

一维 VRM 非轴对称虚共焦腔谐振模的计算*

冯国英¹ 吕百达¹ 孔繁龙¹ 蔡邦维¹ 黄永忠²

(1. 四川大学激光物理与化学研究所, 成都 610064)

(2. 西南技术物理研究所, 成都 610041)

摘 要 基于快速傅里叶变换, 提出了等效空间频谱传输法并计算了一维变反射率镜 (ID VRM) 非轴对称虚共焦腔板条激光器的谐振模, 与均匀反射率镜 (URM) 和二维旋转对称变反射率镜 (2D VRM) 非轴对称虚共焦腔作了比较。在计算中考虑了腔的非轴对称性和激活介质的增益饱和特性。数值计算结果表明, 一维变反射率镜非轴对称虚共焦腔具有高提取效率和高光束质量的优点。

关键词 等效空间频谱传输法, 快速傅里叶变换, 一维变反射率镜非轴对称虚共焦腔

ABSTRACT Based on fast Fourier transform (FFT), a method of the equivalent spatial frequency transmission has been proposed and applied to calculate resonator modes of the axis-symmetric positive confocal resonator with a one-dimensional variable reflectivity mirror (ID VRM) used for slab lasers, which have been then compared with the results of the axis-symmetric positive confocal resonators with a uniform reflectivity mirror (URM), and with a two-dimensional rotationally-symmetrical variable reflectivity mirror (2D VRM), respectively. In our calculations the resonator axis-symmetry and gain saturation characteristics of the active medium have been considered. Numerical calculation results have demonstrated that the ID VRM axis-symmetric positive confocal resonator has the advantage of providing both high extraction efficiency and good beam quality.

KEY WORDS equivalent spatial frequency transmission method, fast Fourier transform (FFT), axis-symmetric positive confocal resonator with a 1-D variable reflectivity mirror (ID VRM)

0 引 言

将快速傅里叶变换 (FFT) 应用于光波衍射数值模拟大大节省了计算时间, 使得求取棱镜腔的二维谐振模在一般 386 微机上即可完成^[1]。但是, 当光束波面是曲率半径较小的会聚或发散的球面和准球面时, 光波位相沿径向变化很快, 因此采用 FFT 时存在取样精度不够的问题。为了解决这一困难, 本文提出了一种等效空间频谱传输 FFT 法来解决发散或会聚的光波的传输问题, 计算了一维变反射率镜 (ID VRM) 非轴对称虚共焦腔的模式特性, 与均匀反射率镜 (URM) 和二维旋转对称变反射率镜 (2D VRM) 非轴对称虚共焦腔的计算结果作了比较。

1 等效频谱传输原理

为了解决球面波的衍射问题, 我们分析图 1 所示的系统。L₁ 为一负薄透镜, 焦距为 f_1 ($f_1 < 0$); L₂ 为一正薄透镜, 焦距为 f_2 ($f_2 > 0$)。两薄透镜间距为 l_0 。E₀₁(x) 为 l₁ 前焦面 P₁ 处的光场分

* 该项工作得到国家教委博士点基金和国家高技术 IC 领域资助课题。
1996年1月26日收到原稿, 1996年12月26日收到修改稿。
冯国英, 女, 1969年5月出生, 副研究员, 硕士。

布, $E_1'(x)$ 和 $E_1(x)$ 分别为 L_1 前、后表面 P_2, P_3 处的光场分布, $E_2(x)$ 和 $E_2'(x)$ 分别为 L_2 前后表面 P_4, P_5 处的光场分布, $E_{02}(x)$ 为 L_2 后焦面 P_6 处的光场分布, f_1, f_2 和 l 满足:

