

文章编号: 1001-4322(2003)10-1007-04

# 无箔二极管电磁 PIC 模拟空间电荷限制发射模型比较\*

李永东, 刘纯亮, 何 锋

(西安交通大学 电子物理与器件教育部重点实验室, 陕西 西安 710049)

**摘 要:** 为了在无箔二极管电磁 PIC 模拟中采用与电磁场自洽的空间电荷限制发射模型,对查尔特定律模型、高斯定律模型和一维二极管模型进行了理论分析和实例模拟比较。模拟结果表明,三种模型都能与电磁场自洽并反映外加磁场对发射电流的影响,但高斯定律模型受网格剖分粗细程度的影响较大且容易产生振荡,一维二极管模型在网格参数合理的情况下结果与查尔特定律模型基本接近,但需要求解超越方程,花费时间多。通过对模拟结果进行分析和比较,认为外加磁场对电子发射模型本身的影响很小,在电磁 PIC 数值模拟中可以不考虑,因此,查尔特定律模型更适合用于无箔二极管的电磁 PIC 模拟。

**关键词:** 无箔二极管; 电磁 PIC; 空间电荷限制发射

**中图分类号:** O45 **文献标识码:** A

无箔二极管作为强流相对论脉冲电子源,被广泛用作电子加速器的注入源、高功率微波源等。计算机数值模拟作为一种重要的研究方法,也被大量地应用到无箔二极管的研究上来<sup>[1~6]</sup>。目前,用于无箔二极管数值模拟的方法主要有两类:一类是静态模拟,如轨迹跟踪法<sup>[7]</sup>;另一类是动态模拟,如电磁 PIC 方法<sup>[8]</sup>。电磁 PIC 方法具有动态、实时、高效等优点,采用电磁 PIC 方法的模拟程序主要有 MAGIC<sup>[9]</sup>, KARA T<sup>[10]</sup>, XOOPIC<sup>[11]</sup>。在无箔二极管的数值模拟中,阴极电子的发射模型起着关键作用,这也是现有电磁 PIC 模拟程序有待进一步完善的地方。常用的空间电荷限制发射模型有高斯定律模型、查尔特定律模型和一维二极管模型。这三种模型都基于空间电荷限制条件,即阴极面电场为零,并且假设阴极具有足够的发射能力。为了验证三种模型在实际计算中的效果,通过在 XOOPIC Ver. 2.51b 软件中添加程序模块,分别采用三种模型对无箔二极管实例进行了计算,结果表明,对电磁 PIC 数值模拟而言,查尔特定律模型是较合适的空间电荷限制发射模型。

## 1 空间电荷限制发射模型

### 1.1 查尔特定律模型

查尔特定律模型把阴极面与相邻的第一个半网格面视为无限大平面二极管,如图 1 所示,并在该二极管上应用查尔特定律求出该半网格中的电流密度。由查尔特定律,无限大平面间的空间电荷限制流为

$$J = \frac{4}{9} \sqrt{2}^{-3/2} / x^2 \quad (1)$$

式中:  $\phi$  为  $x$  处的电位,  $\epsilon_0$  为介电常数,  $m_e$  为电子的荷质比。由于在电磁 PIC 方法中  $\phi$  为未知量,而半网格面上的法向电场强度  $E_n$  为已知量,所以需要

需要对式(1)稍作变换得到关于  $E_n$  的表达式。根据电流连续性原理,在稳态近似下二极管中的电流密度均匀且为常数,将式(1)化为  $J$  与  $x$  的关系式后对  $x$  求导,即可得到  $E_n$  与  $x$  所满足的关系式

$$E_n = - \frac{d\phi}{dx} = - \left( \frac{9J}{4\sqrt{2}} \right)^{2/3} \frac{4}{3} x^{1/3} \quad (2)$$

经整理和离散可得半网格内的电流密度

$$J = \sqrt{\left( \frac{2}{3} E_n \right)^2 / x} \quad (3)$$

式中  $x$  为阴极前第一个网格的步长。从而可得总电流  $I = J S$ , 其中  $S$  为该半网格面处的横截面积,令发

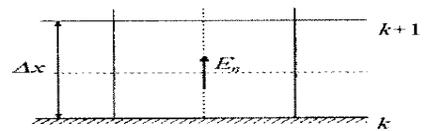


Fig. 1 Child law model

图1 查尔特定律模型

\* 收稿日期:2003-04-12; 修订日期:2003-06-06

基金项目:国家自然科学基金资助课题(19575035);国家863计划强辐射实验室基金资助课题

作者简介:李永东(1974-),男,博士生,从事等离子体物理器件与数值模拟研究;E-mail:liyongdong@ipcd.xjtu.edu.cn.

