,y)$ 表示连续图像,  $\tilde{g}(x,y)$ 表示插值后改善分辨率的结果图像,  $k(x,y)$ 是采样核,  $\phi(x,y)$ 是插值核函数。  $L_2$ 表示可度量的、平方可积的实值函数  $g(x,y)$  在  $R^2$  的空间。内积和范数满足如下:

$$\langle g, f \rangle = \langle g(x, y), f(x, y) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y)g(x, y)dx dy \quad (1)$$

$$\|g\|_2 = \sqrt{\langle g, g \rangle} = \left( \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |g(x, y)|^2 dx dy \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2)$$

式中,  $l_2$ 是平方-求和序列(或离散信号)  $a(m,n)$  在  $Z^2$  的矢量空间。符号\*表示卷积操作。对于定义在空间  $R^2$  上的两个可积函数, 卷积表示为

$$(f * g)(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(u, v)g(x-u, y-v)dudv = \langle f(u, v), g(x-u, y-v) \rangle \quad (x, y) \in R^2 \quad (3)$$

函数或序列  $b$  的反射为  $b^\vee$ , 公式表示如下:

$$b^\vee(m, n) = b(-m, -n) \quad \forall (m, n) \in Z^2 \quad (4)$$

函数或序列  $b$  的卷积逆  $(b^{-1})$  表示为

$$((b^{-1}) * b)(l, m) = \delta_{ol} \delta_{om} \quad (5)$$

式中,  $\delta_{ol}$  是 Kronecker 函数, 当且仅当  $l=0$  时它的值等于 1。

假设采样过程是均匀的、移不变的, 这隐含表示着图像是移不变的。一般, 采样是指通过离散的采样数据序列  $y_{i,j}$ ,  $i \in [0, M], j \in [0, N]$  表示原始连续图像的过程。用公式表示为

$$y_{i,j} = (g * k)(x_i, y_j) \quad (6)$$

其中,  $y_{i,j}$  是采样值,  $g$  表示连续图像,  $k(x,y)$  是采样核, 它表示了获取采样数据的方式。  $(x_i, y_j)$  表示采样网格。典型的采样核 delta 函数采样表示为

$$k(x, y) = \delta(x, y) \quad (7)$$

对于 delta 函数采样, 有

$$y_{i,j} = g(x_i, y_j) \quad (8)$$

在下面公式描述的意义下, 采样过程与预滤波的过程是等价的:

$$y_i = \langle (g * k)(x, y), \delta(x - x_i, y - y_j) \rangle \quad (9)$$

式中  $(g * k)(x,y)$  表示图像  $g(x,y)$  被滤波器  $k(x,y)$  进行滤波处理, 故采样核  $k$  可以看作是预滤波器。在大多数的成像系统应用中, 每个传感器系统有唯一的系统响应, 即点扩展函数(PSF), 它可以被看作是预先已知的采样核, 即预滤波器。

## 1.2 最优插值方法

根据图 1 和式(6)所示,  $\tilde{g}(x,y)$  可以表示为

$$\tilde{g}(x, y) = \sum_{i=0}^M \sum_{j=0}^N \phi(x - x_i, y - y_j) (g * k)(x_i, y_j) = \iint g(u, v) \sum_{i=0}^M \sum_{j=0}^N \phi(x - x_i, y - y_j) k(x_i - u, y_j - v) \bullet dudv \quad (10)$$

简化公式, 得

$$\sum_{i=0}^M \sum_{j=0}^N \phi(x - x_i, y - y_j) k(x_i - u, y_j - v) = (\phi * k)(x - u, y - v) = A(x - u, y - v) \quad (11)$$

所以, 式(10)表示为

$$\tilde{g}(x, y) = (A * g)(x, y) \quad (12)$$

式中,  $\tilde{g}(x,y)$  是原始图像的某些平均的结果, 加权平均函数是  $A(x-u, y-v)$ 。选择插值函数  $\phi(x, y)$  使得平均函数在靠近点

$(x,y)$  处达到顶点, 而在其它地方是非常小的。理想的情况下, 平均函数是 delta 函数, 如此  $\tilde{g}(x,y) = g(x,y)$  在各处都满足, 但是对于非带限图像来说, 这是不可能的。平均函数的形状指出如何良好地定位估计。在文献[6]中通过称为第 1 类 Dirichlet 条件的准则找到内插函数  $\phi(x, y)$ , 它通常被看作为对于 Dirac delta 函数, 找到平均函数最小平方拟合, 也就是在  $L_2$  范数的意义下最小化函数  $R$ 。

$$R = \iint |A(x - u, y - v) - \delta(x - u, y - v)|^2 dudv \quad (13)$$

$$\frac{\partial R}{\partial \phi(x - x_i, y - y_j)}$$

$$\text{使得 } \frac{\partial R}{\partial \phi(x - x_i, y - y_j)} = 0$$

得到

$$\sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N \phi(x - x_m, y - y_n) (k * k^\vee)(x_m - x_i, y_n - y_j) = k(x_i - x, y_j - y) \quad (14)$$

