

文章编号:1001-9081(2007)09-2253-03

基于 SVR 的非线性动态系统建模方法研究

吴德会^{1,2}

(1. 九江学院 电子工程学院,江西 九江 332005;
2. 清华大学 电机工程及应用电子技术系,北京 100084)
(wdh_hf_mail@163.com)

摘要:提出一种基于支持向量回归机(SVR)的非线性动态系统建模方法。用非线性静态子环节和线性动态子环节串联——Hammerstein 模型来描述非线性动态系统。然后,通过函数展开将 Hammerstein 模型的非线性传递函数转换为等价的线性形式,从而建立起线性中间模型。再由 SVR 算法辨识出中间模型参数。最后,通过中间模型参数与 Hammerstein 模型参数之间的关系,实现原系统的非线性静态环节和线性动态环节的同时辨识。用非线性动态系统标定实验数据进行测试,建模结果表明所提方法具有如下优点:1)只需进行一次动态标定实验;2)能给出非线性动态模型的数学解析表达式;3)充分利用 SVR 的优点,使所建模型具有更好的鲁棒性。该研究为非线性动态系统建模又提供了一种新方法。

关键词:Hammerstein 模型; 建模; 支持向量回归机

中图分类号: TP271 **文献标志码:**A

Research into modeling method of nonlinear dynamic system based on SVR

WU De-hui^{1,2}

(1. School of Electronic Engineering, Jiujiang University, Jiujiang Jiangxi 332005, China;
2. Department of Electrical Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: A modeling method for nonlinear dynamic system based on Support Vector Regression (SVR) was proposed in this paper. The Hammerstein model expressed by a nonlinear static subunit followed by a linear dynamic subunit was used to describe the nonlinear dynamic system. Through the function expansion, the nonlinear transfer function of Hammerstein model could be converted to the same form as linear one, thus generating the intermediate linear model. Also, by SVR algorithm, the coefficients of the intermediate model were obtained. Moreover, through the relations of the coefficients of intermediate model and that of Hammerstein model, the nonlinear static subunit and linear dynamic subunit were identified simultaneously. Calibrating experimental data of nonlinear dynamic system were used to test. The results show that, compared with conventional nonlinear dynamic modeling methods, the proposed one possesses prominent advantages: 1) Only once dynamic calibrating experiment need be made; 2) The analytic expressions of nonlinear dynamic model are derived; 3) The model is more robust in noise resistance due to the good features of SVR. It provides a better way to model the nonlinear dynamic system.

Key words: Hammerstein model; modeling; Support Vector Regression (SVR)

0 引言

为了定量、准确地分析一个系统的特征,需要获得其数学模型,而辨识就是建模的一种重要手段。模型辨识最早是针对线性系统提出的,但由于实际过程常表现出不同程度的非线性,只有当对象只存在弱非线性时,才可将对象看成线性模型处理^[1]。反之,当对象具有强非线性时,用常规的基于线性模型进行控制时往往会带来很大的误差。

目前,非线性动态系统辨识是控制领域中的一个难点和焦点问题,在理论上尚未形成有稳定性和鲁棒性等问题的一般性结论^[2]。通常,非线性系统辨识问题由建立一个合适参数化的非线性辨识模型和通过最优化未知系统辨识与模型输出之间误差的性能函数来调整模型的参数两部分组成。

以神经网络(Artificial Neural Network, ANN)为主要代表

的人工智能技术的出现为非线性系统辨识提供了一个新的工具。首先,神经网络具有丰富的非线性背景;其次,从逼近论角度来看,神经网络(比如多层次感知机)能够逼近任一定义在 R^n 中的紧子集上的连续函数,这为神经网络解决非线性系统辨识问题提供了物质基础。最后,神经网络具有学习能力,这对于辨识模型的参数调整是具有吸引力的。在利用神经网络等人工智能技术进行非线性动态系统建模领域国内外学者进行了卓有成效地研究,如文献[3]利用反向传播神经网络方法提出并行和串一并行非线性辨识模型方法。文献[4]提出了一种基于模糊逻辑关系的非线性系统辨识方法;文献[5]又将递归神经网络的 PRE 算法应用于非线性动态系统建模领域。

