系 统 科 学 与 数 学
J. Sys. Sci. & Math. Scis.
28(3) (2008, 3), 257–264

Hilbert 空间中二阶广义分布参数系统的反馈控制与极点配置*

刘 锋
(江苏技术师范学院基础学科部, 常州 213001)
葛 照 强
(西安交通大学应用数学系, 西安 710049)

摘要 应用泛函分析及算子理论方法讨论了 Hilbert 空间中二阶广义分布参数系统的反馈控制与极点配置问题，通过构造状态反馈的具体形式使所得闭环系统实现无限多个极点的配置；利用有界线性算子的广义逆给出了问题的解及解的构造性表达式；这对广义分布参数系统的极点配置研究具有重要的理论价值.

关键词 二阶广义分布参数系统，状态反馈，极点配置， Hilbert 空间.

MR(2000) 主题分类号 93D15

1 引 言

广义分布参数系统是比分布参数系统更广的一类控制系统，它出现在复合材料的温度分布，电磁耦合超导线路的电压分布，电缆中的信号传播等领域 [1–3], 它与一般的分布参数控制系统有着本质的差别 [1–7], 当受到干扰时，不仅系统会失稳，而且系统自身结构会发生很大的变化，如产生脉冲行为等. 对于该系统，研究其极点配置是最重要的问题之一，文 [4–6] 已讨论了一阶广义分布参数系统的极点配置. 在实际中，有一些现象能被描述为二阶广义分布参数系统 [3], 因此有必要研究这类系统的极点配置. 本文应用泛函分析及算子理论研究了 Hilbert 空间中二阶广义分布参数系统的反馈控制与极点配置，利用有界线性算子的广义逆给出了问题的解及解的构造性表达式，这对广义分布参数系统的极点配置研究具有重要的理论价值.

众所周知，电磁耦合超导线路已经获得大量的应用，其中在材料科学和医学中，核磁共振成像是科学家们最感兴趣的领域之一，这种共振现象可描述为如下耦合方程 [3]

$$LC\frac{\partial^2 y(t,x)}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 y(t,x)}{\partial x^2} + b(x)u(t), \tag{1.1}$$

* 国家自然科学基金 (60674018) 和江苏省教育厅自然科学基金 (05KJD110058) 资助项目.
收稿日期：2007-01-31, 收到修改稿日期：2007-04-23.

其中 $y(t,x)\in R^n$ 为电压向量, $L,C\in R^{n\times n}$ 分别为感应系数和电容的常矩阵, $b(x)\in R^n$, $u(t)$ 是数值函数. 通常产出矩阵 LC 是奇异的, 并且有如下的初值和边值条件

$$y(0,x)=F_0(x),\quad \left.\frac{\partial y}{\partial t}\right|_{t=0}=F_1(x),\quad y(t,0)=0,\quad y(t,l)=0. \tag{1.2}$$

由于系统 (1.1) 是一个奇异的偏微分方程, 即系统 (1.1) 是一个无限维奇异控制系统 (奇异分布参数系统), 所以它能用 Hilbert 空间中抽象的发展方程来描述. 事实上, 设 H 表示复的可析的 Hilbert 空间, 使得

$$y(t)\in H,\quad Ey(t)(x)=LCy(t,x),\quad Ay(t)(x)=\frac{\partial^2 y(t,x)}{\partial x^2},$$
$$y(t)(x)=y(t,x),\quad bu(t)=b(x)u(t),$$

则 A 是一个线性算子, E 是一个有界线性算子, $b\in H$, 于是可得如下 Hilbert 空间中二阶广义分布参数控制系统

$$\begin{cases} E\ddot{x}=Ax+bu(t), \\ x(0)=x_0,\quad \dot{x}(0)=x_1. \end{cases} \tag{1.3}$$

设反馈控制为

$$u(t)=\langle E\dot{x},g\rangle, \tag{1.4}$$

其中 $g\in H$, $g\neq 0$, $\langle\cdot,\cdot\rangle$ 表示 H 中的内积. 将 (1.4) 代入 (1.3) 可得如下广义闭环控制系统

$$\begin{cases} E\ddot{x}=G\dot{x}+Ax, \\ x(0)=x_0,\quad \dot{x}(0)=x_1, \end{cases} \tag{1.5}$$

其中 $G\dot{x}=\langle E\dot{x},g\rangle b$. 闭环系统 (1.5) 相应的广义特征方程为

$$\lambda^2 Ex=\lambda Gx+Ax. \tag{1.6}$$

记 $\sigma_p=\{\lambda:$ 存在 $x\in H$ 且 $x\neq 0$ 使得 $\lambda^2Ex=\lambda Gx+Ax\}$ 表示闭环系统 (1.5) 的有限极点.