通过  $S$  的电流为  $I_{old}$ , 则本时刻需发射的电子数  $N = (I - I_{old}) \Delta t / e$ , 其中  $\Delta t$  为 PIC 模拟的时间步长,  $e$  为电子的电荷。如果  $I - I_{old} < 0$ , 则  $N = 0$ 。发射出的电子均匀分布在半网格面上, 若不考虑电子的初始能量<sup>[12]</sup>, 由相对论及能量守恒定律, 可得电子垂直于发射面的相对论归一化动量  $u = v = \sqrt{R(2 + R/c^2)}$ , 其中  $R$  为相对论系数,  $R = |E_n x/2|$ , 其余两个方向的速度设为 0。

### 1.2 高斯定律模型

高斯定律模型因其简单易行而被大多数模拟程序采用。在阴极面和相邻的半网格面上应用高斯定律, 如图 2 的虚线框所示, 由于阴极面电场强度为 0, 所以  $E_n S = 0.5 S x / \epsilon_0$ , 得该半网格内的电荷密度  $\rho = 2 E_n / x$ 。令发射前该半网格内的电荷密度为  $\rho_{old}$ , 则当前时刻需发射的电子数  $N = 0.5 (\rho - \rho_{old}) S x / e$ , 可见该模型中  $N$  直接依赖于  $x$ , 反而与  $t$  无关。若  $\rho - \rho_{old} < 0$ , 则  $N = 0$ 。初始位置和速度的确定与查尔特定律模型相同。

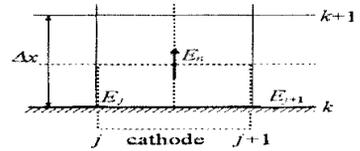


Fig. 2 Gauss law model  
图 2 高斯定律模型

### 1.3 一维二极管模型

一维二极管模型与查尔特定律模型类似, 也是把阴极面与相邻的半网格面视为无限大平面二极管, 但它是从电磁场中的粒子运动方程出发来进行研究的, 并考虑到了磁场对电子发射的影响。当阴极表面存在电磁交叉场时, 如图 3 所示, 根据卡诺短枪理论假设, 粒子的非相对论运动方程为

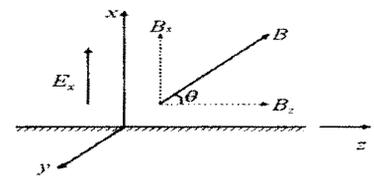


Fig. 3 one-D diode model  
图 3 一维二极管模型

$$\begin{cases} dv_x/dt = (E_x + v_y B_z) \\ dv_y/dt = (v_z B_x - v_x B_z) \\ dv_z/dt = -v_y B_x \end{cases} \quad (4)$$

在稳态(或准稳态)一维条件下, 电流连续性方程可表示为

$$v_x = -\partial \phi / \partial x = J \quad (5)$$

其中电流  $J$  在二极管内为常数。根据泊松方程  $\partial E_x / \partial x = -\rho / \epsilon_0$  和初始条件  $v_x(0) = v_y(0) = v_z(0) = 0$ , 可得

$$E_x = (J / \epsilon_0) x \quad (6)$$

令  $\phi = eB / m$ ,  $\omega = eJ / m$ , 式(4)经变换, 可得  $x$  的二阶微分方程

$$\ddot{x} + \frac{\omega^2}{2} x = \omega z \dot{x} + \omega^2 t \quad (7)$$

其中,  $\dot{z}$  和  $\dot{x}$  是在  $z$  方向和  $x$  方向的分量。若  $B = 0$ , 以上方程的解与查尔特定律一致, 因而查尔特定律模型可以看作该模型的特例。当  $B \neq 0$  时, 解方程(7)可得

$$x = \frac{\omega \cos^2 t}{2} (t - \sin t) / \omega^2 + \frac{\omega \sin^2 t \sin^3 t}{6} \quad (8)$$