虽然,神经网络具有较强的非线性学习能力,但也存在训练速度慢、收敛性能差的缺陷。其隐含层权值意义不明显,节

收稿日期:2007-03-14;修回日期:2007-06-08。

基金项目:国家自然科学基金资助项目(70272032,70672096);江西省教育厅科技项目(2007328)。

作者简介:吴德会(1975-),男,安徽嘉山人,副教授,博士,主要研究方向:人工智能、智能预测控制。

点数目的确定或网络初值的选择也主要取决于操作者,因此,用该方法建立的非线性动态模型具有较强的随机性。

Hammerstein 模型^[3]可以描述非常广泛的一类非线性系统,该模型用相互连接的无记忆的非线性增益与线性子系统来建模,从结构上就直观地描述了该类系统特性。文献[6]中提出了辨识 Hammerstein 模型的两步法,分步骤辨识 Hammerstein 模型的静态非线性增益和线性动态环节,并已取得了较好效果^[7],但该辨识过程相对繁琐。

支持向量回归机(SVR)是 Vapnik 建立的一种基于统计学习理论的机器学习新方法^[8],能较好地解决了 ANN 方法中的过学习、局部极小、结果不稳定等问题。本文将 Hammerstein 模型两个子环节的传递函数合并,用差分方程来表述非线性动态系统的输入、输出关系,再通过函数展开为类似线性的函数表达,并利用 SVR 求取该函数表达的参数值,最后通过转换矩阵,同时还原 Hammerstein 非线性环节和线性环节的模型参数值,实现了非线性动态系统 Hammerstein 模型的辨识。

1 Hammerstein 模型

Hammerstein 模型^[3]由于结构清晰,并能描述常见动态系统的非线性特性,因此其模型辨识问题长期以来一直引起关注。Hammerstein 模型是一种参数模型,这种模型把一个非线性系统看成是一个非线性静态增益和一个线性动态系统两部分的串联组合,其结构如图 1 所示。其中的非线性静态增益一般用阶次为 p 的高次多项式近似表达:

$$x(t) = f(u(t)) = c_1 u(t) + c_2 u^2(t) + \cdots + c_p u^p(t) = \sum_{i=1}^p c_i u^i(t) = C^T U(t) \quad (1)$$

线性动态系统可以用传递函数的形式表达:

$$G(z) = \frac{y(t)}{x(t)} = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \cdots + b_m z^{-m}}{1 + a_1 z^{-1} + \cdots + a_n z^{-n}} \quad (2)$$

其中, m, n 为多项式阶次,且一般 $m \leq n$ 。

图 1 中, $u(t), y(t)$ 和 $v(t)$ 分别是输入激励, 系统输出和噪声, $x(t)$ 是中间输入信号, 既是线性动态的输入又是非线性静态部分的输出, 实际过程中是不可测量的。

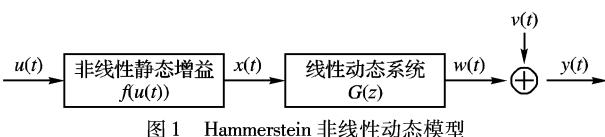


图 1 Hammerstein 非线性动态模型

对于式(2)所示的线性传递函数,又可用下式的差分方程来描述:

$$A(z^{-1})y(t) = B(z^{-1})x(t) + e(t) \quad (3)$$

其中, $e(t) = A(z^{-1})v(t)$, 可解释为随机拟合误差。

将式(1)带入式(3)可得:

$$A(z^{-1})y(t) = B(z^{-1}) \sum_{i=1}^p c_i u^i(t) + e(t) = \sum_{j=0}^m \sum_{i=1}^p \beta_{ij} z^{-j} u^i(t) + e(t) \quad (4)$$

