

文章编号:1000-6893(2007)增-0S81-06

### 3 种气动弹性状态空间建模方法的对比

宋 晨, 杨 超, 吴志刚

(北京航空航天大学 航空科学与工程学院, 北京 100083)

#### Comparison of Three Aeroelastic State-space Modeling Methods

SONG Chen, YANG Chao, WU Zhi-gang

(School of Aeronautic Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics,  
Beijing 100083, China)

**摘 要:** 研究气动弹性状态空间建模的 3 种常用方法:最小二乘(LS)法、最小状态(MS)法和拟合状态空间(MA)法。用 2 个算例从颤振和频响特性角度分析和总结了它们的建模特点。在气动力有理函数拟合建模方法(LS 法、MS 法)研究中,着重分析滞后根的影响;在 MA 法的研究中,讨论了建模的特点。最后,系统对比了 3 种建模方法的建模效果及使用原则,为这些方法的工程应用提供参考。仿真计算结果表明,MS 法建立的模型阶数低、精度适中且使用方便,是比较好的方法,而 MA 法建立的模型频响特性与参考结果最为接近。

**关键词:** 气动弹性; 气动伺服弹性; 非定常气动力; 颤振; 状态空间方程

**中图分类号:** V215.3 **文献标识码:** A

**Abstract:** Three methods used for aeroelastic state-space modeling are discussed in this paper. They are least square (LS) method, minimum-state (MS) method and fit state-space approximation (MA) method. The modeling characters of these methods are analyzed and summarized through two models, according to flutter and response of frequency respectively. In the research of rational function approximation methods (LS and MS methods) on aerodynamic forces, the effects of lag root are highly analyzed. The character of MA method is also discussed. Finally, the modeling effects and utilizing principles are compared integrally, which then could be considered as assistance to engineering applications. The simulation results indicate that the MS method, used conveniently, is the preferable one which can generate models with low order and appropriate accuracy. The model founded on MA method gives the best accuracy of response of frequency, as compared with that of the standard result.

**Key words:** aeroelasticity; aeroservoelasticity; unsteady aerodynamics; flutter; state space equation

随着现代飞行器设计技术的发展,飞行器结构重量轻、弹性变形大,加之先进的伺服控制系统应用其中,结构、气动与控制的耦合作用日益显著,由此引发的气动伺服弹性(ASE)问题受到设计人员的关注<sup>[1]</sup>。传统飞控系统采用单输入单输出(SISO)控制,应用经典控制理论可以进行 ASE 分析。而未来的飞行器追求高性能,往往具有多控制面,协调操纵复杂多变,导致其控制系统也必然是多输入多输出(MIMO)的。纵向及横侧向控制律不能简单解耦,传统的分析与控制律设计手段已经不能满足现代 ASE 分析设计的要求<sup>[2-3]</sup>。

20 世纪发展了一套现代控制理论,以状态空间方法为基础,使得 MIMO 系统的分析问题得以解决。无论是稳定性分析还是稳定裕度估算都有

成熟的理论可以借鉴。要借助现代控制理论工具,气动弹性系统的状态空间模型就成了现代 ASE 分析的前提。

气动弹性基本运动方程为

$$M \cdot \ddot{q} + K \cdot q = \frac{1}{2} \rho V^2 \cdot Q \cdot q \quad (1)$$

式中:  $Q$  为非定常气动力系数矩阵,往往是频域下的离散形式,这给建立式(1)的状态空间形式带来了不便。如何将频域下的非定常气动力系数矩阵延拓至拉氏域,是气动弹性状态空间建模的关键<sup>[3]</sup>。

国内外关于线性系统状态空间建模主要有 4 种方法:最小二乘(LS)法<sup>[2,4]</sup>、修正矩阵(MMP)法<sup>[2]</sup>、最小状态(MS)法<sup>[2,4-5]</sup>和拟合状态空间(MA)法<sup>[6-7]</sup>。其中,前 3 种均采用气动力有理函数拟合方法,将频域下的气动力延拓至状态空间。拟合状态空间法则采用不同的思路,通过直接拟合系统的频率响应,建立状态空间模型。国内外早在 20 世

收稿日期:2006-10-25; 修订日期:2007-06-29

基金项目:国家自然科学基金(10432040,10502003);新世纪优秀人才支持计划(NCET-04-0170)

