

研究论文

节点与测量数据组合检测的数据协调及应用

颜学峰, 包俊杰, 张 兵, 钱 锋
(华东理工大学自动化研究所, 上海 200237)

摘要: 提出一种新型的节点与测量数据组合检测的稳态数据协调方法。该方法通过节点检测法和测量检测法共同检测可能存在显著误差的可疑节点, 以及与可疑节点相连的最可疑测量变量, 并通过调整量检测法融合领域专家的先验知识判断最可疑测量变量是否存在显著误差, 最终实现稳态数据协调和显著误差同步检测。该组合方法融合测量检测和节点检测方法的各自优点且克服各自的缺点。仿真研究与实际应用表明, 该组合方法对多个显著误差的系统也能给出准确的显著误差检测结果, 且优于迭代测量检测方法。

关键词: 数据协调; 显著误差检测; 节点检测; 测量数据检测

中图分类号: O 211.3

文献标识码: A

文章编号: 0438-1157 (2007) 11-2828-06

Data reconciliation method containing nodal and measurement test and its application

YAN Xuefeng, BAO Junjie, ZHANG Bing, QIAN Feng

(Institute of Automation, East China University of Science and Technology, Shanghai 200237, China)

Abstract: A novel combined method based upon nodal test and measurement test (NT-MT) was proposed for gross error detection and steady-state data reconciliation. In NT-MT, nodal test and measurement test were used together to find the suspicious nodes with gross error and to further find the most suspicious measurement variable connected to one of the found suspicious nodes. Then, adjustment test, which was able to consider the known knowledge obtained by expert, was introduced to determine whether the most suspicious measurement variable had gross error or not. This method took advantage of both nodal test and measurement test and overcame their disadvantages. The results of a simulation and an industrial application showed that the proposed method could get accurate results for the system with more than one gross error and was superior to iteration measurement test (IMT).

Key words: data reconciliation; gross error detection; nodal test; measurement test

引 言

在连续大型化学工业生产过程中, 测量数据是生产状况的直接反映^[1], 准确可靠的测量数据将为

过程建模、监控、优化、计划调度及决策分析等提供坚实的基础。然而, 实际测量数据中存在的误差往往会破坏工业过程所固有的平衡关系, 特别是其中的显著性误差。因此, 必须对测量数据进行数据

2006-12-05 收到初稿, 2007-05-20 收到修改稿。

联系人及第一作者: 颜学峰 (1972—), 男, 博士, 副研究员。

基金项目: 国家自然科学基金项目 (20506003, 20776042);

教育部科学技术研究重点项目 (106073); 国家高技术研究发展计划项目 (2007AA04Z164, 2007AA04Z171)。

Received date: 2006-12-05.

Corresponding author: YAN Xuefeng. **E-mail:** xfyang@ecust.edu.cn

Foundation item: supported by the National Natural Science Foundation of China (20506003, 20776042), Key Project of Chinese Ministry of Education (106073) and High-tech Research and Development Program of China (2007AA04Z164, 2007AA04Z171).

校正, 以获得对实际生产状况的真实反映。

数据校正技术主要包含数据协调^[2]及显著误差检测, 并已提出各种方法。Mah 等^[3]提出的测量检测法 (measure test, MT) 利用协调值和测量值的差构造统计量, 对显著误差进行检测。但由于传统的数据协调过程会将显著误差分散到各个协调值中去, 使得这种显著误差检测方法的第 1 类错误率非常高^[4-5]。为克服这个缺陷, 很多学者提出了对 MT 方法的改进, 如迭代测量检测方法 (iteration measurement test, IMT)^[6], 该方法在每一次运算中, 剔除偏离临界值最大的统计量所对应的测量数据, 但当系统同时有多个测量变量含有显著误差时, IMT 方法可能得出错误的结果。针对 IMT 的缺点, Serth 等^[6]在 IMT 算法的基础上, 引入测量值上下限约束, 提出了修正的迭代测量检测方法, 但是现场的很多测量变量并不能给出准确的上下限。节点检测法 (nodal test, NT)^[7-8]可以准确地判断出可疑测量变量存在的节点, 但不能准确地定位到具体测量变量。为此, 本文针对 NT 和 MT 方法的优缺点, 提出了一种新型的节点与测量数据组合检测的稳态数据协调方法 (NT-MT), 该方法的优点是充分利用了测量数据检测法和 NT 的优点且克服各自的缺点, 并通过调整量检测法融合领域专家的先验知识, 仿真研究与石油化工实际应用表明, 该组合方法对有多个显著误差的系统, 也能给出准确的显著误差检测结果, 并实现数据协调, 且优于 IMT 方法。