$$l = f_1 + f_2 = f_2 - |f_1| \quad (1)$$

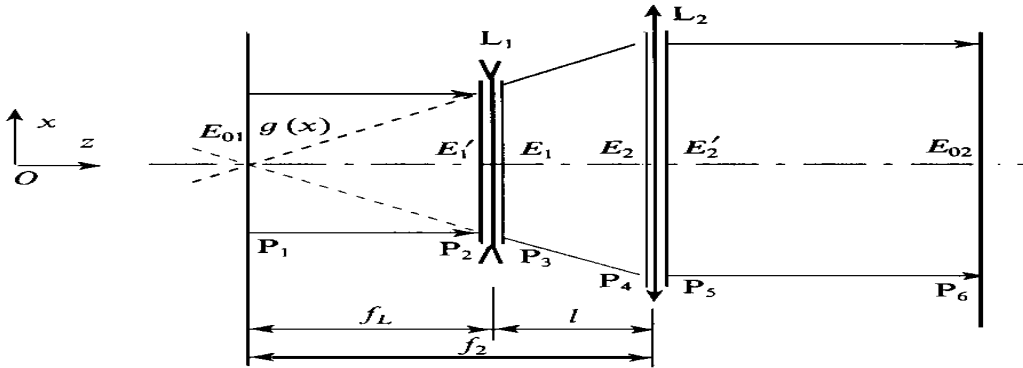


Fig 1 A schematic illustration of the equivalent spatial frequency transmission of spherical waves

图1 球面波的等效空间频谱传输示意图

利用透镜的傅里叶变换性质^[2]:

$$g(x) = \frac{1}{i\mathcal{N}_1} F[E_{01}(x)] \quad (2)$$

$$E_{02}(x) = i\mathcal{N}_2 F^{-1}[g(x)] \quad (3)$$

式中, F 表示傅里叶变换, F^{-1} 表示傅里叶逆变换。显然 $g(x)$ 为 $E_1'(x)$ 经 L_1 在虚共焦面 P_1 处的光场分布。由(2)、(3)式得

$$\frac{f_2}{f_1} F[E_{01}(x)] = F[E_{02}(x)] \quad (4)$$

光场 $E_{01}(x)$ 经自由空间距离 f_1 传输变为 $E_1'(x)$, 在频率域中的描述如下式

$$F[E_1'(x)] = F[E_{01}(x)] \exp(i\pi\mathcal{N}_1 f_1^2 x^2) \quad (5)$$

上式中 f_{x1} 是对应于光场 $E_{01}(x)$ 的空间频率。同理, 光场 $E_{02}(x)$ 与光场 $E_2'(x)$ 的频谱关系为

$$F[E_{02}(x)] = F[E_2'(x)] \exp(i\pi\mathcal{N}_2 2f_2^2 x^2) \quad (6)$$

上式中 f_{x2} 是对应于光场 $E_2'(x)$ 的空间频率。由于透镜的位相调制作用, 光场 $E_1(x)$ 与 $E_1'(x)$ 、 $E_2(x)$ 与 $E_2'(x)$ 的关系为

$$E_1(x) = E_1'(x) \exp\left(-\frac{ik}{2f_1} x^2\right) \quad (7)$$

$$E_2(x) = E_2'(x) \exp\left(-\frac{ik}{2f_2} x^2\right) \quad (8)$$

分别联立(5)和(7), (6)和(8)式可得

$$F[E_{01}(x)] \exp(i\pi\mathcal{N}_1 f_1^2 x^2) = F[E_1(x) \exp\left(\frac{ik}{2f_1} x^2\right)] \quad (9)$$

$$F[E_{02}(x)] = F[E_2(x) \exp\left(\frac{ik}{2f_2} x^2\right)] \exp(-i\pi\mathcal{N}_2 2f_2^2 x^2) \quad (10)$$

最后由(4), (9)和(10)式得到

$$F[E_2(x) \exp\left(-\frac{ik}{2f_2} x^2\right)] = \exp[-i\pi\mathcal{N}_2 (f_1^2 x^2 + f_2^2 x^2)] \frac{f_2}{f_1} F[E_1(x) \exp\left(\frac{ik}{2f_1} x^2\right)] \quad (11)$$

因此, 在计算波面曲率半径较小的光场 $E_1(x)$ 传输距离 l 后的光场 $E_2(x)$ 时, 利用光波传输可逆原理, 用最小二乘法或几何光学近似可以找到一个最佳拟合球面。当光波为一发散球面波时, 最佳拟合球面半径 $f_1 < 0$; 当光波为一会聚球面波时, 最佳拟合球面半径 $f_1 > 0$, 然后由(1)式求出 f_2 。将 f_1 和 f_2 代入(11)式就可在取样点数目大大减小的情况下正确求出传输后的光场分布 $E_2(x)$ 。