通讯作者:宋 晨 E-mail: sc16710@ase.buaa.edu.cn

纪90年代就对气动力有理函数拟合方法进行过研究<sup>[2-7]</sup>,但研究工作局限在各自方法上,缺少对各种方法的对比分析,这给实际应用带来不便。国内MA法相关的研究成果极少。另外,已有研究成果缺少对各种建模方法的频响特性对比,而频域特性虽然对颤振结果没有太大影响,但对控制律设计(如颤振主动抑制)的影响存在可能性。

本文主要研究LS法、MS法和MA法的状态空间建模规律,分别从气动力拟合精度、颤振精度、频响特性3个角度展开研究。并对各种方法进行系统的对比,从而为方法的选择和工程应用提供参考。

## 1 基本理论

线性系统状态空间方程形式

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{B} \cdot \mathbf{u} \quad (2a)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{D} \cdot \mathbf{u} \quad (2b)$$

气动弹性状态空间建模的目的在于将式(1)运动方程转化为式(2)形式。常用的线性系统气动弹性状态空间建模主要有两类方法:气动力有理函数拟合方法(如LS法、MS法)和频率响应拟合方法(如MA法)。两者的本质区别在于对气动力系数矩阵的处理有所不同。

(1) 最小二乘(LS)法

① LS法气动力拟合

非定常气动系数矩阵 $\mathbf{Q}$ 的LS法有理函数近似式<sup>[4]</sup>

$$\mathbf{Q}_{ap}(\bar{s}) = \mathbf{Q}_0 + \mathbf{Q}_1 \bar{s} + \mathbf{Q}_2 \bar{s}^2 + \sum_{j=1}^N \frac{\mathbf{E}_j \bar{s}}{s + r_j} \quad (3)$$

式中: $\mathbf{Q}_0, \mathbf{Q}_1, \mathbf{Q}_2, \mathbf{E}_j$ 均为 $n \times m$ 阶实矩阵; $r_j$ 为实常数,称为滞后根。并且有

$$\bar{s} = \frac{\dot{b}}{V} = \gamma + i\omega \quad (4)$$

$$s = \sigma + i\omega \quad (5)$$

式中: $b$ 为参考长度; $\omega$ 为振动圆频率; $\sigma$ 为运动衰减率; $V$ 为飞行速度。

在拟合前,已得到若干 $k$ 值的非定常广义气动力矩阵 $\mathbf{Q}$

$$\mathbf{Q}_i = \mathbf{Q}(k_i) = \mathbf{F}(k_i) + i \cdot \mathbf{G}(k_i) \quad (6)$$

式中: $\mathbf{F}(k), \mathbf{G}(k)$ 分别为 $\mathbf{Q}(k)$ 的实部和虚部。各矩阵均为 $n \times m$ 阶实矩阵。

拟合计算时一般先给定一组 $r_j$ ,显然当 $\bar{s} = ik_1$ 时,有 $\mathbf{Q}_i = \mathbf{Q}_{ap}$ 。将式(3)和式(6)代入其中,令实部、虚部分别相等,联立组成矩阵方程

$$\mathbf{P} \cdot \mathbf{y} = \mathbf{b} \quad (7)$$

式中: $\mathbf{y} = [\mathbf{Q}_0 \quad \mathbf{Q}_1 \quad \mathbf{Q}_2 \quad \vdots \quad \mathbf{E}_1 \quad \cdots \quad \mathbf{E}_N]^T$

式(7)为矛盾方程组,可求最小二乘解得到 $\mathbf{Q}_0, \mathbf{Q}_1, \mathbf{Q}_2, \mathbf{E}_j$ 系数矩阵。

② LS法状态空间建模

将式(3)代入气动弹性基本运动方程式(1),经拉氏变换整理即可得到气动弹性状态空间方程式(2a)的形式。并且状态变量为

$$\mathbf{x} = [\dot{\mathbf{q}}_s \quad \mathbf{q}_s \quad \vdots \quad \mathbf{x}_{a1}^T \quad \cdots \quad \mathbf{x}_{aN}^T]^T$$

$$\mathbf{u} = [\ddot{\mathbf{q}}_c \quad \dot{\mathbf{q}}_c \quad \mathbf{q}_c]^T$$

$$\mathbf{x}_{aj} = \frac{s \cdot \mathbf{E}_{sj}}{s + \frac{V}{b} r_j} \cdot \mathbf{q}_s + \frac{s \cdot \mathbf{E}_{cj}}{s + \frac{V}{b} r_j} \cdot \mathbf{q}_c$$