1 数据协调及显著误差检测

1.1 数据协调的原理

过程测量模型可表示为

$$\bar{x} = x - e \quad (1)$$

其中, $x(n \times 1)$ 为被测变量测量值, $\bar{x}(n \times 1)$ 为被测变量真实值, 而 $e(n \times 1)$ 代表测量误差。引入向量 $u(m \times 1)$ 来表示未测量变量或从已测向量中删除的变量 (从已测量向量中剔除一个变量相当于在未测向量中增加一个变量), 那么约束条件可以表示为

$$F(x, u) = 0 \quad (2)$$

对于线性等式约束, 式 (2) 可以表示为

$$Ax + Bu + c = 0 \quad (3)$$

其中, A 和 B 是线性等式约束方程的系数矩阵, c 是线性等式约束方程的常数向量。线性系统的数据

协调模型可以表示为

$$\min [(\bar{x} - x)^T Q^{-1} (\bar{x} - x)]$$

$$\text{s. t.} \quad A\bar{x} + B\bar{u} + c = 0$$

其中, Q 为系统的协方差矩阵。袁永根等^[9]给出了这个问题的最优解

$$\bar{u} = -[B^T(AQA^T)^{-1}]^{-1}B^T(AQA^T)^{-1}(Ax + c) \quad (4)$$

$$\bar{x} = x - QA^T(AQA^T)^{-1}(Ax + B\bar{u} + c) \quad (5)$$

当系统不存在显著误差时, 由式 (4) 和式 (5) 所得到的结果比测量值更接近于真实值, 但是当系统的某一测量变量存在显著误差时, 这个结果会将显著误差传播到各个协调值中去, 因此在数据协调之前必须剔除出含有显著误差的测量值。

1.2 显著误差检测方法

显著误差检测是针对被测变量测量值, 因此以下讨论中假设没有未测量变量 (或也可以将未测量变量的估计值作为测量值), 则约束方程 (简化) 为 $Ax + c = 0$ 。

1.2.1 测量数据检测法 MT 是利用测量数据的校正值和测量值之差的相对大小作为判断过失误差存在与否的依据, 其基本原理为

$$\delta = \bar{x} - x = -QA^T(AQA^T)^{-1}(Ax + c)$$

δ 为测量值残差, 其均值和方差分别是

$$E(\delta) = E[-QA^T(AQA^T)^{-1}Ax] = 0$$

$$\text{var}(\delta) = E(\delta\delta^T) = QA^T(AQA)^{-1}AQ = W$$

对一个有 n 个测量变量的系统, 因为 δ 服从正态分布, 因此对 δ_i ($i=1, 2, 3, \dots, n$) 进行标准化, 计算统计量

$$zm_i = \frac{\delta_i - 0}{\sqrt{W_{ii}}} \quad (6)$$

其中, W_{ii} 是 W 对角线上的第 i 个元素。因此, zm_i 服从标准正态分布 $N(0, 1)$, 给定显著性水平 α , 就能计算出这个统计量的临界值 zm_c ^[10-11]。将每一个 zm_i 与 zm_c 进行比较, 如果 $zm_i > zm_c$, 则表明第 i 个测量数据含有显著误差。

1.2.2 节点检测法 NT 是利用约束方程的残差来进行检测, 如果某可疑测量变量的测量数据含有显著误差, 则与该测量变量相连接的节点的约束方程将不满足平衡关系。NT 主要是考虑节点平衡方程的残差和基于此残差的统计量。由约束方程 $Ax + c = 0$, 得节点残差为

$$r_j = A_j \bar{x} + c_j \quad (j = 1, 2, \dots, m)$$

其中, m 为节点个数, A_j 是 A 的第 j 行向量。假设 r_j 服从均值为 0 的正态分布, 同样对其进行标准化, 建立统计量

$$z_{n_j} = \frac{r_j - 0}{\sqrt{g_{jj}}} \quad (7)$$

其中, g_{jj} 是 $\mathbf{g} = \mathbf{AQA}^T$ 对角线上第 j 个元素。给定显著性水平 α , 由标准正态分布表查得相对应的临界值 z_{n_c} ^[10-11], 然后将每一个 z_{n_j} 与 z_{n_c} 进行比较, 如果 $z_{n_j} > z_{n_c}$, 则认为第 j 个节点中的某 (几) 个测量值存在显著误差。节点检验法的优点就是能很准确地检测出可能存在显著误差的节点, 缺点是不能定位到一个具体的测量数据。

