

# 基于梯度的混合 Mumford-Shah 模型医学图像分割

朱峰<sup>1</sup>, 宋余庆<sup>2</sup>, 朱玉全<sup>2</sup>, 郭依正<sup>2</sup>

(1. 江苏大学理学院, 镇江 212013; 2. 江苏大学计算机与通信工程学院, 镇江 212013)

**摘要:** 针对 C-V 法的水平集图像分割法缺少局部控制能力等问题, 将基于边缘的几何主动轮廓线模型和基于区域的 C-V 法两者结合起来, 提出了基于梯度的混合 Mumford-Shah 图像分割模型 HMSG。给出了 HMSG 模型的参数设置准则, 在分割的初期加大模型中全局特征项的权值, 在分割的后期则加大局部特征项的权值, 以提高模型的图像分割能力。对合成图像与医学图像的分割实验结果表明, 该方法优于 C-V 方法对于含有噪声和边缘模糊的非二值图像的分割, 能够较为准确地提取图像边界, 可以有效提高图像分割整体性能。

**关键词:** 图像分割; Mumford-Shah 模型; 水平集方法; 梯度

## Hybrid Mumford-Shah Model for Medical Image Segmentation Based on Gradient

ZHU Feng<sup>1</sup>, SONG Yu-qing<sup>2</sup>, ZHU Yu-quan<sup>2</sup>, GUO Yi-zheng<sup>2</sup>

(1. Faculty of Science, Jiangsu University, Zhenjiang 212013;

2. School of Computer Science and Communication, Jiangsu University, Zhenjiang 212013)

**【Abstract】** The proposed level set method by C-V is failed to control the local feature. In order to eliminate C-V method's demerits, a hybrid Mumford-Shah model based on gradient(HMSG) is proposed. HMSG model has the merits of the geometric active contour based on edge and C-V method based on region. In addition, a rule of parameter choice is given to harmonize simultaneously both regional and gradient information in the processing of image segmentation. The rule is to add the weight of global information in the beginning of image segmentation, and to add the weight of local information in the second stage. The experimental results of the synthetic image and MR image segmentation show that it is often challenging to more obtain a reliable segmentation for noise and unclear edges image than the C-V method.

**【Key words】** image segmentation; Mumford-Shah model; level set method; gradient

### 1 概述

近年来, 从医学图像中分割并构造出解剖结构的精确几何模型是医学图像领域研究的热点。活动轮廓模型是 20 世纪 80 年代后期发展起来的一种图像分割方法, 特别适用于建模和提取任意形状的变形轮廓。活动轮廓模型主要分为两大类: 参数活动轮廓模型和几何活动轮廓模型。参数活动轮廓模型又称为 snake 模型, 由 Kass 等人<sup>[1]</sup>于 1987 年提出, 它在边缘检测、医学图像分割以及运动跟踪中得到了广泛应用, 但该模型本身存在着一些缺陷, 如对初始位置敏感、易陷入局部极值、无法收敛到轮廓的深度凹陷部分、不具备自动拓扑变换能力等。而由 Osher 与 Sethian 提出的水平集方法和曲线演化理论相结合的几何主动轮廓线模型<sup>[2]</sup>易于制控拓扑结构的变化、数值计算稳定、易于由低维向高维扩展, 是目前广受重视的一类分割方法。传统的几何主动轮廓线模型是基于边缘信息, 当区域边缘模糊或者边缘呈离散状时, 演化曲线将可能越过目标的边缘不再返回, 虽然一些额外约束项可被引入, 一定程度抑制这种现象, 但是却不能从根本上解决该问题。文献[3]给出了一种基于区域和简化 Mumford-Shah 模型的图像分割方法(简称 C-V 法), 对于边缘模糊或边缘不连续的情况都适用, 且对初始曲线位置不敏感, 但与其他基于区域的分割方法一样, 都假设有一定的先验条件即其假设图像中仅存在两类同质区域, 即背景与目标。当采用 C-V 方法分割两个或两个以上不同质的区域时, 往往会将与背景相似的区域错分到背景类中。据此, 文献[4]提出多相水平集法; 文献[5]