其中, $\beta_{ij} = c_i b_j; i = 1, 2, \dots, p, j = 0, 1, \dots, m$ 。

根据 $A(z^{-1})$ 的定义有:

$$y(t) = - \sum_{i=1}^n a_i y(t-i) + \sum_{j=0}^m \sum_{i=1}^p \beta_{ij} u^i(t-j) + e(t) \quad (5)$$

将式(5)右侧函数展开,可表达为向量形式的数学模型:

$$y(t) = \omega^T \theta(t) + e(t) \quad (6)$$

其中:

$$\omega = [-a_1, \dots, -a_n, \beta_{10}, \dots, \beta_{1m}, \beta_{20}, \dots, \beta_{2m}, \dots,$$

$$\beta_{p0}, \dots, \beta_{pm}]^T$$

$$\theta(t) = [y(t-1), \dots, y(t-n), u(t), \dots, u(t-m), u^2(t), \dots, u^2(t-m), \dots, u^p(t), \dots, u^p(t-m)]^T$$

由式(6)可以看出, Hammerstein 非线性动态模型经过函数展开后,已经变换为类似典型的线性模型形式,唯一的差别在于模型的输入不是 $u(t)$,而是 $u(t)$ 各次幂的线性组合,因此本文称该模型为线性中间模型, ω 为中间模型参数。

2 SVR 原理

假设实际非线性动态系统的激励信号 $u(t)$ 和输出信号 $y(t), t = 1, 2, \dots, N$ 能在精度 ε 内符合式(6)所示的中间线性模型,即有^[9]:

$$\begin{cases} \omega^T \theta(t) + e(t) - y(t) \leq \varepsilon \\ y(t) - \omega^T \theta(t) - e(t) \leq \varepsilon \end{cases} \quad (7)$$

考虑到实际建模过程中存在误差的情况,因此可增加误差惩罚,则可建立 SVR 优化目标为:

$$\begin{aligned} & \min \frac{1}{2} \omega^T \omega + c \sum_{t=1}^N (\xi_t + \xi_t^*) \\ \text{s. t. } & y(t) - \omega^T \theta(t) - e(t) \leq \varepsilon + \xi_t \\ & \omega^T \theta(t) + e(t) - y(t) \leq \varepsilon + \xi_t^* \\ & \xi_t \geq 0, \xi_t^* \geq 0, t = 1, \dots, N \end{aligned} \quad (8)$$

其中 c 被称为惩罚因子, ξ_t, ξ_t^* 为引入的建模误差,它们可表示样本超出线性中间模型(6)精度 ε 的程度。则可利用 Lagrange 方程求解上述规划问题:

$$\begin{aligned} L(\omega, \xi, \xi^*, \alpha, \alpha^*) &= \frac{1}{2} \omega^T \omega + c \sum_{t=1}^N (\xi_t + \xi_t^*) - \\ & \sum_{i=1}^N (\eta_i \xi_t + \eta_i^* \xi_t^*) - \\ & \sum_{t=1}^N \alpha_t (\varepsilon + \xi_t - y(t) + \omega^T \theta(t) + e(t)) - \\ & \sum_{t=1}^N \alpha_t^* (\varepsilon + \xi_t^* + y(t) - \omega^T \theta(t) - e(t)) \end{aligned} \quad (9)$$

其中:参数 $\alpha_t, \alpha_t^* \geq 0$ 被称为 Lagrange 乘子, $\eta_t, \eta_t^* \geq 0$ 为引进的临时变量。