1.2.3 调整量检测法 在文献 [4] 中, 引入了调整量 λ_i ($i=1, \dots, n$), 其中, $\lambda_i = \left| \frac{\bar{x}_i - x_i}{x_i} \right|$ 。 λ_i 表示协调前后第 i 个测量值变化的相对大小。设置临界值 λ_c , 如果 $\lambda_i > \lambda_c$, 则认为该测量变量存在显著误差。虽然这个量并没有严格的统计意义, 但是却很直观, 而且可以融入领域专家的先验知识。

2 节点与测量数据组合检测的数据协调方法

2.1 算法的基本步骤

节点与测量数据组合检测的数据校正方法分别利用了 NT 和 MT 的优点, 同时采用 λ_i 的直观性来检测系统的显著误差, 并实现数据协调。算法的主要思想是利用 NT 和 MT 共同判断最可疑的节点 j_s , 以及与节点 j_s 相连的、最可疑的测量数据 i_s , 并利用调整量检测法融入先验知识, 来最终判断这个可疑测量数据 i_s 是否真正含有显著误差; 在每一轮的运算中, 只剔除一个测量变量, 一旦判断出某个测量变量具有显著误差, 则利用文献 [8] 中方法, 用一个估计值来代替测量值, 进行下一轮的数据协调和显著误差检测, 直到所有的 z_{n_j} ($j=1, 2, \dots, m$) 均小于 z_{n_c} 且所有的 z_{m_i} ($i=1, 2, \dots, n$) 均小于 z_{m_c} 。

NT-MT 组合算法的执行步骤如下。

(1) 算法初始化。分别确定 NT、MT 的显著性水平 α , 进而获得 NT、MT 的临界值 z_{n_c} 和 z_{m_c} ; 根据专家先验知识确定调整量检测法临界值 λ_c 。

(2) 根据式 (4) 和式 (5) 对系统进行数据协调; 利用式 (6) 进行测量检测, 得 z_{m_i} ($i=1, 2, \dots, n$); 利用式 (7) 进行节点检测, 得 z_{n_j} ($j=1, 2, \dots, m$)。

(3) 若 $z_{n_j} > z_{n_c}$ ($j=1, 2, \dots, m$), 则将节

点 j 加入到可疑节点集 SN。

(4) 若 $z_{m_i} > z_{m_c}$ ($i=1, 2, \dots, n$), 则将测量变量 i 加入到可疑测量变量集 SM。

(5) 若 SN 为空, 则将与 SM 中测量变量相连的节点 j 加入到可疑节点集 SN。

(6) 若 SN 为空, 则算法结束; 否则选择 SN 中具有最大 z_n 的节点 j_s , 若 $z_{m_{k_{j_s}}} > z_{m_c}$ ($k_{j_s}=1, 2, \dots, n_{j_s}$, 其中 n_{j_s} 是与节点 j_s 相连的测量变量个数), 则将测量变量 k_{j_s} 加入到节点 j_s 的可疑测量变量集 SM_{j_s} 。

(7) 若 SM_{j_s} 为空, 则从 SN 中移除节点 j_s , 返回步骤 (6); 否则, 在 SM_{j_s} 中选择具有最大 z_m 的测量变量 i_s , 若 $\lambda_{i_s} > \lambda_c$, 则转步骤 (8), 否则, 测量变量 i_s 不含显著误差, 从 SM_{j_s} 中移除测量变量 i_s , 返回步骤 (7)。

(8) 测量变量 i_s 存在显著误差, 作为未测量变量; 清空 SN、SM 及 SM_{j_s} , 返回步骤 (2)。

2.2 仿真

对图 1 所示的循环过程流通股网络进行研究^[12]。它是包括 4 个单元 (节点) 和 7 个流通股 (测量变量) 的循环系统。此过程的约束方程矩阵为

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

设在稳态工况下, 7 个已测流通股 (测量变量) 的真实值如下: $x_1^* = 5, x_2^* = 15, x_3^* = 15, x_4^* = 5, x_5^* = 10, x_6^* = 5, x_7^* = 5$ 。对流通股 1 加上显著误差, 对其他流通股加上随机误差得测量值为 $\mathbf{x} = [5.7349 \ 14.7561 \ 14.6826 \ 4.751 \ 9.8992 \ 5.0042 \ 4.8409]$ 。