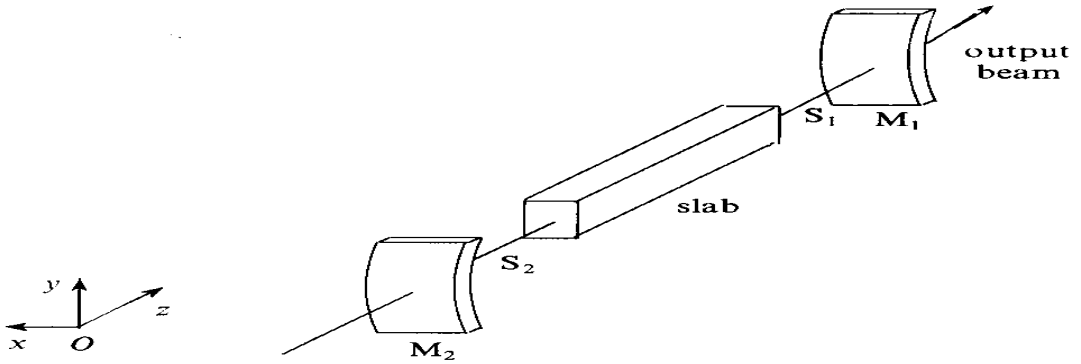


Fig 2 An axis- asymmetric positive confocal resonator w ith a 1D VRM
图2 1D VRM 非轴对称虚共焦腔示意图

2 数值计算

针对板条激光介质的几何特点, 我们采用如图2所示的含1D VRM 非轴对称虚共焦腔。图中, 镜 M_1 为一维柱面变反射率镜, 母线在 x 方向, 在 y 方向曲率半径 $R_1 = -3.4\text{m}$, 反射率沿 x 方向为均匀分布, 沿 y 方向为超高斯分布, 超高斯阶数 $n = 6$, 膜斑半宽度 $w_{my} = 4.47\text{mm}$, 中心反射率 $R_0 = 35\%$ 。镜 M_2 为一柱面全反镜, 其母线也在 x 方向, y 方向的曲率半径 $R_2 = 4.7\text{m}$ 。设 M_1 与板条, M_2 与板条的间距 S_1 和 S_2 相等, 且 $S_1 = S_2 = 450\text{mm}$, 板条介质几何尺寸为 $4\text{mm} \times 10\text{mm} \times 100\text{mm}$, 小信号增益系数 $g_0 = 0.13\text{cm}^{-1}$, 吸收系数 $\alpha = 0.004\text{cm}^{-1}$ 。图2中在 x 和 y 方向光束的传输分别可等效为图3(a)和3(b)。其中, $f_1 = R_1/2 < 0$, $f_2 = R_2/2 > 0$ 。容易看出, 光波在从参考平面 P_3 到参考平面 P_4 的传输过程中, 频谱传输规律在 x 方向和 y 方向是相

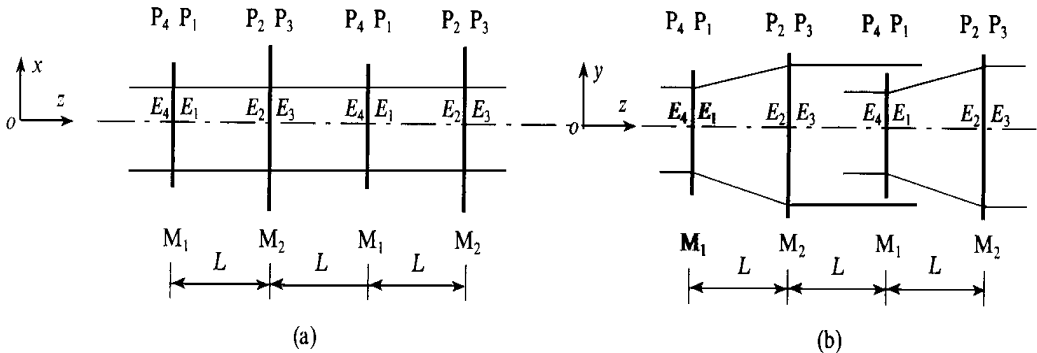


Fig 3 Cross- section drawings of an axis- asymmetric positive confocal resonator w ith a 1D VRM in the (a) x and (b) y directions

