

文章编号:1001-9081(2007)06-1465-03

## 基于改进的小波阈值技术 MRI 图像去噪

张海建<sup>1</sup>, 陈向东<sup>1</sup>, 幸浩洋<sup>2</sup>

(1. 西南交通大学 信息科学与技术学院, 四川 成都 610031;

2. 四川大学 华西医学中心, 四川 成都 610000)

(u9icnyan@163.com)

**摘要:**提出了一种改进的小波阈值处理的核磁共振成像(MRI)医学图像的去噪方法。结合图像的特点并利用小波系数的区域相关性,对小波阈值处理方法进行了改进,根据信号和噪声系数的不同分别处理,克服了传统小波变换不足。结果表明该方法在有效去除噪声的同时,较好保留了 MRI 图像的细节,有利于医学的诊断。

**关键词:**小波变换;小波系数;阈值去噪

**中图分类号:**TP391.41 **文献标识码:**A

## MRI image denoising based on improved wavelet thresholding

ZHANG Hai-jian<sup>1</sup>, CHEN Xiang-dong<sup>1</sup>, XING Hao-yang<sup>2</sup>

(1. School of Information Science & Technology, Southwest Jiaotong University, Chengdu Sichuan 610031, China;

2. West China Center of Medical Sciences, Sichuan University, Chengdu Sichuan 61000, China)

**Abstract:** A scheme based on the improved wavelet threshold for the noise removal in Magnetic Resonance Image (MRI) images was presented. In this paper, the wavelet threshold method was improved according to the characteristics of MRI images and according to neighboring threshold of wavelet coefficients, conquering the limitation of using traditional wavelet transform. The experimental result indicates that the algorithm can maintain the details of the MRI images while removing the noise, in favor of doctors' diagnosis.

**Key words:** wavelet transform; wavelet coefficients; thresholding denoising

### 0 引言

近年来核磁共振成像(Magnetic Resonance Image, MRI)成像为医疗诊断带来了巨大的便利。但是由于各种原因(如采样给图像带来的失真等)<sup>[1]</sup>,在 MRI 图像的形成过程中,由于系统设备电路的影响,以及电流粒子运动形成散粒噪声和光的粒子性形成的光子噪声的干扰,会造成图像对比度下降,图像模糊,从而影响医生的诊断。对 MRI 图像的去噪有着重要的实用价值和意义。

传统的空间域去噪方法,如中值滤波等方法,在去除噪声的同时会造成相当一部分的高频信息的丢失,造成图像的边缘模糊,细节丢失。近年来,小波理论得到了很大的发展,许多学者提出了不同的小波算法,文献[2]提出的图像去噪方法 VisuShrink 和文献[3]提出的基于 Bayes 准则的图像去噪方法 BayesShrink,但是这些方法仅仅只是对不同层次采用不同阈值,并没有考虑小波系数的相关性和不同系数的不同特性。现在又出现了几种新的方法,比如根据小波系数的统计性质建立各种先验模型,对小波系数进行自适应变化。主要有利用原图像小波系数局部邻域估计方差,如 AdaptBayesShrink 方法,LAWMMLDShrink 方法。还用一些方法利用了小波系数层内的相关性,如 NeighCoeff 和 NeighBlock<sup>[4]</sup>方法。这些方法取得较好的效果,但计算复杂度较大。本文采用小波的多尺度分析特性的去噪方法,图像经过多层小波

分解后,每个子带内的小波系数之间存在一定的相关性,对于大的系数,其邻域附近的系数往往也较大,利用这种子带内的局部相关性,可以有效地改善去噪算法。同时利用小波系数的区域相关性,对小波阈值方法进行了改进,克服了传统小波变换不足,根据信号和噪声系数的不同分别处理,在去除噪声的同时很好的保留了图像的边缘和细节特征。