式中: $\mathbf{x}_{aj}$ 为气动力引起的附加状态 $n$ 阶向量。

若取系统输出向量为 $\mathbf{y} = [n_z, \omega_y]^T$ ,根据俯仰加速度过载 $n_z$ 和俯仰角速度 $\omega_y$ 的物理意义

$$n_z = \frac{a_z}{g} = \frac{1}{g} \cdot \mathbf{F}_z^T \cdot \ddot{\mathbf{q}}_s$$

$$\omega_y = \mathbf{R}_y^T \cdot \dot{\mathbf{q}}_s$$

式中: $\mathbf{F}_z$ 和 $\mathbf{R}_y$ 为浮沉加速度传感器和俯仰角速度传感器处的模态向量。同样,经整理可写成状态空间方程式(2b)的形式。至此,得到LS法状态空间的数学模型。

(2) 最小状态(MS)法

① MS法气动力拟合

MS法有理函数近似公式<sup>[4]</sup>为

$$\mathbf{Q}_{ap}(\bar{s}) = \mathbf{Q}_0 + \mathbf{Q}_1 \bar{s} + \mathbf{Q}_2 \bar{s}^2 + \sum_{k=1}^N \frac{\mathbf{d}_k \cdot \mathbf{e}_k^T \cdot \bar{s}}{s + r_k} \quad (8)$$

式中: $\mathbf{Q}_0, \mathbf{Q}_1, \mathbf{Q}_2$ 为 $n \times m$ 阶实矩阵; $\mathbf{d}_k, \mathbf{e}_k$ 分别为实的 $n$ 阶向量和 $m$ 阶向量; $r_k$ 为实常数。与LS法类似, $\bar{s} = ik_1$ 时,有 $\mathbf{Q}_i = \mathbf{Q}_{ap}$ 。

MS法由 $\mathbf{d}_k \cdot \mathbf{e}_k^T$ 代替了LS法中的矩阵 $\mathbf{E}_j$ , $\mathbf{d}_k$ 与 $\mathbf{e}_k$ 是相互关联的,因此MS法的气动力拟合需反复迭代。详细过程可参见文献[4]。

② MS法状态空间建模

该过程与LS法建模完全类似,这里不再赘述。需要注意的是,MS法模型的状态变量

$$\mathbf{x} = [\dot{\mathbf{q}}_s \quad \mathbf{q}_s \quad \vdots \quad x_{a1} \quad \cdots \quad x_{aN}]^T$$

$$x_{ak} = \frac{s \cdot \mathbf{e}_{sk}^T}{s + \frac{V}{b} r_k} \cdot \mathbf{q}_s + \frac{s \cdot \mathbf{e}_{ck}^T}{s + \frac{V}{b} r_k} \cdot \mathbf{q}_c$$

式中: $x_{ak}$ 亦为气动力引起的附加状态变量,与LS法附加状态变量略有不同。最小状态法状态方程为 $2n + N$ 阶,引起的气动力增阶仅为 $N$ ,所建立的状态空间方程阶数远远低于LS法建立模型。

MS法建立的模型具有最低阶数。

### (3) 拟合状态空间(MA)法

拟合状态空间(MA)法不需要进行气动力有理函数拟合,而是通过拟合系统传递函数频率响应,直接得到状态方程<sup>[7]</sup>。

#### ① MA法描述

对于MA法建立的状态空间模型,系统矩阵A共有n对共轭复根,设为 $\lambda_i = \sigma_i \pm \omega_i i$ 。可以证明存在一个满秩实数方阵T,令 $x = T \cdot z$ 能够使式(2)线性变换为以下形式

$$\begin{cases} \dot{z} = \bar{A} \cdot z + \bar{B} \cdot u \\ y = \bar{C} \cdot z + \bar{D} \cdot u \end{cases} \quad (9)$$

式中:系统矩阵

$$\begin{aligned} \bar{A} &= T^{-1} \cdot A \cdot T = \text{diag}(\bar{A}_i) \\ \bar{A}_i &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_i^2 - \sigma_i^2 & 2\sigma_i \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (10)$$