图 3 1DVRM 非轴对称虚共焦腔在 x 方向(a)和 y 方向(b)的剖视图

同的。光场 $E_3(x, y)$ 经空间距离 l 变为光场 $E_4(x, y)$ 的传输满足

$$F[E_4(x, y)] = F[E_3(x, y)] \exp[i\pi\lambda l(f_x^2 + f_y^2)] \quad (12)$$

式中, $E_3(x, y)$ 和 $E_4(x, y)$ 在 x 方向的取样宽度和取样点数相同, 在 y 方向的取样宽度和取样点数相同, f_x 和 f_y 分别为对应 x 方向和 y 方向的取样宽度和取样点数的空间频谱。

但是, 光波在从参考平面 P_1 到参考平面 P_2 的传输过程中, 频谱传输规律在 x 方向和 y 方向是不同的。当离虚共焦焦点距离为 $|f_1|$ ($f_1 < 0$) 的光场 $E_1(x, y)$ 沿 z 轴传输距离 l 变成 $E_2(x, y)$ 时, 空间频谱传输可表示为

$$F[E_2(x, y) \exp(-\frac{ik}{2f_2}y^2)] = \frac{f_2}{f_1} \exp[-i\pi\lambda(f_1 f_{y1}^2 + f_2 f_{y2}^2)] \exp(i\pi\lambda f_x^2) \cdot F[E_1(x, y) \exp(\frac{ik}{2f_1}y^2)] \quad (13)$$

式中, $f_2 = -f_1 + l$ 在 y 方向, 对 $E_1(x, y)$ 的取样宽度为 Δy_1 , 对 $E_2(x, y)$ 取样宽度为 Δy_2 , 且 Δy_1 和 Δy_2 满足关系式:

$$\left| \frac{\Delta y_1}{\Delta y_2} \right| = \left| \frac{f_1}{f_2} \right| = \frac{|f_1|}{|f_1| + l} \quad (14)$$

对 $E_1(x, y)$ 和 $E_2(x, y)$, 在 y 方向的取样点数相同, 在 x 方向的取样宽度、取样点数相同, f_x 为对应光场在 x 方向的取样宽度和取样点数的空间频率, f_{y1} 为对应光场在 y 方向以 Δy_1 为取样宽度所取的空间频率, f_{y2} 为对光场在 y 方向以 Δy_2 为取样宽度所取的空间频率。

在 ID VRM 虚共焦非稳腔进行数值迭代计算中, 关于计算介质具有可饱和增益的有源腔中的谐振模式方法可参见文献[3]。我们将光腔沿 z 轴分为多段, 重复利用式(12)和(13)逐段进行计算, 在光波传输中考虑了增益介质口径的限制, 在参考平面 P_4 处利用缓变振幅近似以及镜的反射率变化特性即可由光场 $E_4(x, y)$ 求出取样空间变小而取样点不变的光场 $E_1(x, y)$, 如此反复进行光波的传输迭代, 直到达到稳态后, 每往返一个周期, 在腔内任意位置处场振幅和位相相对分布保持不变。迭代300次后得到 VRM 镜 M_1 处稳定输出的相对振幅(图4a)

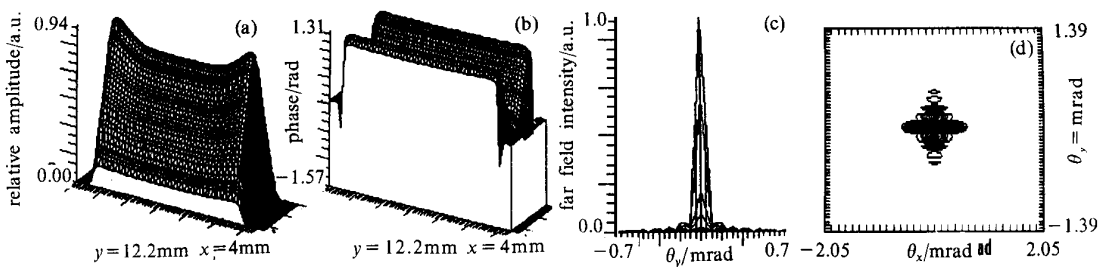


Fig 4 Calculated results of an axis-asymmetric positive confocal resonator with a 1D VRM.