提出了一种分级的图像分割法, 多次利用 C-V 法; 文献[6]提出了基于背景消除的图像分割法, 将非二值图像变为二值图像后采用 C-V 法分割。但上述改进算法都没有针对 C-V 法中能量函数模型本身不含局部特征, 仅仅依靠图像全局特征的不足。本文分析了 C-V 法模型内在特点, 提出了一个基于图像梯度的混合分割模型 HMSG, 该模型同时具有全局优化和局部调节能力, 另外, 还给出了 HMSG 模型的参数设置准则, 以提高图像分割的整体性能。

### 2 基于 Mumford-Shah 模型的 C-V 法

C-V 法图像分割模型如图 1 所示。

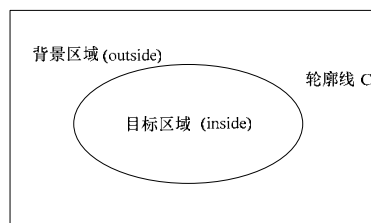


图 1 图像模型

它将图像看成由背景区域(outside)、目标区域(inside)和目标区域的轮廓线(C)3 个部分构成, 则能量函数为

**基金项目:** 国家自然科学基金资助项目(60572112)

**作者简介:** 朱峰(1977 - ), 男, 讲师, 研究方向: 医学图像处理; 宋余庆, 教授、博士生导师; 朱玉全, 副教授; 郭依正, 硕士研究生

**收稿日期:** 2007-01-30 **E-mail:** zhufe@ujs.edu.cn

$$F(C, c_o, c_b) = \mu L(C) + \nu S_0(C) + \lambda_o \int_{inside(C)} |I - c_o|^2 dx dy + \lambda_b \int_{outside(C)} |I - c_b|^2 dx dy \quad (1)$$

其中,  $L(C)$  是闭合轮廓线  $C$  的长度;  $S_0(C)$  是  $C$  的内部区域面积;  $c_o$  是目标区域特征;  $c_b$  是背景区域特征;  $\mu, \nu > 0, \lambda_o, \lambda_b > 0$  是各个能量项的权重系数;  $F$  的前两项是平滑项。

C-V 法应用水平集法 (level set) 求解能量函数。设  $\phi_0$  是根据初始轮廓  $C_0$  构造的符号距离函数 (SDF), 即  $\{C_0 | \phi_0(x, y) = 0\}$ , 并设  $\phi$  为内正外负形的 SDF, 即  $\phi(inside(C)) > 0, \phi(outside(C)) < 0$ 。根据式(1)能量函数表达式用水平集函数  $\phi$  表示为

$$F(\phi, c_o, c_b) = \mu \int_{\Omega} \delta(\phi) |\nabla \phi| dx dy + \nu \int_{\Omega} H(\phi) dx dy + \lambda_o \int_{\Omega} |I - c_o|^2 H(\phi) dx dy + \lambda_b \int_{\Omega} |I - c_b|^2 (1 - H(\phi)) dx dy \quad (2)$$

其中,  $c_o$  和  $c_b$  表示图像的目标和背景区域的平均灰度;  $H(\phi)$  是 Heaviside 函数;  $\delta(\phi)$  是 Dirac 函数;  $\mu, \nu > 0, \lambda_o, \lambda_b > 0$  是各个能量项权重系数;  $c_o$  和  $c_b$  具体表示为

$$c_o(\phi) = \frac{\int_{\Omega} I(x, y) H(\phi) dx dy}{\int_{\Omega} H(\phi) dx dy}, \quad c_b(\phi) = \frac{\int_{\Omega} I(x, y) (1 - H(\phi)) dx dy}{\int_{\Omega} (1 - H(\phi)) dx dy} \quad (3)$$

对式(2)用欧拉-拉格朗日方法推导出求解式, 并以水平集函数  $\phi$  曲线演化速度函数:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \delta(\phi) [\mu \nabla \cdot \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} - \nu - \lambda_o (I(x, y) - c_o)^2 + \lambda_b (I(x, y) - c_b)^2] \quad (4)$$

### 3 基于梯度混合模型 HMSG

C-V 法的一个显著特点就是全局优化, 仅用一条初始闭合曲线, 就可以将带内部空洞的目标的内外边缘检测出来, 不需为检测含内部空洞的目标边缘做特殊处理, 并且初始曲线无需完全位于同质区域的内部或外部, 仍然可以正确地分割出目标和背景, 该方法仅仅适合于二值图像, 不能将其推广到一般图像。