其中  $\omega$  为  $\omega$  的模, 再令  $W = eE_x / m$ ,  $G = \omega t$ , 则有

$$G = W / m \quad (9)$$

将式(9)代入式(8)并整理可得超越方程

$$A_0 - B_0 G^2 - C_0 (1 - \sin G / G) = 0 \quad (10)$$

其中  $A_0 = x^4$ ,  $B_0 = W^2 / x^6$ ,  $C_0 = W^2 / z$ 。解该方程(10), 可得  $G$  的值。再根据式(9)求出  $\omega$ , 最后由  $J = m \omega / e$  可求出满足运动方程(4)的发射电流密度。

需发射的电子数的计算、初始位置和速度的确定与查尔特定律模型相同。在离散计算中,  $x$  固定为  $x/2$ , 由于切向磁场的影响, 如果  $\dot{x}$  过大, 式(10)可能无解, 而且, 根据卡诺短枪理论, 应保证  $G$  的解在  $0 \sim 2\pi$  之间。所以, 在计算时需要根据具体的电磁场大小来选取  $\dot{x}$ 。

## 2 模拟结果

本文分别采用三种发射模型对中国工程物理研究院 500kV 调制器型加速器的长脉冲无箔二极管<sup>[13]</sup>进行了模拟, 二极管的近似几何结构如图 4 所示。二极管电压的脉冲峰值为 440kV, 计算时间为 12ns, 其中上升沿为 2ns, 轴向磁场  $B_z$  取 0.2~1.0 T 之间的值。图 5 为在  $B_z = 0.58$ T、阴极前第一个网格步长  $\Delta x$  为 0.07mm

时三种发射模型在二极管中产生的电流波形。从图 5 不难看出,查尔特定律模型和一维二极管模型所得到的结果几乎一致,而高斯定律模型得到的电流偏大,并且产生振荡,这种振荡的原因正是因为发射电子数  $N$  依赖于  $x$ ,当  $x$  不够小时会造成  $N$  间隔性地过大,而且,随着  $x$  的增大,振荡会进一步加剧。

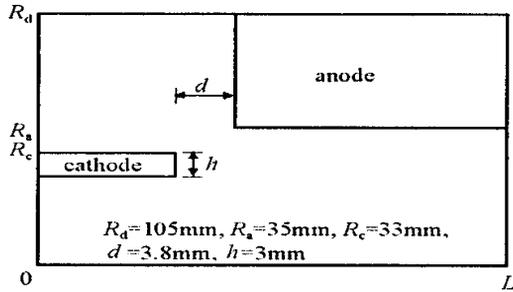


Fig. 4 Schematic of foilless diode  
图 4 无箔二极管示意图

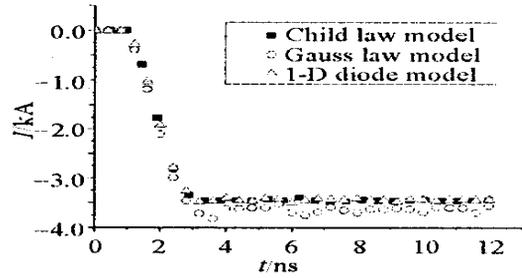


Fig. 5 Time histories of diode current  
图 5 电流波形图

在  $B_z$  足够保证电子不打到阳极的情况下,继续增大  $B_z$ ,二极管电流会变小。从图 6(a) 所示的模拟结果来看,除了高斯定律模型的值偏大以外,三种模型都有着基本一致的趋势,当  $B_z$  超过 0.45T 后,继续增大  $B_z$ ,三种模型的电流都逐渐变小。而由图 6(b)和图 6(c)可以看出,这种变化趋势主要是由阴极杆发射面造成的,这是因为  $B_z$  相对于阴极杆表面为切向磁场,它的增大会进一步约束阴极杆附近的电子,使其积聚在阴极杆附近,从而阻止电子的进一步发射,最终影响二极管电流。查尔特定律模型和高斯定律模型本身并没有考虑外加磁场的影响,它们却与一维二极管模型有着上述相同的变化规律。我们认为,发射模型主要决定电子的产生方式和数目,一旦电子产生出来,它们就会受到阴极面附近电磁场的影响,外加磁场对二极管电流的影响主要来自发射出的电子受外加磁场的约束,而不是发射模型本身造成的。因此,在电磁 PIC 模拟中,空间电荷限制发射模型可以不考虑外加磁场的影响。