对于任一复数集 $\{\lambda_i\}_{i\in J}$, $J=\{\pm1,\pm2,\cdots\}$, 系统 (1.5) 的极点配置问题是: 是否存在 $g\in H$, 使得对于预先给定的元素 $b\in H$ 有 $\sigma_p=\{\lambda_i\}_{i\in J}$.

以下 E^* 表示 E 的共轭算子, $\sigma_p(E,A)=\{\lambda:$ 存在 $x\in H$ 且 $x\neq 0$ 使得 $\lambda Ex=Ax$, 即 λ 是 E 和 A 的有限广义特征值$\}$ 表示 E 和 A 的所有有限广义特征值的集合; $\rho(E,A)=\{\alpha:(\alpha E-A)$ 为正则算子$\}$; 对 $\alpha\in\rho(E,A)$, $R(\lambda E,A)=(\alpha E-A)^{-1}$; I 表示 H 上的恒等算子.

2 定义及引理

假设 2.1 设 A 是闭的稠定线性算子且存在 $A^{\frac{1}{2}}$; E 是有界线性算子, $E=E^2$ 且 $EA^{\frac{1}{2}}=A^{\frac{1}{2}}E$; E 和 A 仅有有限广义特征值 $\{\lambda_k\}_1^\infty$, 且每一 λ_k 是单重的, φ_k 是相应的广义

特征向量，即 $\lambda_k E_0\varphi_k = A_0\varphi_k$; $\{\psi_k\}_1^\infty$ 表示满足 $\overline{\lambda_k}E^*\psi_k = A^*\psi_k$ $(k=1,2,\cdots)$ 的 E^* 和 A^* 的广义特征向量全体所构成的集合且构成 H 中的一个无条件基的子集，并且

$$\langle E\varphi_k, \psi_l\rangle = \begin{cases} 1, & k=l, \\ 0, & k\neq l, \end{cases} \qquad k,l=1,2,\cdots.$$

设

$$E_1 = \begin{pmatrix} I & O \\ O & E \end{pmatrix}, \quad A_1 = \begin{pmatrix} O & A^{\frac{1}{2}} \\ A^{\frac{1}{2}} & O \end{pmatrix}, \quad G_1 = \begin{pmatrix} O & O \\ O & G \end{pmatrix},$$

$$y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}, \quad y_1 = A^{\frac{1}{2}}x, \quad y_2 = \dot{x},$$

由 (1.5) 可得

$$\begin{cases} E_1\dot{y} = (A_1+G_1)y, \\ y_0 = \begin{pmatrix} A^{\frac{1}{2}}x_0 \\ x_1 \end{pmatrix}, \end{cases} \tag{2.1}$$

闭环系统 (2.1) 相应的广义特征方程为

$$\lambda E_1 y = (A_1+G_1)y, \tag{2.2}$$

如果 (λ,x) 是方程 (1.6) 的解，则 (λ,y) 是方程 (2.2) 的解，其中 $y=\begin{pmatrix} A^{\frac{1}{2}}x \\ \lambda x \end{pmatrix}$; 反过来，如果 $y=\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}$, $y_2=\lambda x$, 且 (λ,y) 是方程 (2.2) 的解，则 (λ,x) 是方程 (1.6) 的解，且 $y=\begin{pmatrix} A^{\frac{1}{2}}x \\ \lambda x \end{pmatrix}$. 所以， $\sigma_p=\sigma_p(E_1,A_1+G_1)$, 且系统 (1.5) 的极点配置问题变成：对于任一复数集 $\{\lambda_i\}_{i\in J}$, $J=\{\pm1,\pm2,\cdots\}$, 是否存在 $g\in H$, 使得对于预先给定的元素 $b\in H$ 有

$$\sigma_p(E_1,A_1+G_1)=\{\lambda_i\}_{i\in J}.$$

以下定义 2.1, 引理 2.1 及引理 2.2 见文 [8].