当函数  $k * k^\vee$  的逆存在时, 可以解出上面的公式。内插函数表示为

$$\phi(x, y) = ((a^{-1}) * k)(-x, -y) \quad (15)$$

$(a^{-1})$  是自相关函数  $(k * k^\vee)(x_m, y_n)$ ,  $(m, n) \in Z^2$  的卷积逆, 上式表示最优的内插函数  $\phi^{opt}(x, y)$ , 对于函数  $k * k^\vee$  的可逆条件, 可参考文献[5]。所以对于线性移不变(LSI)系统, 每一个传感器系统有唯一的系统响应, 对应的是获取设备的点扩展函数(PSF), 它可以被看作是预先已知的采样核, 图像  $g(x,y)$  通过预先已知的采样核  $k(x,y)$  采样得到离散的图像  $\{y_{i,j}, i \in [0, M], j \in [0, N]\}$ 。如果  $(a^{-1})$  存在, 那么在最小平方误差意义下插值得到最优的连续图像  $\tilde{g}(x,y)$ 。公式表示为

$$\tilde{g}(x, y) = \sum_{i=0}^M \sum_{j=0}^N y_{i,j} \phi^{opt}(x - x_i, y - y_j) \quad (16)$$

对上式以期望的较高的密度离散化  $\tilde{g}(x,y)$ , 可以得到改善分辨率后的结果图像。

## 2 插值算法

研究的目的是建立成像的物理上有意义的重采样方法以改善图像的分辨率。图像插值作为线性采样过程的逆过程, 表示为

$$\tilde{g}(x, y) = \sum_{i=0}^M \sum_{j=0}^N y_{i,j} \phi(x - x_i, y - y_j) \quad (17)$$

式中,  $\tilde{g}(x,y)$  表示重建的图像,  $\phi(x, y)$  表示插值函数。经典的插值方法包括最近邻、双线性、立方体卷积、sinc 内插函数等。通过研究内插函数  $\phi(x)$  以最小化  $\|g(x, y) - \tilde{g}(x, y)\|_2$ , 以最优化的方式插值图像, 得到提高分辨率的结果图像, 在此意义上要优于通常使用的内插方法。

根据预先已知的成像系统的点扩展函数(PSF)或者调制传递函数(MTF), 该方法可以在空域中或者频域中实现。算法的步骤如下:

- (1) 确定点扩展函数(PSF);
- (2) 计算 PSF 自相关函数的卷积逆;
- (3) 根据式(15)计算最优插值函数;
- (4) 使用式(16)插值以期望的密度离散化图像最终得到改善分辨率的结果。

### 3 实验结果

当已知成像系统 MTF, 式(16)作为卷积和, 图像插值在频率域中更容易实现。本文中, 实验 1 沿着图像高、宽方向放大 3 倍。该方法的处理结果与三次立方体插值的结果进行比较, 实验中使用了资源卫星一号(CBERS-2)图像, 在知道它波段的 MTF 的情况下, 在频率域中实现了图像的重采样, 如图 2 所示。

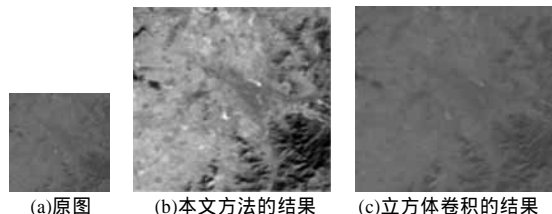


图 2 实验 1 结果图像比较



图 3 实验 2 结果图像比较

当采样核是紧凑支持的, 空域中的图像插值是容易时, 实验 2 使用 3 阶 B 样条序列近似 PSF, 对一幅模拟散焦退化的图像插值放大 2 倍, 与立方体卷积比较结果如图 3 所示。

(上接第 5 页)

**定义 4** 集成本体可定义为三元组  $O=(D,R,type)$ 。其中:

(1)  $D$  是本体库  $D$  的集合,  $D$  是三元组  $\langle C,R,S \rangle$ ,  $C$  表示概念的集合;  $R$  表示概念之间的关系;  $S$  表示约束其本身是二元组  $\langle ConS, RolS \rangle$ ,  $ConS$  是对  $C$  中概念的约束,  $RolS$  是对关系的约束。