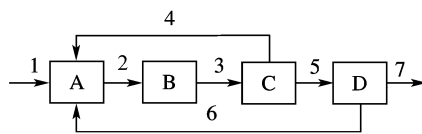


图 1 循环过程流通股网络

Fig. 1 Flow chart of circular process

分别采用 IMT 算法和本文提出的 NT-MT 组合算法对以上的测量变量进行协调。利用 IMT 算法得到错误的结果见表 1^[12], 最终协调值 \bar{x}_1 、 \bar{x}_6 和 \bar{x}_7 与真实值偏差显著; 而表 2 和表 3 是利用 NT-MT 算法得到的较好结果。IMT 算法首先对测量数据进行协调, 接着, 利用测量数据的协调值和

测量值之差的相对大小作为判断过失误差存在与否的依据；然后，重复以上过程，直到没有显著误差。当系统的某一测量变量存在显著误差且未被剔除就进行数据协调（在 IMT 第一轮迭代）时，数据协调的结果会将显著误差传播到各个协调值中去，从而可能影响 IMT 算法对显著误差的判断，最终导致错误的结果。如表 1 所示：在第一轮数据协调之后，测量数据 4、6、7 的协调值都被污染，且测量数据 7 的协调值与测量值之差最显著，并被认为含有显著误差而剔除，从而得到错误的结果。NT-MT 算法首先以节点为对象，通过 NT 算法准确确定显著误差节点；然后，通过 MT 算法和调整量检测法确定该节点中含有显著误差的测量数据，获得良好的结果。

表 1 IMT 算法错误结果
Table 1 False IMT result

Cycle	zm_1	zm_2	zm_3	zm_4	zm_5	zm_6	zm_7
1	3.988	0.096	0.129	2.320	1.062	3.230	5.594
2	2.670	0.437	0.663	2.123	1.870	2.813	—
3	—	0.205	0.214	0.018	0.203	—	—
\bar{x}_i	5.740	14.688	14.688	4.759	9.930	5.740	5.740

Note: — denotes measurement variable containing gross error.

表 2 循环系统节点检测

Table 2 Nodal test result of circular process

Cycle	zn_A	zn_B	zn_C	zn_D
1	1.5677	0.1390	0.0730	0.1926
2	0.2960	0.1390	0.0730	0.1926

表 3 循环系统 NT-MT 检测

Table 3 IMT result of circular process in NT-MT

Cycle	zm_1	zm_2	zm_3	zm_4	zm_5	zm_6	zm_7
1	3.988	0.096	0.129	2.320	1.062	3.230	5.594
2	—	0.283	0.057	0.269	0.013	0.189	0.395
\bar{x}_i	4.862	14.662	14.662	4.772	9.890	5.027	4.862

对图 1 的循环系统，取 $\alpha = 0.05$ 、 $\lambda_c = 0.05$ ，NT-MT 算法在第一轮循环中发现 zm_1 、 zm_6 和 zm_7 均超过了临界值，与其相连的可疑节点为 A 和 D，其中最大 zn 的节点为 A；在节点 A 的所有测量变量中，可疑的测量变量为 1 和 6，其中最大 zm 的测量变量为 1；同时，测量变量 1 的调整量 $\lambda_1 > \lambda_c$ ，则认为测量变量 1 含有显著误差。把测量变量 1 作为未测变量，重新协调，结果发现所有的 zn_j 和 zm_i 均小于临界值，则认为系统已经不含

显著误差。这样便成功地检测出了系统中的显著误差，并实现数据协调，其结果明显地优于 IMT。

3 工业应用

常减压蒸馏是原油进入炼油厂后必须经过的第一道工序，常减压蒸馏装置主要是由初馏塔、常压塔、一级减压塔和二级减压塔等主要设备所组成。图 2 是某一典型的常减压蒸馏装置流通股图，在图中同时给出各流股的标号与名称。可见，常减压蒸馏装置是一个具有 18 个测量变量、4 个节点的系统。系统的协方差矩阵 Q 由稳态工况下 60 组生产数据求出。对系统进行节点检测和测量数据检测，其中各个节点的 $zn = [0.8259 \quad 0.0326 \quad 1.1402 \quad 1.0680]$ ， $zm = [0.7393 \quad 1.6794 \quad 0.4558 \quad 1.0750 \quad 0.3164 \quad 1.2816 \quad 0.6413 \quad 0.6480 \quad 0.2935 \quad 0.228 \quad 0.0524 \quad 0.6555 \quad 1.1915 \quad 0.6939 \quad 1.3779 \quad 0.1796 \quad 0.1305 \quad 0.4859]$ 。取显著性水平 $\alpha = 0.05$ ，系统并不存在显著误差。