(a) Relative amplitude distribution and (b) phase distribution at the VRM

(c) far field intensity distribution in the y direction (d) contours of equal intensity in the far field

图4 计算所得 ID VRM 非轴对称虚共焦腔的谐振模在输出镜处的 (a) 振幅分布,

(b) 位相分布和 (c) 远场处在 y 方向的相对光强分布和 (d) 远场的等光强线图

及位相分布(图4b)。由图可见, 由于镜 M_1 对光束起软边光阑作用, 腔镜中间光场的振幅、位相变化平缓, 其远场的相对振幅分布和等高线如图4(c), 4(d)所示, 可以看出光场的聚焦特性较好, 无明显旁瓣。

为了比较, 我们用同样的方法计算了反射率均匀分布(URM)非轴对称虚共焦腔的谐振模。在图2中, 设全反镜 M_1 的横向尺寸为 $4\text{mm} \times 10\text{mm}$, 镜 M_2 和板条的横向尺寸为 $4\text{mm} \times 16$

7mm, 其余参数同前。这样, 腔构型在 x 方向为平平腔, 在 y 方向为虚共焦腔。迭代计算300次后镜 M_1 处得到稳定光场分布, M_1 处输出光场的相对振幅及位相分布如图5a 和5b 所示, 其远场的相对振幅分布和等高线如图5c, 5d 所示。与前不同的是镜 M_1 在光束传输中起了硬边光阑的作用, 入射其上的光束经调制后一部分由 M_1 边缘输出。故腔内振荡光束在 y 方向的相对振幅分布有明显波纹, 近场激光输出为带状, 远场有明显的旁瓣(见图5c 和5d)。

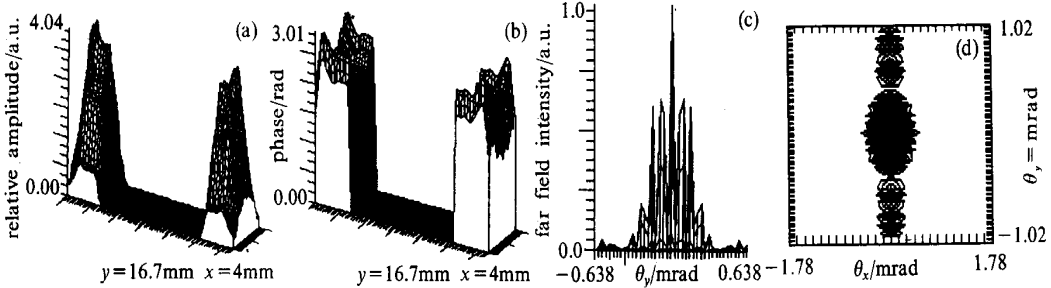


Fig 5 Calculated results of an axis- asymmetric positive confocal resonator with a URM.

- (a) relative amplitude distribution, (b) phase distribution at the URM ,
- (c) far field intensity distribution in the y direction, (d) contours of equal intensity in the far field

图5 计算所得URM 非轴对称虚共焦腔的谐振模在输出镜处的(a) 振幅分布, (b) 位相分布(c) 远场处在 y 方向的相对光强分布和(d) 远场的光强等高线图

我们还计算了二维旋转对称变反射率镜(2D VRM)非轴对称虚共焦腔的振荡模。在图2中, 设镜 M_1 反射率沿径向 r 超高斯分布, 超高斯阶数 $n = 3$, 膜斑半径 $w_{mr} = 2.16\text{mm}$, 中心反射率 $R_0 = 22\%$, 其余参数同前。这样, 腔构型在 x 方向为VRM 平平腔, 在 y 方向则为VRM 虚共焦腔。迭代计算300次后得到稳定场分布, M_1 处输出光场的相对振幅及位相分布如图6a 和6b 所示, 其远场的相对振幅分布和等高线如图6c, 6d 所示。由于镜 M_1 的强烈空间限模作用, 输出光束口径明显小于板条宽度, 光束在增益介质内的填充因子小, 近场激光场分布比较平滑, 远场基本无旁瓣(参见图6c 和6d)。