(2)  $R$  是规则集,  $R$  则根据不同的应用程序需求环境 context 生成公共本体库或关联本体库所用的各种规则。  $R$  的值域为  $\{Upper\ OntologyR, OntologyRewriteR, OntologyAssociationR\}$ ,  $Upper\ OntologyR$  是二元组:  $\langle LO\_c, CO\_c \rangle$ 。  $LO\_c$  是不同局部本体库中同类概念名的集合,  $CO\_c$  是公共本体库中概念名, 且  $LO\_c$  中任何一个成员都包含于  $CO\_c$ ;  $OntologyRewriteR$  是二元组:  $\langle LO\_SC, CO\_c \rangle$ 。  $LO\_SC$  是局部本体库的一个概念名,  $CO\_c$  是对  $LO\_SC$  的改名, 它们语义相等;  $OntologyAssociationR$  是三元组:  $\langle LO\_SC1, depend\ name, LO\_SC2 \rangle$ 。  $LO\_SC1$  和  $LO\_SC2$  为不同本体库的两个概念名,  $depend\ name$  为  $LO\_SC1$  和  $LO\_SC2$  之间的依赖关系名。

(3)  $type$  的可能的取值为公共本体  $CO$  或关联本体  $AO$ 。

### 4 本体集成的步骤

本文讨论的是 Web 上的本体集成, 这里采用 DAML+OIL 语言, 该语言适合描述网上的各种资源, 并且适合做推理运算。本体的集成前提是各本体库必须先用统一本体语言表示。以下给出集成本体的步骤:

(1) 将不同表示类型的本体库进行转换, 形成相同表示类型 DAML+OIL;

(2) 用本体集成编辑工具 OntoInteg 输入各本体库, 根据各局部本体库, 对应用程序所感兴趣的部分进行概念提取, 进行集成工作, 包括 2 个步骤:

从结果的比较可以看出, 最优插值的方法极大地提高了图像的质量, 改善了图像的分辨率。

### 4 结论

本文与利用多帧图像的互补信息插值改善图像分辨率不同, 提出了对应于成像物理意义下的插值方法, 得出了基于先验采样方式的最小平方误差意义下的图像最优插值方法, 即在已知 PSF 的情况下, 通过最优插值函数提高单帧图像分辨率, 通过对遥感图像和模拟模糊图像进行实验, 得到了满意的结果。

### 参考文献

- 1 Shannon C E. Communication in the Presence of Noise[J]. Proc. of the Institute of Radio Engineers, 1949, 37(1): 10.
- 2 Butzer P L. A Survey of the Whittaker-Shannon Sampling Theorem and Some of Its Extensions[J]. Journal of Mathematical Research and Exposition, 1983, 3(1): 185.
- 3 Brown W M. Optimal Prefiltering of Sampled Data[J]. IRE Trans. on Information Theory, 1961, 7(1): 269.
- 4 Hummel R. Sampling for Spline Reconstruction[J]. SIAM Journal of Applied Math., 1983, 43(2): 278.
- 5 Unser M, Aldroubi A. A General Sampling Theory for Non-ideal Acquisition Devices[J]. IEEE Trans. on Signal Processing, 1994, 42(11): 2915.
- 6 Backus G E, Gilbert J F. The Resolving Power of Gross Earth Data[J]. Geophysical Journal of Royal Astronomical Society, 1968, 16(1): 169.

1) 全局本体库的创建: 如果应用程序对局部本体库中同类概念比较关注, 则必须创建全局的本体库。全局本体库是局部本体库中相似概念的抽象, 这些概念通过和对应的上层本体中的概念建立映射来实现相互之间建立语义关联。

2) 关联本体库的创建: 如果应用程序对局部本体库中概念之间的相互影响和作用比较关注, 则还必须创建关联本体库。根据具体应用定义依赖名并对依赖的前提条件进行设置。

(3) 将创建好的全局本体库和关联本体库用 DAML+OIL 输出。

### 5 结束语

本体的集成是关于语义的集成, 非常复杂。本体集成过程可能产生各种问题, 集成本体库的创建可以用原子操作实现。本文的研究面向的是 Web 上的信息源对应的本体集成, 信息源可能不断演变, 如何对集成本体库维护需要在下一步工作中深入研究。

### 参考文献

- 1 Klein M. Combining and Relating Ontologies: An Analysis of Problems and Solutions[C]. Proc. of IJCAI'01 Workshop on Ontologies and Information Sharing, Seattle, WA, 2001: 53-62.
- 2 Wache H, Vgele T. Ontology-based Integration of Information —— a Survey of Existing Approaches[C]. Proceedings of the Workshop Ontologies and Information Sharing, 2001.
- 3 Prasenjit M. A Graph-oriented Model for Articulation of Ontology Interdependencies[C]. Proc. of EDBT'00. Springer-Verlag, 2000: 86-100.