定义 2.1 设 $B(H)$ 表示 H 上有界线性算子全体所形成的 Banach 代数. 对 $B\in B(H)$, 若存在 $B^+\in B(H)$, 使得

$$BB^+B=B, \quad B^+BB^+=B^+, \quad (B^+B)^*=B^+B, \quad (BB^+)^*=BB^+,$$

则 B^+ 称为有界线性算子 B 的一个广义逆.

引理 2.1 若 B^+ 存在，则 B^+ 唯一，且 $(B^*)^+$ 也存在，满足 $(B^+)^*=(B^*)^+$.

引理 2.2 设 $x,a\in H, B\in B(H)$, 且存在 B^+. 若 $Bx=a$ 可解，则通解为

$$x=B^+a+[I-B^+B]c,$$

其中 c 是 H 中任一元.

直接可证得如下引理.

引理 2.3 若 E 和 A 满足假设 2.1, 且 $R=R(\lambda^2E,A)$, 则 $\lambda\in\rho(E_1,A_1)$ 的充分必要条件是 $\lambda^2\in\rho(E,A)$, 且

$$R(\lambda E_1,A_1)=(\lambda E_1-A_1)^{-1}=\begin{pmatrix}\lambda ER & A^{\frac{1}{2}}R\\ A^{\frac{1}{2}}R & \lambda R\end{pmatrix}.$$

引理 2.4 若 E 和 A 满足假设 2.1, 且 $\alpha^2\notin\sigma_p(E,A)$, 则 $\alpha\in\sigma_p(E_1,A_1+G_1)$ 的充分必要条件是 $\langle E_1R(\alpha E_1,A_1)b_1,g_1\rangle=1$, 其中 $b_1=\begin{pmatrix}0\\ b\end{pmatrix}$, $g_1=\begin{pmatrix}0\\ g\end{pmatrix}$.

证 若 $\alpha\in\sigma_p(E_1,A_1+G_1)$, 且 $\psi\neq 0$ 满足 $\alpha E_1\psi=(A_1+G_1)\psi$, 则

$$\alpha E_1\psi=A_1\psi+G_1\psi=A_1\psi+\langle E_1\psi,\ g_1\rangle b_1,$$

从而 $(\alpha E_1-A_1)\psi=\langle E_1\psi,\ g_1\rangle b_1$.

由于 $\alpha^2\notin\sigma_p(E,A)$, 即 $\alpha^2\in\rho(E,A)$, 由引理 2.3 可得 $\alpha\in\rho(E_1,A_1)$, 所以

$$\psi=(\alpha E_1-A_1)^{-1}\langle E_1\psi,g_1\rangle b_1, \tag{2.3}$$

由此可得

$$\langle E_1\psi,g_1\rangle=\langle E_1\psi,g_1\rangle\langle E_1(\alpha E_1-A_1)^{-1}b_1,g_1\rangle. \tag{2.4}$$

将 (2.4) 代入 (2.3) 可得

$$\psi=R(\alpha E_1,A_1)\langle E_1\psi,g_1\rangle\langle E_1R(\alpha E_1,A_1)b_1,g_1\rangle b_1=\langle E_1R(\alpha E_1,A_1)b_1,g_1\rangle\psi,$$

由于 $\psi\neq 0$, 所以 $\langle E_1R(\alpha E_1,A_1)b_1,g_1\rangle=1$.

反过来,若 $\langle E_1R(\alpha E_1,A_1)b_1,g_1\rangle=1$, 由引理 2.3 可知 $\alpha\in\rho(E_1,A_1)$. 令 $\psi_0=R(\alpha E_1,A_1)b_1$, 其中 $\psi_0\neq 0$, 则

$$\begin{aligned}&[\alpha E_1-(A_1+G_1)]\psi_0\\ &=(\alpha E_1-A_1)\psi_0-\langle E_1\psi_0,g_1\rangle b_1\\ &=(\alpha E_1-A_1)R(\alpha E_1,A_1)b_1-\langle E_1R(\alpha E_1,A_1)b_1,g_1\rangle b_1\\ &=0,\end{aligned}$$

从而有 $\alpha\in\sigma_p(E_1,A_1+G_1)$.