为对角块形式,输入矩阵

$$\bar{B} = \begin{bmatrix} 0 & b_{21}^1 & \cdots & b_{n_c}^1 \\ 1 & b_{22}^1 & \cdots & b_{n_c}^1 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & b_{21}^n & \cdots & b_{n_c}^n \\ 1 & b_{22}^n & \cdots & b_{n_c}^n \end{bmatrix}$$

输出矩阵

$$\bar{C} = C \cdot T = \begin{bmatrix} c_{11}^1 & c_{12}^1 & \cdots & c_{11}^n & c_{12}^n \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ c_{n_b}^1 & c_{n_b}^1 & \cdots & c_{n_b}^n & c_{n_b}^n \end{bmatrix}$$

直接传递矩阵

$$\bar{D} = D = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & \cdots & d_{1n_c} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ d_{n_b} & d_{n_b} & \cdots & d_{n_b n_c} \end{bmatrix}$$

以上各式中:n为模态个数; $n_c$ 为控制面个数; $n_b$ 为输出传感器个数。

#### ② 系数矩阵确定

根据颤振求解的P-K法理论,给定一个速度值V就可以确定一组颤振特征值

$$\lambda_i = \sigma_i \pm \omega_i i$$

代入式(10),可确定系统矩阵 $\bar{A}$ 。

将式(9)转化为传递函数形式

$$H(s) = \bar{C}(s \cdot I - \bar{A})^{-1} \cdot \bar{B} + \bar{D} \quad (11)$$

在进行频响拟合之前,已得到系统的传递函数H(s)。在式(11)与系统传递函数之间进行拟合,求解复数域的线性最小二乘法问题可得到系数矩阵 $\bar{B}, \bar{C}, \bar{D}$ 。详细过程参见文献<sup>[7]</sup>。

## 2 计算与分析

选取2个算例作为研究对象,其一为单控制面模型,另一个为双控制面。

**算例1:**某飞机动力学有限元模型及控制律数据。仅研究纵向环节,单控制面(升降舵)输入。输出为沉浮加速度过载和俯仰角速度。

该飞机的动力学有限元模型均为梁元结构,采用等效刚度的概念,把各个部件的刚度分布等效为梁元素相应的刚度。质量特性由集中质量单元模拟,每个部件都按节点分布给出质量矩阵。模型共有678个结点和100个梁元。

P-K法颤振计算结果:

$$V_F = 407.8 \text{ m/s}, \quad \omega_F = 10.5 \text{ Hz}$$

**算例2:**某三角翼风洞模型,该机翼带有2个后缘控制面和2个加速度传感器。该模型相对算例1结构较为简单,主要由梁元和板元组成。

P-K法颤振计算结果:

$$V_F = 46.6 \text{ m/s}, \quad \omega_F = 3.9 \text{ Hz}$$

### (1) 气动力拟合建模方法的研究与讨论

典型的气动力有理函数拟合建模方法,滞后根的选取具有随意性。这里研究滞后根变化对状态空间建模的影响及规律。

为便于寻找规律,只讨论滞后根个数为1的情况。在0.1至1.0之间均匀地选取10个数值作为滞后根值的样本点进行计算。

#### ① 滞后根与气动力系数矩阵拟合精度

MS法与LS法同属于气动力有理函数拟合建模方法,二者有很多相似之处。对算例1分别采用2种方法计算各滞后根值下的气动力系数矩阵的拟合精度,结果如图1所示。

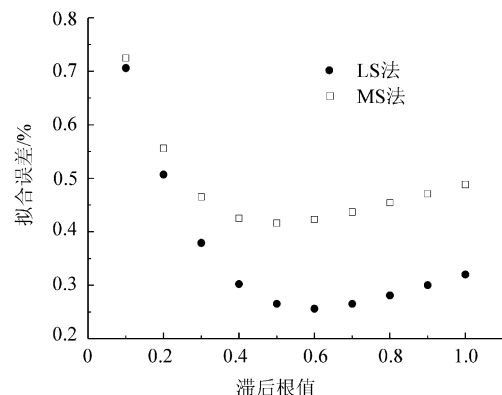


图1 LS法与MS法拟合精度对比(算例1)

Fig. 1 Comparison of approximate accuracies between LS and MS method (model 1)

计算结果表明,气动力系数矩阵的拟合精度与滞后根值的选取有关,并且是较为光滑的曲线关系;滞后根值在某一范围内变化,气动力矩阵的拟合精度较高。这里的拟合精度,在数学本质上是矛盾方程组最小二乘解的精度。