当干扰噪声较低时,可暂不考虑其相关性,将 $e(t)$ 近似作为独立随机变量,即与 $u(t), y(t)$ 无关且 $E(e(t)) = 0$ ^[1], 则进一步可根据 KKT 条件,建立如下优化方程组^[10]:

$$\begin{cases} \frac{\partial l}{\partial \omega} = \omega - \sum_{t=1}^N (\alpha_t - \alpha_t^*) = 0 \\ \frac{\partial l}{\partial \xi_t} = c - \alpha_t - \eta_t = 0 \\ \frac{\partial l}{\partial \xi_t^*} = c - \alpha_t^* - \eta_t^* = 0 \end{cases} \quad (10)$$

将式(10)代入式(9)并整理可消去临时变量 η_t, η_t^* , 得到对偶优化问题:

$$\begin{aligned} \max_{a, a^*} J(a, a^*) &= -\varepsilon \sum_{t=1}^N (\alpha_t^* + \alpha_t) + \\ & \sum_{t=1}^N y(t) (\alpha_t^* - \alpha_t) - \\ & \frac{1}{2} \sum_{t,u=1}^N (\alpha_t^* - \alpha_t)(\alpha_u^* - \alpha_u)(\theta(t)^T \cdot \theta(u)) \\ \text{s. t. } & \sum_{t=1}^N (\alpha_t^* - \alpha_t) = 0 \end{aligned}$$

$$\alpha_t, \alpha_t^* \in [0, c] \quad (11)$$

求解该二次规划问题, 其中仅有一小部分样本点对应 α_t 及 α_t^* 不为零, 这些样本被称为支持向量, 通过支持向量可得辨识结果:

$$\omega = \sum_{t=1}^N (\alpha_t^* - \alpha_t) = \sum_{t \in SV_s} (\alpha_t^* - \alpha_t) \quad (12)$$

其中, SV_s 表示支持向量集。

3 基于 SVR 的 Hammerstein 模型辨识

用 SVR 的线性回归算法可求取线性中间模型的参数向量 ω , 实现对相关参数 $-a_1, \dots, -a_n, \beta_{10}, \dots, \beta_{1m}, \beta_{20}, \dots, \beta_{2m}, \dots, \beta_{p0}, \dots, \beta_{pm}$ 的无偏估计。下面进一步讨论通过这些中间参量求取 Hammerstein 模型参数, 实现模型辨识。

为使问题简化, 可将 Hammerstein 模型的线性动态子系统的终态增益设为 1, 将整个非线性动态系统的终态增益作为非线性静态增益来处理, 则:

$$G(\infty) = \frac{b_0 + b_1 + \dots + b_m}{1 + a_1 + a_2 + \dots + a_n} = 1 \quad (13)$$

表达为矩阵形式为:

$$\Theta^T B = \Theta^T A \quad (14)$$

其中: $\Theta = [1, \dots, 1]^T$

$$A = [1, a_1, \dots, a_n]^T$$

$$B = [b_0, b_1, \dots, b_m]^T$$

则由定义 $\beta_{ij} = c_i b_j$ 可得如下矩阵关系:

$$\Phi = CB^T \quad (15)$$

其中:

$$\begin{aligned} C &= [c_1, \dots, c_p]^T \\ \Phi &= \begin{bmatrix} \beta_{10} & \beta_{11} & \cdots & \beta_{1m} \\ \beta_{20} & \beta_{21} & \cdots & \beta_{2m} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \beta_{p0} & \beta_{p1} & \cdots & \beta_{pm} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

将式(15)代入式(14), 并进一步推导有:

$$\Phi\Theta = CB^T \Theta \rightarrow C = \frac{\Phi\Theta}{\Theta^T B} = \frac{\Phi\Theta}{\Theta^T A} \quad (16)$$

同样, 式(15)还可有如下推导过程:

$$\begin{aligned} \Phi^T &= BC^T \rightarrow \Phi^T \Theta = BC^T \theta \rightarrow \Phi^T \Theta = \\ B(\theta^T C) &\rightarrow B = \frac{\theta^T A}{\theta^T \Phi\theta} \Phi^T \theta \end{aligned} \quad (17)$$