3 主要结果及证明

定理 3.1 设系统 (1.3) 满足假设 2.1, E^+ 存在. 令

$$J=\{\pm1,\pm2,\cdots,\pm n,\cdots\},\quad \mu_n=\begin{cases}\sqrt{\lambda_n}, & n=1,2,\cdots,\\ -\sqrt{\lambda_n}, & n=-1,-2,\cdots,\end{cases}$$

$\lambda_n=\lambda_{-n}$ $(n=-1,-2,\cdots)$, 且

1) $d_k = \frac{1}{\sqrt{2}}\langle b, \psi_k\rangle \neq 0\ (k = \pm1, \pm2, \cdots),\ \psi_k = \psi_{-k}\ (k = -1, -2, \cdots)$;

2) $\inf\limits_{i\neq j} |\lambda_i - \lambda_j| \geq \delta > 0$;

3) $\{\alpha_i\}_{i\in J}$ 是满足 $\alpha_i \neq \alpha_j (i \neq j)$, $\alpha_i \notin \sigma_p(E_1, A_1)$ 的任意的复数集，且级数

$$\sum_{i\in J}\left|\frac{\alpha_i - \mu_i}{\frac{1}{\sqrt{2}}\langle b, \psi_i\rangle}\right|^2 \tag{3.1}$$

收敛.

若 $c_i = (\mu_i - \alpha_i)\prod\limits_{j\in J, j\neq i}\left(\frac{\alpha_j - \mu_i}{\mu_j - \mu_i}\right)(i \in J)$ 满足 $c_i = c_{-i}\ (i \in J)$, 则存在 $g \in H$ 使得 $\{\alpha_i\}_{i\in J} = \sigma_p(E_1, A_1 + G_1)$, 且 $g = \sum\limits_{k\in J}\frac{-\overline{c_k}}{\sqrt{2}d_k}\psi_k + [I - (E^*)^+E^*]a$, 其中 a 是 H 中任一元.

证 令

$$u_l = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}\operatorname{sgn}(l)E\varphi_l \\ \varphi_l\end{pmatrix}, \quad v_l = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}\operatorname{sgn}(l)E^*\psi_l \\ \psi_l\end{pmatrix},$$

其中 $\varphi_l = \varphi_{-l}$, $\psi_l = \psi_{-l}$. 立即可证得

$$\sqrt{\lambda_l}E_1u_l = A_1u_l, \quad \sqrt{\overline{\lambda_l}}E_1^*v_l = A_1^*v_l, \quad \langle E_1u_l, v_k\rangle = \begin{cases}1, & l = k, \\ 0, & l \neq k,\end{cases}$$

$$\langle b_1, v_k\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\langle b_0, \psi_k\rangle = d_k,$$

其中 $\{v_k\}_{k\in J}$ 是 $H\times H$ 中任意复数构成的子集. 令

$$f(z) = \prod_{i\in J}\left(\frac{z - \alpha_i}{z - \mu_i}\right) = \prod_{i\in J}\left(1 - \frac{\mu_i - \alpha_i}{z - \mu_i}\right), \tag{3.2}$$

因为级数 (3.1) 收敛，因此 $f(z)$ 是以 μ_i 为单极点的亚纯函数，且 $\lim\limits_{z\to\infty}\frac{f(z)}{z} = 0$, 由复变函数的理论可知， $f(z)$ 可表示成如下的形式

$$f(z) = f(0) + \sum_{n\in J}c_n\left(\frac{1}{z - \mu_n} + \frac{1}{\mu_n}\right). \tag{3.3}$$

若 (3.3) 式中 $z \notin \sigma_p(E_1, A_1)$, 且 $z \to \infty$, 则 $1 = f(0) + \sum\limits_{n\in J}\frac{c_n}{\mu_n}$.

由 (3.3) 式可得

$$f(z) = 1 + \sum_{n\in J}\frac{c_n}{z - \mu_n}. \tag{3.4}$$

由 (3.4) 式可得

$$c_n = (\mu_n - \alpha_n)\prod_{j\in J, j\neq n}\frac{\alpha_j - \mu_n}{\mu_j - \mu_n}, \quad n \in J,$$

其中 α_i 是 $f(z)$ 的零点. 由 (3.3) 式可得 $1 = \sum\limits_{n\in J}\frac{-c_n}{\alpha_j - \mu_n}\ (j \in J)$.