不难发现 MS 法与 LS 法在气动力有理函数拟合精度上所反映出来的规律是一致的。在相同滞后根条件下,LS 法的气动力拟合精度普遍高于 MS 法。

② 滞后根与颤振结果

气动弹性状态空间方程矩阵  $A$  的特征值随速度变化形成的根轨迹图代表了系统的稳定性。对于气动弹性问题,由此可得到颤振的临界稳定速度。参考经典的 P-K 法颤振结果,分别计算各滞后根值下的颤振精度,如图 2 所示。

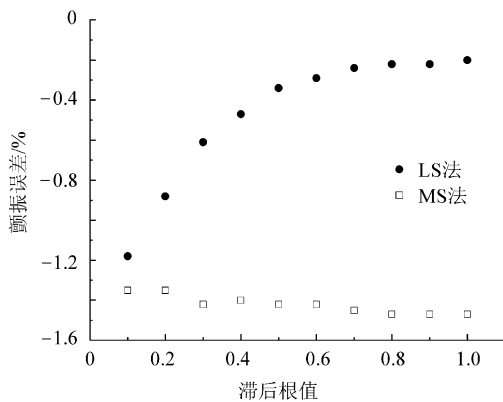


图 2 LS 法与 MS 法颤振精度对比(算例 1)

Fig. 2 Comparison of flutter accuracies between LS and MS method (model 1)

可以看到,颤振精度会随滞后根值变化,但变化规律与气动力拟合精度的变化规律有所不同。气动力拟合精度只受滞后根值的影响,而颤振结果与矩阵  $A$  的建立有关,直接受到滞后根值和拟合精度的双重影响。

③ 滞后根与频率响应

系统传递函数可由式(11)得到,取一组滞后根值:0.2,0.4,0.6,0.8,1.0 分别计算频率响应,得到一组随频率变化的幅值-相位曲线。

图 3 为沉浮加速度过载对升降舵输入的频率响应。由图可知,气动弹性系统的开环频率响应亦会受到滞后根值的影响。在幅值较大的部位曲线间的区别略明显,幅值较小处曲线几乎无差异。总地说来,频响曲线随滞后根变化不大。

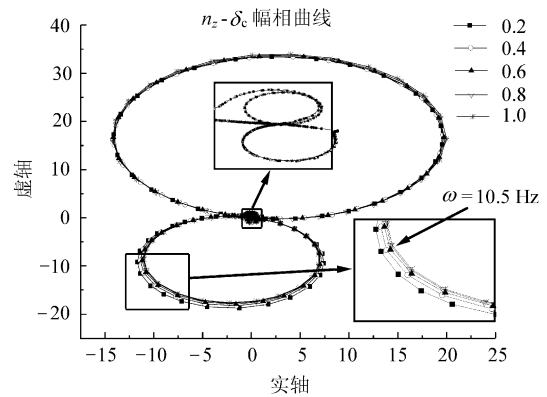


图 3 LS 法频率响应曲线随滞后根变化(算例 1)

Fig. 3 Relationships between responses of frequency and lag roots by LS method (model 1)

④ 滞后根选取原则

前述可知,对于气动力有理函数拟合建模方法来说,滞后根值的选取对所得模型的精度有一定的影响。可选取使气动力拟合精度最高的那个滞后根,能收到较好的建模效果。

(2) MA 法的研究与讨论

MA 法建模不需要进行气动力有理函数拟合,不含滞后根,因此无气动力增阶。本文分别对单、双控制面模型采用 MA 建模,来分析 MA 法的建模特点。

① 颤振计算

对算例 1、算例 2 分别用 MA 法建模求解系统矩阵特征值问题,得到临界稳定速度与经典 P-K 法颤振结果做对比。由表 1 知,MA 法建立的模型颤振结果与经典 P-K 法是完全一致的。这与 MA 法系统矩阵  $\bar{A}$  的建立方式是相符的。

表 1 颤振结果对比

Table 1 Comparison of flutter results

方法	算例 1(m · s <sup>-1</sup> )	算例 2(m · s <sup>-1</sup> )
P-K 法	407.8	46.6
MA 法	407.8	46.6