由此看来, 按中间线性模型的形式组织训练样本集 $\{y(t), \theta(t)\}$, 便可用 SVR 回归算法求取线性中间模型的参数向量 ω , 实现对矩阵 Φ, A 的估计。再由转换关系式(16)和式(17), 实现 Hammerstein 系统的非线性静态增益和线性动态子系统的同时辨识。

4 仿真实验

用仿真实例来验证本文提出的非线性动态系统建模方法的可行性, 设实验所用非线性动态系统 Hammerstein 模型的静态非线性增益为:

$$x(t) = f(u(t)) = 0.9u(t) + 0.4u^2(t)$$

线性动态环节的传递函数 $G(z)$ 为:

$$G(z) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} = \frac{0.14 + 0.11Z^{-1} + 0.03Z^{-2} + 0.02Z^{-3}}{1 - 1.1Z^{-1} - 0.25Z^{-2} + 0.65Z^{-3}}$$

用实际采集的冲击信号作为系统的输入激励, 冲击信号的采集方法: 用带压电传感器的冲击锤对固定金属面作短促

的锤击, 并用数据采集卡记录压电传感器的输出信号, 采样周期 1 ms, 采样长度为 120 ms。

将该冲击信号作为仿真非线性系统的激励, 同时为检验本文方法辨识结果的鲁棒性, 在系统仿真响应信号的时域波形上叠加了均值为 0、方差为 0.02 的高斯噪声, 即 $e(t) \sim N(0, 0.02)$ 。冲击输入信号和非线性动态系统的仿真响应(含噪声)如图 2 所示。

根据中间线性模型样本的组织方法, 由冲击输入激励信号 $u(t)$ 和系统的仿真响应信号 $y(t)$ 可得中间线性模型的训练样本集 $\{y(t), \theta(t)\}$ 。用 SVR 算法对中间模型参数向量 ω 进行估计, 其中, 平衡因子 $c = 100, \varepsilon = 0.0001$, 仿真模型输出的初值 $y(t) = 0, t = 1, 2, 3$ 。参数向量 ω 求取结果为:

$$\begin{aligned} \omega &= [1.1253, 0.1997, -0.6212, 0.1074, 0.0919, \\ &0.0525, 0.0117, 0.0383, 0.0658, -0.0089, \\ &0.0227]^T \end{aligned}$$

由此可构成参数矩阵 Φ, A 得:

$$\Phi = \begin{bmatrix} 0.1074 & 0.0919 & 0.0525 & 0.0117 \\ 0.0383 & 0.0658 & -0.089 & 0.0227 \end{bmatrix}$$

$$A = [1 \ -1.1253 \ -0.1997 \ 0.6212]^T$$

由式(16)、式(17)求取的非线性静态增益的参数向量 C 、线性动态子系统参数 B 为:

$$C = [0.8897 \ 0.3983]^T$$

$$B = [0.1132 \ 0.1225 \ 0.0338 \ 0.0267]^T$$

将辨识结果与原 Hammerstein 仿真模型进行对比, 不难看出辨识出的模型参数值与仿真系统参数值非常接近。再将原冲击激励信号输入辨识出的非线性动态模型, 以验证辨识的效果, 其输出结果如图 2 所示。