如图 2(a) 是一幅非二值合成图像, 图 2(b) 是 C-V 法分割结果, 虽然该方法能将图 2(a) 中的呈模糊或离散状的边缘分割出来, 但是该边界并不是真正目标物体的准确边界, 因此, 对一般非二值图像仅仅利用全局信息是不够的, 需要增加图像的局部特征来约束曲线演化, 这样才能取得较满意的分割结果。

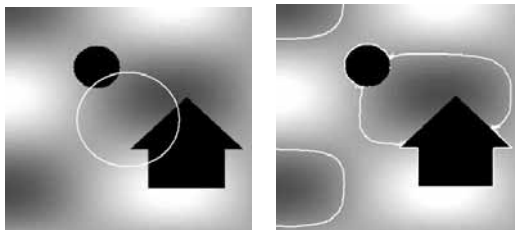


图 2 合成图像及其 C-V 法分割结果

从 C-V 法的能量函数式(1)可知, 它前两项是边界的长度和边界内部区域的面积, 作用仅仅是保持图像边界的光滑, 不含边界附近的局部特征, 而后两项是背景和目标的区域信息, 具有全局特征, 它是曲线演化的主要驱动力, 可以看出 C-V 法的模型不具有局部优化的作用。图像梯度是描述图像局部信息的重要特征, 在曲线演化过程中, 具有重要的指导

作用, 为了使得轮廓线在演化过程中既要受到全局特征的约束, 同时又要受到局部特征的影响, 提出了式(1)的首项边界项的长度的求长的线积分式, 在边界长度的积分中增加含有图像梯度信息的势函数  $g(x, y)$ <sup>[7]</sup> 作为权值的加权长度积分, 势函数  $g(x, y)$  的定义表达式为

$$g(x, y) = \frac{1}{1 + |\nabla G_{\sigma}(x, y) * I(x, y)|^p} \quad (5)$$

其中,  $G_{\sigma}(x, y) * I(x, y)$  指图像  $I(x, y)$  和高斯函数  $G_{\sigma}(x, y) = \sigma^{-1/2} e^{-(x^2+y^2)/4\sigma}$  的卷积, 它表示对图像的平滑,  $\sigma > 0, p > 1$ , 可以看出在图像同类区域内部  $g(x, y)$  的值是正的, 而在图像的边界  $g(x, y)$  的值为 0, 因此, 式(1)的第 1 项不仅具有平滑作用, 还具有局部的调节能力。

综上可得混合模型 HMSG 的能量函数表达式为

$$F(\phi, c_o, c_b) = \mu \int_{\Omega} g(x, y) \delta(\phi) |\nabla \phi| dx dy + \nu \int_{\Omega} H(\phi) dx dy + \lambda_o \int_{\Omega} |I - c_o|^2 H(\phi) dx dy + \lambda_b \int_{\Omega} |I - c_b|^2 (1 - H(\phi)) dx dy \quad (6)$$

对式(6)用欧拉-拉格朗日方法推导出求解式为

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \delta(\phi) [\mu (\frac{\nabla g \cdot \nabla \phi}{|\nabla \phi|} + g \nabla \cdot \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|}) - \nu - \lambda_o (I(x, y) - c_o)^2 + \lambda_b (I(x, y) - c_b)^2] \quad (7)$$

在实际应用中, 式(7)中  $\delta(\phi)$  的定义范围限制了该方法检测图像边缘的全局性, 虽然文献[3]采用了  $\delta(\phi)$  近似表达式

$$\delta(\phi) = \frac{1}{\pi} \frac{\varepsilon}{\varepsilon^2 + \phi^2}$$

, 但仍抑制了对远离活动轮廓线  $C$  的边缘的检测, 致使不能稳定地检测出内部区域。采用文献[8]提出的  $\delta_{\varepsilon}(\phi) = |\nabla \phi(x, y)|$ , 由于  $|\nabla \phi(x, y)| \approx 1$  消除了 Dirac 函数对非零水平集的抑制, 因此能更好地体现全局特征。