② 频率响应

从气动弹性运动方程出发,推导得到系统传递函数作为频率响应的参考标准。

图 4 为单控制面模型情况下的频率响应对比曲线,可以看出 MA 法建模得到的频率响应与参考结果几乎完全重合。单控制面情况 MA 法建模,频响曲线的拟合精度很高。

对算例 2 可得到类似的结果,如图 5 所示。不难看出,双控制面模型 MA 法建模计算频率响应,频响曲线的拟合精度低于单控制面情况。

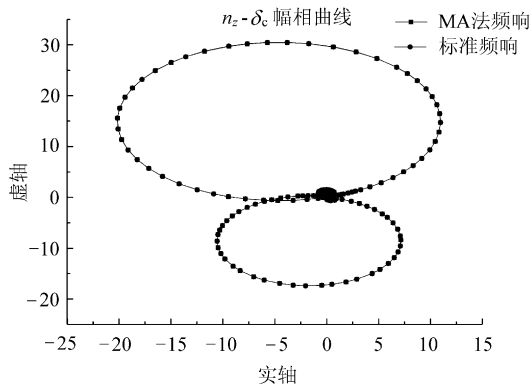


图4 MA法频率响应曲线对比(算例1)

Fig. 4 Responses of frequency by MA method (model 1)

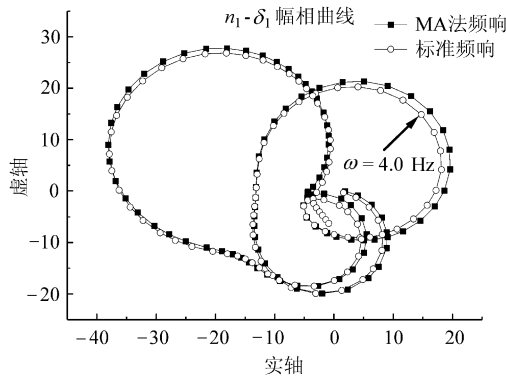


图5 MA法频率响应曲线对比(算例2)

Fig. 5 Responses of frequency by MA method (model 2)

③ MA法建模特点

MA法建模不需要进行气动力拟合,无滞后根选取的问题。建立的状态方程不含气动力增阶,有利于气动伺服弹性分析与综合。但MA法得到的状态空间模型是数字离散形式,建立的状态空间方程不显含速度V,对每个速度状态点都需要重新建模,使用不方便。

使用MA法时需注意,在进行频响拟合时,选取的频率范围一定要包含模型的各阶模态频率,即参与拟合的计算频率点要尽量真实地反映系统频响曲线。否则建立的状态空间模型会失真比较严重,甚至无法拟合计算。

(3) 建模方法的综合对比

① 精度与阶数对比

由表2可知,3种建模方法得到的状态空间模型用于颤振计算,其结果与P-K法结果相比较为精确,精度均可满足工程误差要求。相同滞后根情况下,LS法与MS法相比模型阶次更高。

表2 相同滞后根情况下的对比(算例1)

Table 2 Comparisons of results with the same lag roots (model 1)

参数	LS法	MS法	MA法
滞后根值	0.5	0.5	—
$V_F / (m \cdot s^{-1})$	406.6	402.0	407.8
颤振误差/%	-0.29	-1.42	0
方程维数	$13 \times (2+1) = 39$	$13 \times 2 + 1 = 27$	$13 \times 2 = 26$

这里需要注意的是,在使用MS法建模做气动伺服弹性分析与设计时,只选用一个滞后根往往不能满足要求,通常需增加滞后根个数。表3结果表明:调整MS法滞后根个数及分布,MS法建立的模型阶次仍然较低,尽管增加了滞后根个数,模型阶次仍可低于LS法,且精度适中。

表3 调整滞后根值颤振精度对比(算例1)

Table 3 Comparisons of flutter accuracies with lag roots rectified (model 1)

参数	LS法	MS法	MA法
滞后根值	0.8	0.4, 0.6 0.8, 1.0	—
$V_F / (m \cdot s^{-1})$	407.1	407.1	407.8
颤振误差/%	-0.02	-0.02	0
方程维数	$13 \times (2+1) = 39$	$13 \times 2 + 4 = 30$	$13 \times 2 = 26$

在状态空间模型下计算的颤振是A特征值分析的结果,因此,颤振精度可反映出模型系统矩阵A的建模效果。

② 频率响应

各种方法计算频率响应,如图6所示。各种建模方法得到的频响曲线存在差异。低频(10 Hz以下)时曲线差异不大,较高频率段(39.8 Hz附近)相差较明显。MA法频响曲线与标准曲线最为接近,其次为LS法曲线。