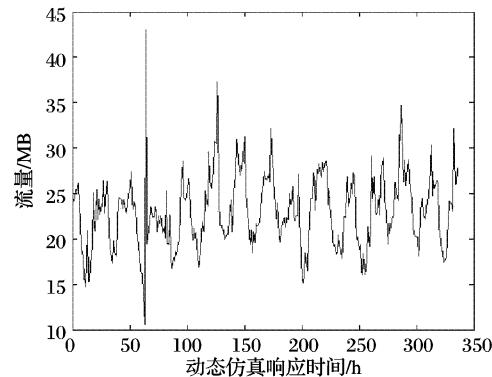


图 2 非线性系统动态仿真响应与辨识结果对比

从图中可以看出, 辨识模型输出与仿真系统响应吻合情况良好。辨识算法取得较好效果。从图中也看到, 模型输出的幅度比仿真响应略小, 因此, 在每个周期的极值点处有一定的动态误差。究其原因主要是在仿真响应信号 $y(t)$ 的时域波形上叠加了高斯噪声, 而在建模时该噪声会作为样本 $\theta(t)$ 的一部分, 因此给模型辨识带来相关残差, 从而使辨识的模型参数与仿真系统参数产生偏差。

5 结语

将 SVR 算法引入非线性动态系统建模领域, 先采用 Hammerstein 模型对非线性系统进行描述, 并通过函数展开将 Hammerstein 非线性模型变换为中间过渡模型, 再利用 SVR 线性算法对中间参数向量 ω 进行估计, 最后建立该参数向量

(下转第 2261 页)

对 64×128 大小的 256 色 BMP 图像的特征提取和统计学习。LibSVM^[15]是台湾大学林智仁副教授等开发设计的一个简单、易于使用和快速有效的 SVM 模式识别与回归的软件,不但提供可执行程序包,还提供源代码,易于修改和嵌入到用户程序中。图 5 是四个人体检测的例子(第 2 幅图片中一人因服饰原因未检测出)。

3 结语

人体是一个非刚性的运动体,四肢和躯干关节的变化会使人体产生各种形状。另外,由于图像中光照、影子、人体服饰和物体遮挡等因素使背景变得复杂时,静态图像中的人体检测是一个很困难的问题。本文提出了一种基于可变模板和支持向量机的方法,将人体检测问题当作一种模式分类问题。通过构造支持向量机对多幅图像中的人体轮廓特征和非人体轮廓特征的学习或训练,获取图像中站姿人体的知识,然后用可变模板匹配测试图片的检测区域,实验结果表明该方法可以实现静态图像中的人体检测。该方法存在的不足之处是:1)模板扫描的步距选择问题,若扫描步距过小,会使人体附近的几个连续矩形区域都标识出检测到人体;如果扫描步距过大,会漏检图像中的人体。实验时根据模板与学习样本的比例采用可变步距;2)当测试图像尺寸比较大时,检测的速度取决于可变模板的尺寸、模板的缩放因子和扫描步距;3)当人体的四肢和躯干关节变化很大,人体形状是非站姿时,检测结果会失败。这些需要在以后的工作中进行深入的研究。

参考文献:

- [1] HYEON D H, KIM T E, YOON K H, et al. People detection in a static image using curvature[C]// TUCERYAN M, ed. Proceedings of the International Conference on Augmented, Virtual Environments and Three Dimensional Imaging. [S. l.]: IEEE Press, 2001: 363 – 366.
- [2] FORSYTH D A, FLECK M M. Body plans[C]// NEVATIA R, ed. Proceedings of the IEEE Conference Computer Vision and Pattern Recognition. [S. l.]: IEEE Press, 1997: 678 – 683.
- [3] FLECK M M, FORSYTH D A, BREGLER C. Finding naked people[C]// BUXTON B F, CIPOLLA R, ed. Proceedings of the Eu-

ropean Conference of Computer Vision. Berlin: Springer-Verlag, 1996: 593 – 602.