### 1 图像的小波分析

#### 1.1 二维离散小波变换和图像的分解

二维离散小波变换一般形式为<sup>[5]</sup>:

$$WT_f = |A_0|^{-j} \iint f(x, y) \cdot \psi[a_{11}^{(j)}x + a_{12}^{(j)}y - n_1, a_{21}^{(j)}x + a_{22}^{(j)}y - n_2] dx dy \quad (1)$$

式中:

$$A_0 = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}, A_0^{-j} = \begin{bmatrix} a_{11}^{(j)} & a_{12}^{(j)} \\ a_{21}^{(j)} & a_{22}^{(j)} \end{bmatrix}$$

$f(x, y)$  为要变换的图像。对于可分离的情况,尺度函数

$$\phi(x, y) = \phi(x)\phi(y), \text{此时}, A_0 = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}, \text{小波函数为:}$$

$$\psi_{j,m,n}^{(l)} = 2^j \psi^{(l)}(x - 2^j m, y - 2^j n) \quad (2)$$

式中,  $j \geq 0$ , 且  $j, m, n$  为整数,  $l = 1, 2, 3$  分别对应 3 个基本小波:

收稿日期:2006-12-11;修订日期:2007-02-26

作者简介:张海建(1982-),男,江苏人,硕士研究生,主要研究方向:图像处理; 陈向东(1967-),男,四川人,教授,博士生导师,主要研究方向:微电子技术、传感器与信息获取技术、图像处理; 幸浩洋(1972-),男,四川乐山人,讲师,博士,主要研究方向:医学影像与图像。

$$\begin{cases} \psi^{(1)}(x,y) = \phi(x)\psi(y) \\ \psi^{(2)}(x,y) = \psi(x)\phi(y) \\ \psi^{(3)}(x,y) = \psi(x)\psi(y) \end{cases}$$

图像经小波变换后将被分解为高频区域和低频区域,信号主要分布在低频区域,而噪声主要分布在高频区域,但同时图像的细节也分布在高频区域。因此选用合适的阈值对高频区域进行处理,可以有效降低噪声,同时又较好地保持图像细节。

1.2 图像的阈值去噪

由于小波分析在时域和频域上都具有良好的局部化性质,因此图像的小波阈值去噪方法成为了众多图像去噪方法中的佼佼者。把图像进行离散小波变换后,小波系数具有良好的能量“集中”特性,即比较大的小波系数一般是以实际信号为主,而比较小的小波系数则很大程度上是噪声<sup>[6]</sup>,因此可以通过设定合适的阈值,将在阈值以下的小波系数认为是噪声而去掉,从而达到去噪的效果。

1992年,Donoho提出了一种阈值确定公式,给出了 $\delta$ 的阈值<sup>[7]</sup>:

$$\delta = \sigma \sqrt{2\log N} \tag{3}$$

对于图像而言, $N$ 为图像的像素点数, $\sigma$ 为噪声标准方差。Bruce和Gao又提出了软阈值和硬阈值方法。

硬阈值操作:

$$\hat{X} = T_H(Y,t) = \begin{cases} Y, & |Y| \geq t \\ 0, & |Y| < t \end{cases} \tag{4}$$

软阈值操作:

$$\hat{X} = T_S(Y,t) = \begin{cases} \text{sgn}(Y)(|Y| - t), & |Y| \geq t \\ 0, & |Y| < t \end{cases} \tag{5}$$

式中: $t$ 为所用阈值, $Y$ 为图像的小波系数, $\hat{X}$ 为处理后小波系数。

2 处理方法与步骤

对于MRI图像中的噪声,可以近似认为是加性噪声。因此本文用一种改进的小波局部阈值消噪法对图像进行处理,取得了较好的效果。

2.1 小波基和分解层数的选择

在本文的小波仿真试验中,选择sym4小波。因为symmlet小波具有近似对称特性,其对应小波滤波器具有近似线性相位特征,这种特征有利于信号去噪。小波分解层数采用3层小波分解,分解层数太多会影响图像重构精度,增加计算量。