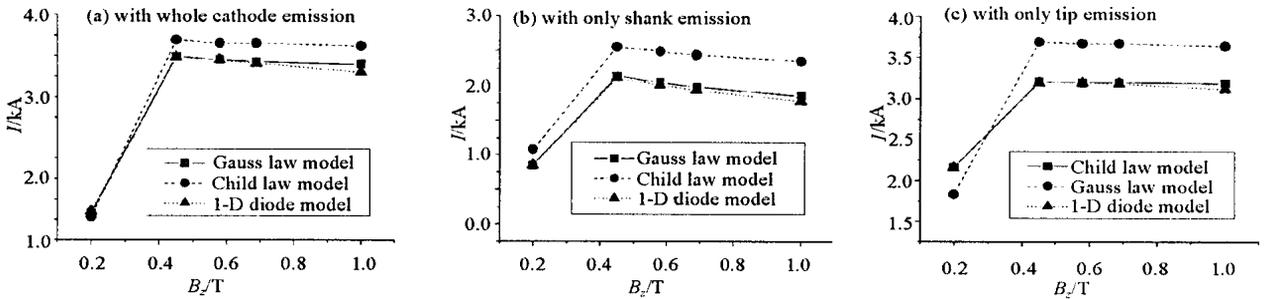


Fig. 6 Effect of  $B_z$  on diode current  
图 6  $B_z$  对二极管电流的影响

另外,三种模型都与阴极面前第一个网格的剖分步长  $x$  有关,显然,三种模型都要求  $x$  不能过大。另一方面,如果  $x$  太小,会使整个模拟区域中的网格数过多,从而大大降低计算速度。图 7 为  $x$  分别取 0.04, 0.07, 0.11, 0.15, 0.2, 0.3mm 时三种模型的发射电流。由图 7 可知,高斯定律模型受  $x$  的影响较大,且发射电流随  $x$  的增大而进一步增大;而查尔特定律模型和一维二极管模型在 0.04 ~ 0.15mm 之间比较稳定,且结果接近一致。当  $x > 0.15$ mm 时,这两种模型的发射电流都开始变小,其中一维二极管模型变化尤为迅速,这是由于  $x$  过大导致某些网格上的超越方程无解。所以,模拟中需要注意阴极前网格剖分步长的选取,一般取  $10^{-5} \sim 10^{-4}$  m 比较合适。

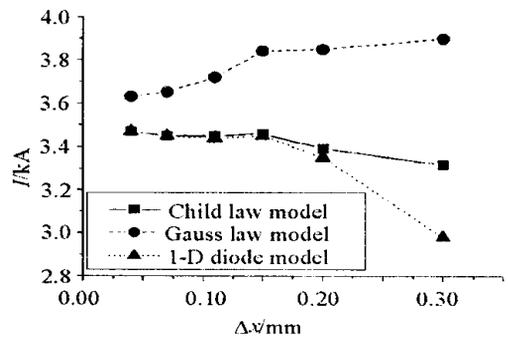


Fig. 7 Effect of  $x$  on diode current  
图 7  $x$  对计算发射电流的影响

### 3 结论

本文对三种空间电荷限制发射模型进行了理论分析和电磁 PIC 数值模拟,并对它们进行了比较。数值模

拟结果表明,三种模型都能与电磁场自洽并反映外加磁场对发射电流的影响,但高斯定律模型的结果偏大、容易产生振荡且受网格剖分步长的影响较大;在网格参数合理的情况下,查尔特定律模型和一维二极管模型的结果基本一致,但网格剖分步长超出一定范围后,受超越方程无解的影响,一维二极管模型的结果会明显偏小。三种模型中,高斯定律模型和查尔特定律模型的计算相对简单,而一维二极管模型需要求解超越方程,时间消耗大,效率较低。通过对模拟结果进行分析,我们认为,外加磁场对发射模型本身的影响在电磁 PIC 数值模拟中可以不予考虑,因此,选择查尔特定律模型作为空间电荷限制发射模型相对于其它两种模型较为合适。