- [4] FORSYTH D A, FLECK M M. Automatic detection of human nudes [M]. International Journal of Computer Vision, 1999, 32(1): 63 – 77.
- [5] 孙庆杰, 吴恩华. 基于矩形拟合的人体检测[J]. 软件学报, 2004, 14(8): 1388 – 1393.
- [6] OREN M, PAPAGEORGIOU C, SINHA P, et al. Pedestrian detection using wavelet templates[C]// NEVATIA R, ed. Proceedings of the IEEE Conference Computer Vision and Pattern Recognition. [S. l.]: IEEE Press, 1997: 193 – 199.
- [7] VIOLA P, JONES M J, SNOW D. Detecting pedestrians using patterns of motion and appearance[C]// IEEE International Conference on Computer Vision (ICCV). [S. l.]: IEEE Press, 2003, 2: 734 – 741.
- [8] PAPAGEORGIOU C, Poggio T. A trainable system for object detection [J]. International Journal of Computer Vision, 2000, 38(1): 15 – 33.
- [9] MIKOLAJCZYK K, SCHMID C, ZISSERMAN A. Human detection based on a probabilistic assembly of robust part detectors[C]// Proceedings of European Conference on Computer Vision. Berlin: Springer-Verlag, 2004: 69 – 82.
- [10] LOWE D G. Object recognition from local scale invariant features [C]// IEEE International Conference on Computer Vision. San Francisco: IEEE Computer Society, 1999: 1150 – 1157.
- [11] WU B, NEVATIA R. Detection of multiple partially occluded humans in a single image by bayesian combination of edgelet part detectors[C]// IEEE International Conference on Computer Vision. [S. l.]: IEEE Press, 2005: 90 – 97.
- [12] 潘锋, 王宣银. 基于支持向量机的复杂背景下的人体检测[J]. 中国图象图形学报, 2005, 10(2): 183 – 186.
- [13] CASTLEMAN K R. 数字图像处理[M]. 朱志刚, 译. 北京: 电子工业出版社, 2002.
- [14] CRISTIANINI N, SHAWE-TAYLOR J. 支持向量机导论[M]. 李国正, 译. 北京: 电子工业出版社, 2004.
- [15] CHANG C C, LIN C J. LIBSVM: a library for support vector machines: version 2. 3[EB/OL]. [2001 – 06 – 08]. <http://www.csie.ntu.edu.tw/~cjlin/papers/libsvm.pdf>.

(上接第 2255 页)

ω 与实际 Hammerstein 模型参数之间的变换关系, 实现非线性动态系统的 Hammerstein 建模。

本文所提的非线性动态系统建模方法的特点是:1) 将 SVR 人工智能算法与数学模型推导相结合, 实现优势互补; 2) 将非线性动态系统辨识问题转换为样本集的线性回归问题, 简化辨识过程; 3) 只需对非线性动态系统进行一次标定实验便可同时辨识 Hammerstein 模型的静态非线性增益和线性动态环节。

参考文献:

- [1] 冯培悌. 系统辨识[M]. 杭州: 浙江大学出版社, 1999.
- [2] LJUNG L. System identification: theory for the user [M]. 2nd ed. New Jersey: Prentice-Hall, 1999.
- [3] NARENDRA K S, PARTHASARATHY K. Identification and control of dynamical systems using neural networks [J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 1990, 1(1): 4 – 27.

- [4] WANG L X. Adaptive fuzzy systems and control: design and stability analysis [M]. New Jersey: Prentice-Hall, 1996.
- [5] 李鸿儒, 顾树生, 邓长辉. 递归神经网络的 RPE 算法及其在非线性动态系统建模中的应用[J]. 东北大学学报, 2000, 21(6): 590 – 593.
- [6] 黄正良, 万百五, 韩崇昭. 辨识 Hammerstein 模型的两步法[J]. 控制理论和应用, 1995, 12(1): 34 – 39.
- [7] 徐科军, 朱志能, 苏建徽, 等. 传感器动态非线性的一种补偿方法[J]. 仪器仪表学报, 2002, 23(3): 278 – 282.
- [8] VAPNIK V. The nature of statistical Learning Theory [M]. 2nd ed. New York: Springer-Verlag, 1999.
- [9] VAPNIK V. Statistical learning theory [M]. New York: John Wiley & Sons, 1998.
- [10] HIMMELBLAU D M. 实用非线性规划[M]. 张义森, 译. 北京: 科学出版社, 1981.