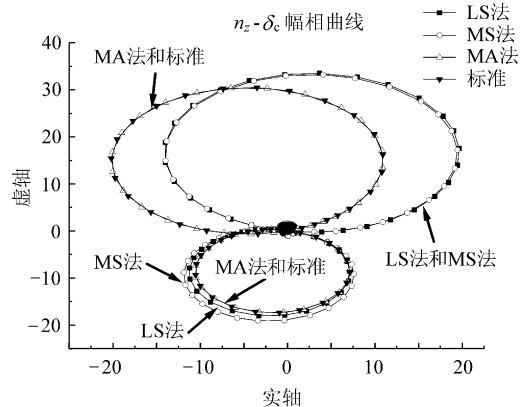


图6 频率响应曲线对比(算例1)

Fig. 6 Comparison of responses of frequency (model 1)



由式(11)知,传递函数与矩阵 $\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}, \bar{D}$ 均有关,因此,频响曲线差异可反映状态空间模型 $\bar{B}, \bar{C}, \bar{D}$ 的建模效果。

### 3 结 论

主要研究 LS 法、MS 法、MA 法 3 种气动弹性状态空间建模方法,并对它们的建模效果进行分析与比较。

(1) 气动力拟合建模方法(LS 法、MS 法)建立的模型与滞后根值的选取有关。并且存在一定规律。通常可选取使气动力拟合精度最高的那个滞后根,能收到较好的建模效果。

(2) MA 法建立状态空间模型不显含速度  $V$ , 每个速度状态点都需要重新建模,使用不方便。另外,建模效果与选取的拟合频率计算点有关。

(3) MA 法具有最低阶次;LS 法相对 MS 法精度较高,但气动力增阶大;MS 法采用多滞后根,可收到较好的效果,且模型阶数适中。

(4) 从频响特性的角度看,通过对比以上几种方法,MA 法的结果与参考频响结果最为接近。更适合于颤振主动抑制、阵风减缓控制律设计。

### 参 考 文 献

- [1] 陈桂彬, 邹丛青. 气动伺服弹性技术在飞机设计中的应用[J]. 航空学报, 1996, 17(7): 31-35.  
Chen G B, Zou C Q. Application of aeroservoelastic techniques on airframe design[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 1996, 17(7): 31-35. (in Chinese)
- [2] Noll T E. Aeroservoelasticity[R]. AIAA 90-1073, 1990.
- [3] 邹丛青, 陈桂彬. 气动弹性力学的新分支——气动伺服弹性. 北京航空航天大学学报, 1995, 21(2): 22-27.  
Zou C Q, Chen G B. A new branch of aeroelasticity — aeroservoelasticity[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 1995, 21(2): 22-27. (in Chinese)

- [4] 宗捷. 非定常空气动力有理函数近似及非线性颤振研究[D]. 北京: 北京航空航天大学, 1995.  
Zong J. The rational function approximation of unsteady aerodynamic and the non-linear flutter research[D]. Beijing: Beijing University of Aeronautics and Astronautics 1995. (in Chinese)
- [5] Tiffany S, Kapel M. Aeroservoelastic modeling and applications using minimum-state approximations of the unsteady aerodynamics[R]. AIAA-89-1188, 1989.
- [6] Pitt D M, Goodman C E. FAMUSS: a new aeroservoelastic modeling tool[R]. AIAA-92-2395, 1992.
- [7] 陈立新. 用于气动伺服弹性的低阶建模方法及其应用研究[D]. 北京: 北京航空航天大学, 1997.  
Chen L X. The low-order modeling method for aeroservoelasticity and its application research[D]. Beijing: Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 1997. (in Chinese)

#### 作者简介:



宋 晨(1982—) 男, 博士研究生。主要研究方向: 气动弹性力学与主动控制。  
Tel: 010-82313376  
E-mail: sc16710@ase.buaa.edu.cn



杨 超(1966—) 男, 教授, 博士生导师。主要研究方向: 气动弹性、飞行力学、飞行器设计。  
Tel: 010-82317533  
E-mail: yangchao@buaa.edu.cn



吴志刚(1977—) 男, 讲师。主要研究方向: 气动弹性与主动控制、飞行器设计。  
Tel: 010-82317510  
E-mail: wuzhigang@buaa.edu.cn

(责任编辑: 刘振国)