令 $\varDelta_i=\prod\limits_{j\in J,j\neq i}\left(\frac{\alpha_j-\mu_i}{\mu_j-\mu_i}\right)(i\in J)$, 则

$$\begin{aligned}|\varDelta_i|&\leq\prod_{j\in J,j\neq i}\left(1+\left|\frac{\alpha_i-\mu_j}{\mu_j-\mu_i}\right|\right)\leq\exp\left(\sum_{j\in J,j\neq i}\left|\frac{\alpha_i-\mu_j}{\mu_i-\mu_j}\right|\right)\\&\leq\exp\left[\frac{1}{\delta}\sum_{j\in J,j\neq i}\left|\frac{\alpha_i-\mu_j}{d_j}\right||d_j|\right]\\&\leq\exp\left[\frac{1}{\delta}\left(\sum_{j\in J,j\neq i}\left|\frac{\alpha_i-\mu_j}{d_j}\right|^2\right)^{\frac12}\left(\sum_{j\in J,j\neq i}|d_j|^2\right)^{\frac12}\right],\end{aligned}$$

由定理中条件 1) 及假设 2.1: $\{\psi_k\}_1^\infty$ 构成 H 中的一个无条件基的子集, 可知级数 $\sum\limits_{j\in J,j\neq i}|d_j|^2$ 收敛; 由条件 3) 知级数 $\sum\limits_{j\in J,j\neq i}\left|\frac{\alpha_i-\mu_j}{d_j}\right|^2$ 收敛, 因此上式中的

$$\exp\left[\frac{1}{\delta}\left(\sum_{j\in J,j\neq i}\left|\frac{\alpha_i-\mu_j}{d_j}\right|^2\right)^{\frac12}\left(\sum_{j\in J,j\neq i}|d_j|^2\right)^{\frac12}\right]$$

是一个有限常数, 记为 M, 即有 $|\varDelta_i|\leq M<+\infty\ (i\in J)$, 从而

$$\sum_{i\in J}\left|\frac{c_i}{d_i}\right|^2=\sum_{i\in J}\left|\frac{\mu_i-\alpha_i}{d_i}\varDelta_i\right|^2\leq M^2\sum_{i\in J}\left|\frac{\mu_i-\alpha_i}{d_i}\right|^2.\tag{3.5}$$

由 (3.5) 可知级数 $\sum\limits_{i\in J}\left|\frac{c_i}{d_i}\right|^2$ 收敛, 因此 $g_1=\sum\limits_{i\in J}\frac{-\overline{c_i}}{d_i}v_i+[I_1-(E_1^*)^+E_1^*]a_1$ 是 $H\times H$ 中的元, 其中 a_1 是 $H\times H$ 中任一元, 且

$$\begin{aligned}\langle E_1R(\alpha_jE_1,A_1)b_1,g_1\rangle&=\sum_{i\in J}\frac{-c_i}{d_i}\langle R(\alpha_jE_1,A_1)b_1,E_1^*v_i\rangle\\&=\sum_{i\in J}\frac{-c_i}{d_i(\alpha_j-\mu_i)}\langle R(\alpha_jE_1,A_1)b_1,(\overline{\alpha_j}E_1^*-A_1^*)v_i\rangle\\&=\sum_{i\in J}\frac{-c_i}{d_i(\alpha_j-\mu_i)}\langle b_1,v_i\rangle\\&=\sum_{i\in J}\frac{-c_i}{d_i(\alpha_j-\mu_i)}\left\langle\begin{pmatrix}0\\b_0\end{pmatrix},\frac{1}{\sqrt2}\begin{pmatrix}\mathrm{sgn}(i)E\psi_i\\\psi_i\end{pmatrix}\right\rangle\\&=\frac{1}{\sqrt2}\sum_{i\in J}\frac{-c_i}{d_i(\alpha_j-\mu_i)}\langle b_0,\psi_i\rangle\\&=\sum_{i\in J}\frac{-c_i}{\alpha_j-\mu_i}=1.\end{aligned}$$

由引理 2.4 可得 $\alpha_i \in \sigma_p(E_1, A_1+G_1)$, 从而 $\{\alpha_i\}_{i\in J} \subset \sigma_p(E_1, A_1+G_1)$.