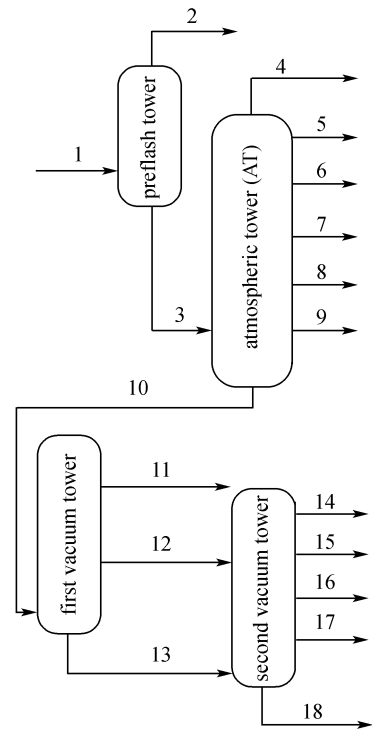


图 2 常减压装置流通股图

Fig. 2 Flow chart of crude distillation unit

为验证 NT-MT 算法，随机取两个测量变量，对测量数据 1（脱盐脱水后原油）和测量数据 10（常底油）加上 15% 的显著误差。取 $\lambda_c = 0.05$ ，显

显著性水平 $\alpha=0.05$ ，采用 NT-MT 算法对添加了显著误差的系统进行检测，其中 SN 为可疑节点集，SM 为可疑测量变量集，SB 为含有显著误差的测量变量集，结果如表 4~表 6 所示。

表 4 常减压装置 NT-MT 数据协调循环结果

Table 4 Cycle result of NT-MT

Cycle	SN	SM	SB
1	1,2,3	1,2,5,6,7,8,9,10,11,12,14,15,16,17,18	10
2	1	1,2	1
3	empty	empty	empty

表 5 常减压装置节点检测变化情况

Table 5 Nodal test result of crude distillation unit

Cycle	zn_1	zn_2	zn_3	zn_4
1	8.835	6.061	8.923	1.068
2	8.835	0.033	1.140	1.068
3	0.826	0.033	1.140	1.068

表 6 常减压装置 NT-MT 测量检测结果

Table 6 NT-MT result of crude distillation unit

Sign	First cycle		Second cycle		Third cycle		$\bar{x}_i \times 10^5$	$x_i \times 10^5$
	λ_i	zm	λ_i	zm	λ_i	zm		
1	0.133	10.968	0.137	11.324	—	—	4.043	4.016
2	0.013	2.258	0.036	6.285	0.010	1.679	0.408	0.418
3	0.027	2.107	0.016	1.239	0.006	0.456	3.634	3.664
4	0.001	0.117	0.002	0.493	0.005	1.075	0.029	0.030
5	0.050	12.162	0.015	3.697	0.001	0.316	0.216	0.220
6	0.021	5.842	0.041	11.175	0.005	1.282	0.140	0.140
7	0.027	10.801	0.008	3.026	0.002	0.641	0.081	0.080
8	0.025	6.599	0.033	8.774	0.002	0.648	0.376	0.373
9	0.020	4.898	0.003	0.675	0.001	0.294	0.339	0.332
10	0.100	8.857	—	—	—	—	2.453	2.443
11	0.049	10.003	0.037	7.489	0.000	0.052	0.594	0.605
12	0.022	4.015	0.025	4.631	0.004	0.656	0.481	0.493
13	0.017	1.365	0.005	0.430	0.015	1.192	1.378	1.347
14	0.013	3.756	0.007	1.925	0.002	0.694	0.040	0.040
15	0.016	5.602	0.004	1.243	0.004	1.378	0.289	0.281
16	0.054	9.790	0.008	1.398	0.001	0.180	0.126	0.130
17	0.030	6.493	0.002	0.472	0.001	0.131	0.170	0.166
18	0.055	6.571	0.021	2.530	0.004	0.486	0.753	0.764

在第一轮循环中，发现 3 个节点 1、2、3 的 zn 超过 zn_c ，18 个变量有 15 个测量变量的 zm 超过 zm_c ，其中 zn 最大的节点为第 3 个节点一级减压塔；与该节点相连的所有可疑测量变量中， zm 最大的是 11 号测量变量，但是它的调整量 $\lambda_{11} < \lambda_c$ ，则认为变量 11 不存在显著误差，取 zm 次大的