2.2 利用小波局部系数改进去噪法

对图像进行小波三层变换后,保留图像的细节图像不做改变,仅对图像高频区域进行处理。首先根据Donoho提出的经典阈值选择方法式(3),由于原始MRI图像的噪声标准方差未知,因此需要对噪声标准方差 $\sigma$ 进行估计。可以根据公式<sup>[8]</sup>:

$$\sigma_n = \text{median}(|d1|)/0.6745 \tag{6}$$

式中: $d1$ 为图像小波变换第1层的高频系数。采用 $\lambda =$

$\frac{\sigma_n}{\log(j+1)} \sqrt{2\log N}$ 对高频系数进行处理, $j$ 为小波分解层数。对小于 $\lambda$ 的系数可认为是噪声产生的,直接置零。对大于 $\lambda$ 的系数,认为大部分是由图像真实信号产生的,需要对其进行更精确的估计,其具有局部相关性,因此利用局部系数的特征来估计。首先选取当前信号系数的邻域窗口 $M \times N$ ,根据文献<sup>[9]</sup>的方法来估计窗口中信号的方差 $\sigma_s^2$ ,具体过程如下:取大小为 $M \times N$ 的窗口,计算窗内所有系数的方差 $\sigma_o^2$ ,即:

$$\sigma_o^2 = \frac{1}{M \times N} \sum_{k \in \Omega} d^2(k) \tag{7}$$

其中 $\Omega$ 为滤波窗所在的区域, $d(k)$ 为滤波窗内的小波系数。则由式(6)和(7)可得:

$$\sigma_s^2 = \max(0, \sigma_o^2 - \sigma_n^2) = \max(0, \frac{1}{M \times N} \sum_{k \in \Omega} d^2(k) - \sigma_n^2) \tag{8}$$

得到信号的噪声方差估计后,就可以对大于 $\lambda$ 的小波系数进行处理,本文提出一种新的小波系数处理方法,即:

$$\hat{X} = \text{sgn}(Y) \left( |Y| - \frac{\sigma_n^2}{\sigma_s^2 + \sigma_n^2} \lambda \right) \tag{9}$$

其中 $Y$ 为小波系数。(9)式的处理方法具有自适应性,小波系数信号的方差 $\sigma_s^2$ 越大,说明该系数是信号的可能性大,对其萎缩较小的值。反之,则对其系数萎缩较大的值,这样就很好处理了噪声和信号的关系,既有效去除了噪声,又很好的保持了真实的信号。因此,本文的系数处理方法为:

$$\hat{X} = \begin{cases} \text{sgn}(Y) \left( |Y| - \frac{\sigma_n^2}{\sigma_s^2 + \sigma_n^2} \lambda \right), & |Y| > \lambda \\ 0, & |Y| < \lambda \end{cases} \tag{10}$$

对小波系数进行上述处理以后,再对其重构,即可得到去噪后的图像。

综上所述,本文对MRI图像处理的具体步骤是:

- 1)对原始MRI图像进行3层小波分解,选用sym4小波函数。
- 2)对每层的高频子带采用上述的小波阈值法进行局部的信号和噪声方差的估计,用改进的阈值处理法处理,直接保留最高分解层的低频子图。
- 3)对处理后的小波系数进行图像重构,得到滤波后的图像。

3 试验仿真及结果分析

本文选用了人的脑部的一幅MRI图像,分别用空域wiener滤波法,采用Birge-Massart策略的小波分层阈值法和本文提出算法分别对图像进行消噪。在本文的算法中,对图像进行3层小波分解,对每层的高频区取 $7 \times 7$ 的窗口尺寸。处理结果如图1所示。