### 4 混合模型 HMSG 参数设置

基于梯度的混合模型 HMSG 实际上是表征图像数据的局部边缘信息特征项和全局区域信息特征项的线性组合, 在边界曲线演化过程中全局特征和局部特征同时发挥作用, 最终的结果是每次演化都要平衡这两种图像, 大大减缓了演化速度, 为了使得在分割中更合理地利用图像的全局特征和局部特征, 提出了在分割的初期加大新模型中全局特征项的权值, 而在分割的后期则加大局部特征项的权值, 具体的方法如下:

(1) 曲线演化开始阶段

令式(6)中参数  $\mu = 0, \nu = 0, \lambda_o = \lambda_b = 1$ , 得演化方程为

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = -\lambda_o (I(x, y) - c_o)^2 + \lambda_b (I(x, y) - c_b)^2 \quad (8)$$

从式(7)中可以看出曲线演化的初始阶段仅仅用了图像全局特征, 作用在于得到了图像的一个全局优化的边界线, 该图像是一幅二值图像就已经得到了它的准确边界; 若是一般图像可以得到图像的一个粗分割, 它处于目标准确边界的附近。由于式(8)利用了全局信息, 因此和初始边界选取无关, 能够检测到图像中全部目标的边界。

(2) 曲线演化第 2 阶段

当边界在式(8)的作用下处于稳定状态时, 令式(6)中参数  $\mu = 0.05 \times 255^2, \nu = 0, \lambda_o = \lambda_b = 0.5$ , 得演化方程为

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \mu (\frac{\nabla g \cdot \nabla \phi}{|\nabla \phi|} + g \nabla \cdot \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|}) - 0.5 (I(x, y) - c_o)^2 + 0.5 (I(x, y) - c_b)^2 \quad (9)$$

当初始曲线经过第 1 阶段的演化, 进入稳定状态后, 边

界曲线已处于目标边界的附近区域,此时增加了图像梯度信息,减弱图像区域信息,使曲线趋向于目标的准确边界运动,由于式(9)仍然保留图像的全局特征,对噪声和模糊或离散边缘具有很强的鲁棒性,可以获取较理想的分割效果。

## 5 实验结果与分析

在比较 C-V 方法和 HMSG 方法时,设置同样的相关参数、初始条件。数值计算采用有限差分法,取时间步长  $\Delta t = 0.1$ , 网格步长  $h = 1$ 。

C-V 模型参数:

$$\lambda_o = \lambda_b = \varepsilon = 1, \quad \mu = 0.05 \times 255^2$$

迭代收敛的判断条件是:

$$Q = \frac{\sum_{|\phi_{i,j}^{n+1} - \phi_{i,j}^n|}{M} h^2 \Delta t$$

其中,  $\phi_{i,j}^{n+1}$  和  $\phi_{i,j}^n$  分别为演化前后的水平集函数;  $M$  是满足  $|\phi_{i,j}^n| < h$  得网格数目。

图 3 是对合成图像(大小  $256 \times 256$ )的分割实验,其中图 3(a)是原始图像,图中有两个几何图形,背景深浅不一,比较模糊;图 3(b)中圆曲线是初始轮廓,由于在分割的初期仅仅使用图像的全局特征,因此初始轮廓的形状和位置和分割结果无关,所以选择一个任意圆曲线作为初始轮廓;图 3(c)、图 3(d)分别是 C-V 法和 HMSG 法分割结果。从实验结果可知, HMSG 法的分割结果比 C-V 法的分割结果更好,由于 C-V 法中仅仅使用图像的全局特征,没有相关局部特征,使得 C-V 法将图 3 这样一幅非二值图像的背景中的深色区域错分到了目标区域(两个几何图形)中去了,而 HMSG 法同时兼顾到了全局和局部特征,最终较准确地将两个几何图形(目标)分割出来。