#### 参考文献:

- [1] Jones M E, Thode L E. Simulation of intense relativistic electron beam generation by foilless diodes[A]. Proc of 2nd IEEE Int'l Pulsed Power Conf [C]. Texas, USA, 1979. 68 - 71.
- [2] Straw D C, Clark M C. Electron beams generated in foilless diode[J]. *IEEE Trans Nuclear Science*, 1979, **26** (3): 4202 - 4204.
- [3] Jones M E, Mostrom M A, Thode L E. Analytical and numerical studies of foilless diodes[J]. *J Appl Phys*, 1981, **52**(8): 4942 - 4949.
- [4] Frost C A, Poukey J W, Leifeste G T, et al. High brightness immersed source injector characterization[A]. Proc of IEEE Particle Accelerator Conf [C]. New York, 1989. 1456 - 1458
- [5] Sung Z M, Liu G Z, Fan Y J, et al. Numerical study of foilless diode[A]. Proc of 12th Int'l Conf on High-Power Particle Beams[C]. Haifa, Israel, 1998. 796 - 799
- [6] Kostov K G, Yovchev I G, Nikolov N A. Numerical investigation of microwave generation in foilless diode vircator[J]. *Electronics Letters*, 1999, **35** (19): 1647 - 1648.
- [7] 陈德智, 刘国治, 夏慧琴, 等. 无箔二极管的设计与静态数值模拟[J]. *强激光与粒子束*, 1997, **9** (4): 605 - 610. (Chen D Z, Liu G Z, Xia H Q, et al. Design and static numerical simulation of foilless diode[J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 1997, **9** (4): 605 - 610)
- [8] Birdsall C K, Langdon A B. Plasma physics via computer simulation[M]. New York: McGraw-Hill, 1985.
- [9] Goplen B, Ludeking L, Smith D, et al. User-configurable MAGIC for electromagnetic PIC calculation[J]. *Comput Phys Comm*, 1995 (87): 54 - 86.
- [10] Tarakanov V P. User manual for code KARAT Ver. 7.05[M]. Springfield, VA: Berkeley Research Associates, 1998.
- [11] Verboncoeur J P, Landon A B, Gadd N T. An object-oriented electromagnetic PIC code[J]. *Comput Phys Comm*, 1995 (87): 199 - 211.
- [12] 刘国治. 二极管空间电荷限制电流修正[J]. *强激光与粒子束*, 2000, **12** (3): 375 - 378. (Liu G Z. Modification to space charge-limited current of intense electron beam diode[J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2000, **12** (3): 375 - 378. )
- [13] 常安碧, 张之福, 张德泉, 等. 500kV 调制器型加速器的设计与实验[J]. *强激光与粒子束*, 1997, **9** (2): 233 - 239. (Chang A B, Zhang Z F, Zhang D Q, et al. Design and experiment of 500kV modulation-type accelerator[J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 1997, **9** (2): 233 - 239)

## Comparison of space charge limited emission models in electromagnetic particle-in-cell simulation of foilless diode

LI Yong-dong, LIU Chun-liang, HE Feng

(Key Laboratory for Physical Electronics and Devices of the Ministry of Education,  
Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

**Abstract:** In order to obtain self-consistent space charge limited electron emission model in electromagnetic PIC (particle-in-cell) simulation of foilless diode, Child law model, Gauss law model and FD diode model have been analyzed and compared. The simulation results show that the three models are all self-consistent with electromagnetic field. Gauss law model tends to be affected by the width of the first cell and yield nonphysical oscillation. 1-D diode model with reasonable discrete grid gets almost the same results as Child law model, but it needs to solve a transcendental equation, which would cost much time. And it is demonstrated that the external applied magnetic field has little influence on the emission model and can be neglected in the electromagnetic PIC simulations. Child law model is more suitable for the electromagnetic PIC simulation of foilless diode.

**Key words:** Foilless diode; Particle-in-cell; Space charge limited emission