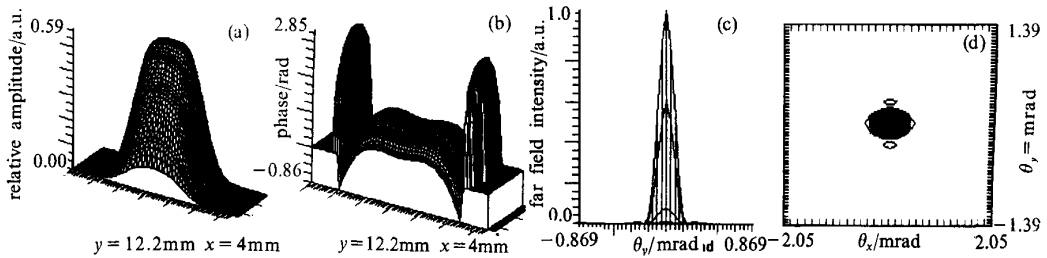


Fig 6 Calculated results of an axis- asymmetric positive confocal resonator with a 2D VRM.

- (a) relative amplitude distribution, (b) phase distribution at the VRM
- (c) far field intensity distribution in the y direction, (d) contours of equal intensity in the far field

图6 计算所得2D VRM 非轴对称虚共焦腔的谐振模在输出镜处的(a) 振幅分布, (b) 位相分布(c) 远场处在 y 方向的相对光强分布和(d) 远场的光强等高线图

三种腔的角能量分布比较见图7a, 7b。在 x 方向1D VRM 非轴对称虚共焦腔和URM 非轴对称虚共焦腔均为平平腔, 远场的角能量分布曲线重合(图7a), 而旋转对称2D VRM 虚共焦腔则为VRM 平平腔, 远场的角能量分布较前两者更集中于中心。图7b 表明, 在 y 方向2D VRM 非轴对称虚共焦腔远场能量最集中, 1D VRM 非轴对称虚共焦腔能量较URM 非轴对

称虚共焦腔明显集中到了主瓣,散到旁瓣的能量减少了,其 y 方向的光束质量应比URM非轴对称虚共焦腔要好。

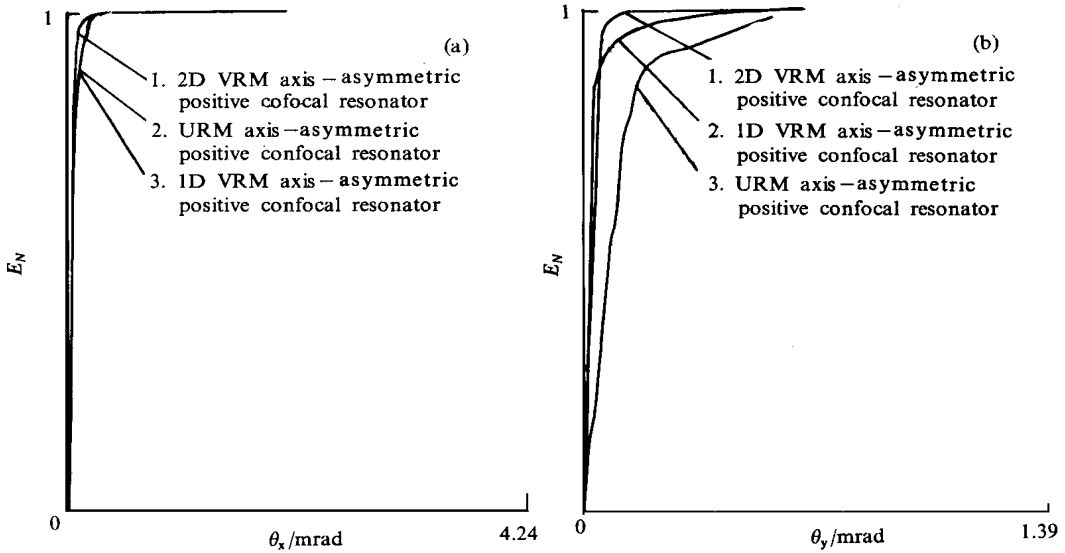


Fig 7 Normalized far field angle energy distributions E_N in the (a) x and (b) y directions of three kinds of axis-asymmetric resonators