与文 [6] 中的证法相类似，我们可证得 $\{\alpha_i\}_{i\in J} \supset \sigma_p(E_1, A_1+G_1)$, 所以

$$\{\alpha_i\}_{i\in J} = \sigma_p(E_1, A_1+G_1).$$

由 $c_i = c_{-i}$ $(i \in J)$, 我们有

$$g_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ \sum\limits_{i\in J} \frac{-\overline{c_i}}{\sqrt{2d_i}}\psi_i + [I-(E^*)^+E^*]a \end{pmatrix},$$

因此

$$g = \sum_{i\in J} \frac{-\overline{c_i}}{\sqrt{2d_i}}\psi_i + [I-(E^*)^+E^*]a,$$

其中 a 是 H 中任一元.

4　结　论

本文应用泛函分析及算子理论讨论了 Hilbert 空间中二阶广义分布参数系统的反馈控制与极点配置，利用有界线性算子的广义逆给出了问题的解及解的构造性表达式，这对广义分布参数系统的反馈控制和极点配置研究具有重要的理论价值.

参　考　文　献

[1] Joder L and Femandez M L. An implicit difference method for the numerical solution of coupled system of partial differential equations. *Appl. Math. Comput.*, 1991, **46**(1): 127–134.

[2] Lewis F L. A review of 2-D implicit systems. *Automatic*, 1992, **28**(2): 345–354.

[3] Trzaska Z and Marszalek W. Singular distributed parameter systems. *IEEE Control Theory and Applications*, 1993, **40**(5): 305–308.

[4] 葛照强，朱广田，马勇镐. 一阶耦合广义控制系统的极点配置. 控制理论与应用， 2000, **17**(2): 379–383.

[5] Ge Zhaoqiang and Ma Yonghao. Pole assignment of the coupled generalized system. *Systems Science*, 2000, **26**(1): 5–14.

[6] 葛照强，马勇镐. 一阶广义分布参数系统的极点配置. 数学年刊 A 辑， 2001, **22**(6): 729–734.

[7] 王康宁，吕涛，邹振宇. 分布参数控制系统的极点配置问题. 中国科学 A 辑， 1982, **12**(2): 172–184.

[8] 葛照强. 算子逆问题及其应用. 西安：陕西科学技术出版社， 1993.

[9] Ge Zhaoqiang, Zhu Guangtian and Ma Yonghao. Spectrum distribution of the second order generalized distributed parameter system. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2003, **24**(10): 1224–1232.

[10] Liu Feng, Xu Xiaoyan and Ge Zhaoqiang. Feedback control and pole assignment of the second order generalized control systems. Proc. of SICE Annual Conference 2005, Okayama, Japan, 2005, 2514–2518.

[11] Wang Jiangshu and Liu Feng. On the pole assignment of generalized linear system containing impulse modulus. Proc. of the 5th World Congress on Intelligent Control and Automation, Hangzhou, China, 2004, 985–987.

[12] Liu Feng, Wang Jiangshu and Ge Zhaoqiang. Two necessary and sufficient conditions for controllability of generalized system. *Pure and Applied Mathematics*, 2005, **21**(4): 361–365.
[13] Liu Feng and Ge Zhaoqiang. On the pole assignment for a class of generalized control system. *Dynamics of Continuous, Discrete and Impulsive Systems Series B: Applications and Algorithms*, 2006, **13**(1): 125–129.

FEEDBACK CONTROL AND POLE ASSIGNMENT OF THE SECOND ORDER SINGULAR DISTRIBUTED PARAMETER CONTROL SYSTEMS IN HILBERT SPACE

LIU Feng

(*Department of Basic Courses, Jiangsu Teachers University of Technology, Changzhou* 213001)

GE Zhaoqiang

(*Department of Applied Mathematics, Xi'an Jiaotong University, Xi'an* 710049)

Abstract Feedback control and pole assignment problems of the second order singular distributed parameter control systems were discussed via the method of functional analysis and operator theory in Hilbert space. The suitable state feedback makes it possible to assign infinitely many poles of the closed loop system. The constructive expression of the pole assignment is given by the generalized inverse of bounded linear operator. This research is theoretically important for studying the pole assignment of singular distributed parameter control systems.

Key words The second order singular distributed parameter control systems, feedback control, pole assignment, Hilbert space.