测量变量 10，其调整量 $\lambda_{10} > \lambda_c$ ，则认为 10 号测量变量含有显著误差。把 10 号测量变量用估计值代替，进行第二轮循环，发现节点 1 的 zn 超过 zn_c ，且与该节点相连的 1 号测量变量含有显著误差。把 1 号测量变量用估计值代替，进行第三轮循环发现所有的节点和测量变量均不含有显著误差。表 5 给出了每一轮循环中的 zn ，表 6 给出了每一轮循环中 λ 和 zm 值、系统最终的协调值以及未添加显著误差的测量值，经过三轮循环，成功地找出了含有显著误差的测量变量，并实现数据协调。

4 结 论

(1) 节点与测量数据组合检测的数据协调方法利用了节点检测和测量检测的优点，并通过调整量检测法融合领域专家的先验知识，最终实现稳态数据协调和显著误差同步检测。对有多个显著误差的系统，也能给出准确的显著误差检测结果。

(2) 调整量的临界值 λ_c 是一个人为设定值，可以融入领域专家的先验知识，但其取值是否合理与专家的经验密切相关，且需要进一步的研究。

符 号 说 明

- A**——系数矩阵
- A_j**——**A** 的第 *j* 行向量
- B**——系数矩阵
- c**——常数向量
- E(δ)** ——**δ** 均值
- e**——误差
- F**——约束方程
- g_{jj}**——**AQA^T** 第 *j* 个对角元素
- i_s**——最可疑的测量数据
- j_s**——最可疑的节点
- m**——节点个数
- n**——测量变量个数
- Q**——协方差矩阵
- r_j**——节点 *j* 残差
- SM_{j_s}**——节点 *j_s* 可疑测量变量集
- u**——未测量变量
- ū**——未测量的估计值
- var(δ), W**——**δ** 方差
- W_{ii}**——**W** 第 *i* 个对角元素
- x**——已测量测量值
- x̄**——已测量真实值或协调值
- zm_c**—— zm 临界值
- zm_i**——第 *i* 个变量的统计量

εn_c —— zn 临界值

zn_j ——第 j 个节点的统计量

α ——显著性水平

δ ——测量值残差

δ_i —— δ 的第 i 个分量

λ_c —— λ 临界值

λ_i ——第 i 个变量的调整量

References

- [1] Kong M F, Chen B Z, He X R, Hu S Y. Gross error identification for dynamic system. *Computers and Chemical Engineering*, 2004, **29** (1): 191-197
- [2] Kuehn D R, Davidson H. Computer control (II): Mathematics of control. *Chem. Engng. Prog.*, 1961, **57** (6): 44-47
- [3] Mah R S H, Tamhane A C. Detection of gross errors in process data. *AIChE J.*, 1982, **28** (5): 828-830
- [4] Yang Youqi, Ten Rongbo, Jao Luiqun. A study of gross error detection and data reconciliation in process industries. *Computers and Chemical Engineering*, 1995, **19** (suppl. 1): 217-222
- [5] Li Jinrong (李津荣), Dai Liankui (戴连奎). Novel data reconciliation model and gross error detection. *Journal of Zhejiang University: Engineering Science* (浙江大学学报: 工学版), 2003, **37** (6): 693-697
- [6] Serth R W, Heenan W A. Gross error detection and data reconciliation in steam-metering systems. *AIChE J.*, 1986, **32** (5): 733-741
- [7] Cameron M C. Data reconciliation-progress and challenges// Proceedings of the 5th International Symposium on PSE 94. Korea: Korean Institute of Chemical Engineers, 1994: 111-121
- [8] Wang Fang, Jia Xiaoping, Zheng Shiqing, Yue Jincai. An improved MT-NT method for gross error detection and data reconciliation. *Computers and Chemical Engineering*, 2004, **28** (11): 2189-2192
- [9] Yuan Yonggen (袁永根), Li Huasheng (李华生). Process System Data Rectification Technology (过程系统测量数据校正技术). Beijing: China Petrochemical Press, 1996
- [10] Yu Yin (于寅). Advanced Engineering Mathematics (高等工程数学). Wuhan: Huazhong University Science and Technology Press, 1995
- [11] Hu Shangxu (胡上序), Chen Dezhaoh (陈德钊). Analysis and Process of Observation Data (观测数据的分析与处理). Hangzhou: Zhejiang University Press, 1996
- [12] Zhou Lingke (周凌柯). Data rectification technology research and its application [D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2005