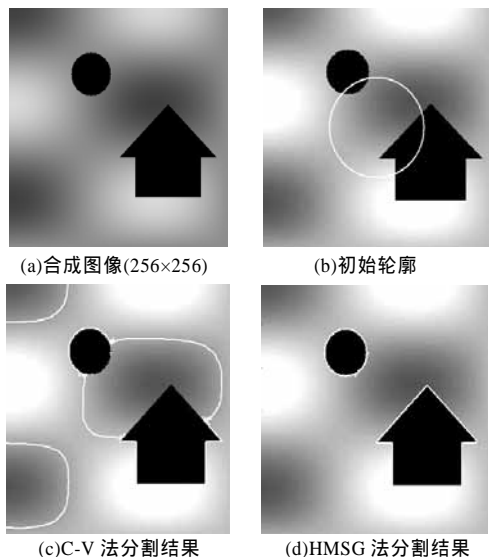


图 3 合成图像 C-V 法与 HMSG 法结果比较

图 4 是对医学 MR 图像(大小  $256 \times 256$ )的分割实验,其中,图 4(a)是脑部 MR 图像原图;图 4(b)中圆曲线是初始轮廓;图 4(c)和图 4(d)分别是 C-V 法和 HMSG 法分割结果。从实验结果可知, HMSG 法的分割结果比 C-V 法的分割结果好, C-V 法的分割结果将背景和目标的过渡区域也看作为目标,导致分割结果欠准确,而 HMSG 法同时兼顾到了全局和局部特征,分割结果更令人满意。

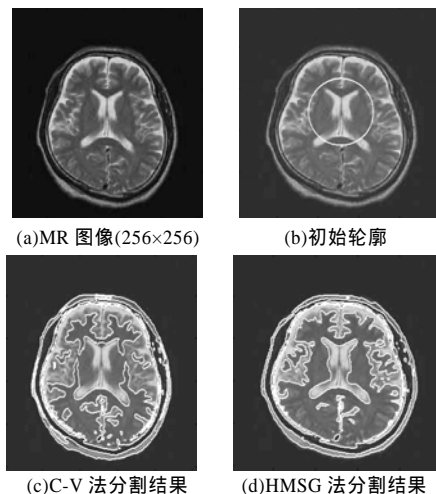


图 4 MR 图像 C-V 法及 HMSG 法分割结果比较

## 6 结束语

本文提出了基于梯度的 HMSG 模型,该模型既含有图像全局特征项,又含有局部特征项,同时将两者做到了有机结合。另外,为了使得在分割中更合理地利用图像的全局特征和局部特征,提出了在分割的初期加大新模型中全局特征项的系数权值,而在分割的后期则加大局部特征项的权值的参数设置准则。通过实验仿真,与经典的 C-V 法相比, HMSG 法对于一般的非二值图像更加有效,特别适合于生物医学领域中的图像分割问题。

### 参考文献

- [1] Kass M, Witkin A, Terzopoulos D. Snakes: Active Contour Models[C]//Proceedings of the 1st International Conference on Computer Vision. London: IEEE Computer Society Press, 1987: 259-268.
- [2] Malladi R, Sethian J, Vemuri A. Shape Modeling with Front Propagation: A Level Set Approach[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis Machine Intelligence, 1995, 17(2): 158-175.
- [3] Chan T, Vese L. Active Contours Without Edges[J]. IEEE Trans. on Image Processing, 2001, 10(2): 266-277.
- [4] Chan T, Vese L. An Efficient Variational Multiphase Motion for the Mumford-shah Segmentation Model[C]//Proceedings of Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers. Pacific Grove, CA: [s. n.], 2002: 490-494.
- [5] Gao Song, Tien D. Image Segmentation and Selective Smoothing by Using Mumford-shah Model[J]. IEEE Trans. on Image Processing, 2005, 14(10): 1537-1549.
- [6] Kim S, Lim H. A Hybrid Level Set Segmentation for Medical Imagery[C]//Proceedings of IEEE Nuclear Science Symposium & Medical Imaging Conference. San Francisco, CA: [s. n.], 2005: 1790-1794.
- [7] Cheng L, Yang J, Fan X, et al. A Generalized Level Set Formulation of the Mumford-Shah Functional for Brain MR Image Segmentation[M]. Heidelberg: Springer Berlin, 2005..
- [8] Gibou R, Fedkiw A. Fast Level Set Based Algorithm for Segmentation[C]//Proceedings of the 4th Annual Hawaii International Conference on Statistics and Mathematics. Stanford: [s. n.], 2005: 281-291.