图7 三类非轴对称腔在 x (a)和 y (b)方向的远场角能量分布比较

1. 二维变反射率镜非轴对称虚共焦腔; 2. 一维变反射率镜非轴对称虚共焦腔; 3. 均匀变反射率镜非轴对称虚共焦腔

3 结语

(1). 传统 FFT 用于光波传输、变换时,限于平面波或等位相面接近平面、光学元件曲率半径很大的情况,否则将面临取样精度限制的困境。我们提出的等效空间频谱传输使得 FFT 能够解决曲率半径较小的发散或会聚波的传输问题,保证了计算精度,且节省计算时间。

(2). 理论计算结果表明,URM 非轴对称虚共焦腔的谐振模在增益介质内有较大的填充因子,但输出近场为带状光束,远场分布出现明显的旁瓣,故激光输出能量较大但光束质量较差;2D VRM 对光束有强烈的空间限模作用,输出光束质量好,但由于它的旋转对称性不能与非轴对称的板条在宽度和厚度方向上同时匹配,使得光束在介质内的填充因子小,激光输出效率低;采用针对板条激光介质几何结构特点合理设计的1D VRM 非轴对称虚共焦腔,可使光束在介质内的填充因子大,有较高的能量提取效率。同时,近场输出均匀,在远场散到旁瓣的能量明显减小,因而提高了输出光束质量。我们设计的1D VRM 虚共焦腔(N_d, C_e): YAG 板条固体激光器的实验结果^[4]以及与2D VRM 虚共焦腔实验结果比较表明:在板条宽度方向上,含1D VRM 虚共焦腔由于VRM的空间限模作用光束质量明显提高, $M_x^2=1.9, M_y^2=2.3$,激光输出能量和斜率效率高;2D VRM 由于考虑到板条的厚度方向较窄,其膜斑尺寸和超高斯阶数均低于1D VRM, M_y^2 因子更小, $M_x^2=1.3, M_y^2=1.6$,增益介质的利用率低,导致效率比1D VRM 腔下降67%以上。上述实验结果证实了本文的理论分析是正确的。

参考文献:

- 1 吕百达, 冯国英, 蔡邦维 激光技术, 1993, 17(6): 335
- 2 顾德门 J W 著 詹达三译 傅里叶光学导论 北京: 科学出版社, 1976年
- 3 冯国英, 叶一东, 吕百达 四川大学学报, 1995, 32(3): 283
- 4 冯国英, 吕百达, 孔繁龙等 中国激光, 1997, A24(1): 13

**NUMERICAL SIMULATION OF THE AXIS-ASYMMETRIC
POSITIVE CONFOCAL RESONATOR WITH A 1D VRM**

Feng Guoying, Lü Baida, Kong Fanlong, and Cai Bangwei

Institute of Laser Physics and Chemistry, Sichuan University, Chengdu, 610064

Huang Yongzhong

Southwest Institute of Technical Physics, Chengdu, 610041

While the conventional Fast Fourier Transform (FFT) is applied to calculate the propagation and transformation of optical waves, the curvature radius of the wavefront must be planar or very large, otherwise the sample precision is not enough. In this paper, a method of the equivalent spatial frequency transmission has been proposed, by means of which the FFT can be used to calculate the propagation of diverging or converging spherical waves with a finite curvature radius, at the same time the calculation precision can be improved and the computer time can be saved. As typical application examples, we have calculated the mode structure of the axis-asymmetric positive confocal resonator with a 1D variable reflectivity mirror (1D VRM) used for slab lasers, then have compared with the results of the axis-asymmetric positive confocal resonator with a uniform reflectivity mirror (URM), and with a 2D rotationally-symmetrical variable reflectivity mirror (2D VRM), respectively. In calculations, the resonator axis-asymmetry and gain saturation characteristics of the active medium have been considered. Numerical calculation results have shown that the axis-asymmetric positive confocal resonator with a URM has a large fill factor, but near-field intensity distribution is stripy, far field intensity distribution has obvious side lobes, so that the output energy is high, but beam quality is poor. The beam quality of resonator with a 2D VRM is very well, but their fill factor is small, which leads to the low efficiency. As can be seen by comparison, the axis-asymmetric positive confocal resonator with a 1D VRM used for slab lasers has demonstrated some advantages, such as the large fill factor, high energy extract efficiency, uniform near-field intensity distribution and small side lobes in the far-field, which have been confirmed by our experiment.