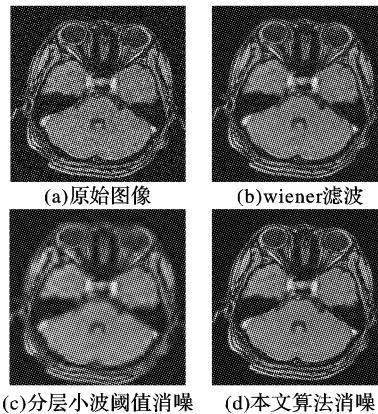


图1 处理结果

从去噪的结果可以看出,wiener滤波产生模糊较小,但去噪效果不明显,采用Birge-Massart策略的分层阈值法产生较大的模糊,本文算法在有效去除噪声的同时产生模糊较小,很好保持了原图的细节特征,取得了较好的效果。

为了验证本文算法的有效性,选取标准灰度图像Lena为测试图像,加入噪声为均值为0,方差为0.01的高斯噪声。分别用wiener滤波法,采用Birge-Massart策略的分层小波阈值

法和本文提出算法分别对图像进行消噪。本文采用峰值信噪比 (PSNR) 和均方差  $\varepsilon$  (MSE) 来衡量去噪的效果,其定义为:

$$PSNR = 10 \lg \frac{Q^2 MN}{\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N [f(m,n) - f'(m,n)]^2} \quad (dB) \quad (11)$$

$$\varepsilon = \frac{\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N [f(m,n) - f'(m,n)]^2}{MN} \quad (12)$$

其中  $Q$  表示图像量化的级数,  $f(m,n)$  是原始图像,  $f'(m,n)$  表示处理后复原的图像,  $M, N$  为图像矩阵的行、列总数。

图像的去噪效果如图 2 所示。

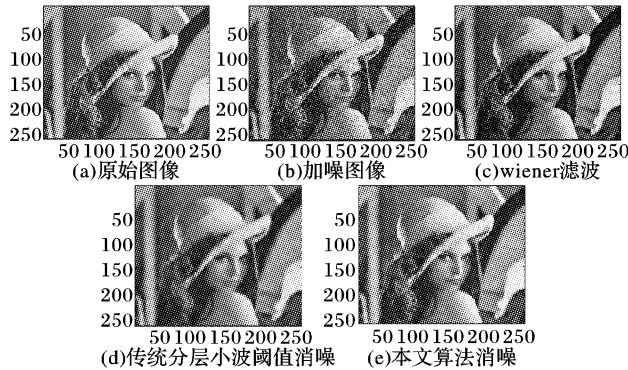


图 2 去噪效果

表 1 图像去噪效果比较

	MSE	PSNR (dB)
wiener 滤波消噪图像	143.696 2	26.590 3
分层小波阈值消噪图像	192.580 2	25.318 7
本文算法消噪图像	107.288 0	27.859 3

由于添加噪声的随机性,对每种方法分别做 5 次运算结果,取其平均的 PSNR 和 MSE。处理结果如表 1 所示。

通常情况下,峰值信噪比 (PSNR) 越高,表明去噪效果越

好,而均方差 (MSE) 越低,表明去噪效果越好。从消噪后图像和表 1 中的数据可以看出,本文算法处理后的图像有较高的 PSNR 及较小的 MSE,并且与其他两种消噪方法相比,在有效去除噪声的同时,图像产生较小模糊,图像细节保存较好,效果最好。

实验证明本文算法具有良好的去噪效果,采用此方法较之空间域滤波法和传统的小波去噪方法获得的去噪图像有更好的光滑性和相似性。图像细节和边缘的模糊,去除图像的大部分噪声,并有效保持了图像的细节和边缘信息,有利于医生的诊断工作。

参考文献:

- [1] 王芸,刘时进,王正强. 基于小波变换的核磁共振图像去噪方法 [J]. 现代电子技术, 2005, 3(14): 63 - 64.
- [2] DONOHO DL, JOHNSTONEL IM. Ideal Spatial Adaptation via Wavelet Shrinkage [J]. Biometrika, 1994, 81(3): 425 - 45.
- [3] CCHANG SG, YU B, VETTERLI M. Adaptive Wavelet Thresholding for Image Denoising and Compression [J]. IEEE Trans Image Processing, 2000, 9(9): 1532 - 1546.
- [4] CAI TT, SILVERMAN BW. Incorporating information on neighboring coefficients into wavelet estimation [J]. Sankhya: The Indian Journal of Statistics, 2001, 63: 127 - 148.
- [5] (美)崔锦泰. 小波分析导论 [M]. 程正兴, 译. 西安: 西安交通大学出版社, 1997. 24 - 28.
- [6] KEIM H, TRCKER D, MALLAT S, et al. On denoising and best signal representation [J]. IEEE Transaction Information Theory, 1999, 5 (7): 2225 - 2238.
- [7] DONOHO DL. Wavelet Shrinkage and W. V. D. A Ten-Minute Tour [J]. Progress in analysis and Application, 1993: 109 - 128.
- [8] DONOHO DL. Denoising by Soft - thresholding [J]. IEEE Trans on IT, 1995, 41(3): 613 - 627.
- [9] 侯建华,熊承义,田金文,等. 基于邻域阈值分类的小波域图像去噪算法 [J]. 光电工程, 2006, 33(8): 192 - 195.

(上接第 1464 页)

没有新的无标签样本进入宽度为  $2\delta$  的样本选择区间), 这样相对于 TSVM 算法和 PTSVM 算法显著减少重复训练分类器的遍数;在最坏情况下,TSVM 的重复训练次数为  $2^k$  次, My - TSVM 的重复次数为  $k$  次。并且相对于 TSVM 算法每遍训练对于所有样本进行如公式 (3) 的优化, My - TSVM 算法只对于已经添加标签的样本进行优化, 这样优化子问题涉及的样本个数也显著的少, 每遍训练的优化问题时间复杂度显著的下降。两个层次的改进都有利于算法的时间复杂度下降。

表 2 5 - fold CV train time for six classes from CORAL (  $\delta = 0.3$  )

Runtime (ms)	Flower	Plane	Sunset	Car	Maya	Bridge
TSVM	91 275	66 806	57 068	75 146	145 890	113 056
PTSVM	3 765	2 594	4 149	2 509	4 018	3 125
My - PTSVM	759	768	790	584	731	703

基于上述的分析,以及实验结果,本算法在时间复杂度上的确有显著的下降,同时训练的结果没有很明显的下降。训练速度的提高在很多对时间有较高要求的领域具有很重要的作用。但是本实验的算法还有一些不足和改进,比如  $C^*$  的取值等方面。

4 结语

本文首先介绍 TSVM 算法,在此基础上提出了自己的改

进算法,针对 TSVM 的不足之处进行了改进,实验结果显示,改进算法达到了改进的目的,总体效果超过了 TSVM 算法。同时,本文的改进算法还有一些不足之处,在直推式学习和直推式支持向量机领域还有许多值得进一步研究的方面。例如,怎样更好的利用测试样本的分布信息;怎样结合基于内容的图像检索的研究,来进一步提高图像分类检索的效果。

参考文献:

- [1] VAPNIK V. Statistical Learning Theory [ M ]. New York : Wiley , 1998.
- [2] JOACHIMS T. Learning to classify text using support vector machines - methods, theory and algorithms [ M ]. Netherlands: Kluwer, 2002.
- [3] JOACHIMS T. SVM<sup>light</sup> Support Vector Machine [ EB/OL ]. http://svmlight. Joachims. org, 2001.
- [4] JOACHIMS T. Transductive inference for text classification using support machines [ A ]. Proceedings of ICML - 99, 16th International Conference on Machine Learning [ C ]. San Francisco, US. Morgan Kaufmann Publishers, 1999b. 200 - 209.
- [5] 章毓晋. 基于内容的视觉信息检索 [ M ]. 北京: 科学出版社, 2003.
- [6] 陈毅松,汪国平,董士海. 基于支持向量机的渐进直推式分类学习算法 [ J ]. 软件学报, 2003, 14(3): 451 - 460.