

# 异步带限 DS-CDMA 系统中基于子空间的时延估计算法<sup>1</sup>

霍建国 程云鹏 蔡跃明

(解放军理工大学通信工程学院 南京 210016)

**摘要** 该文提出了适合于异步带限 DS-CDMA 系统的时延估计算法。该算法基于子空间概念, 首先估计噪声子空间, 然后进行时延的粗略估计和精确搜索。分析了该算法的性能, 并进行了计算机仿真。结果表明, 该算法具有抗远近效应能力, 对用户数目也具有一定的鲁棒性, 并且大大提高了时延估计精度, 降低了时延估计过程的运算量。

**关键词** CDMA, 时延估计, 同步, 子空间

**中图分类号** TN914.4

## 1 引言

近来, DS-CDMA 系统引起了广泛的关注, 时延估计算法也成为研究的热点。文献 [1] 首先将基于子空间概念的 MUSIC 算法用于时延估计, 为了增加时延估计的精度, 文献 [2] 提出了改进型 MUSIC 算法 (IM-MUSIC), 文献 [3] 则将 IM-MUSIC 由矩形码片波形推广至带限信号。文献 [3] 中一个重要假设为: 一旦用户数目已知, 噪声子空间维数就能直接确定。该假设不甚合理, 首先用户数目并不一定为先验信息, 其次, 由于用户时延取值的多样性, 噪声子空间维数将会被低估。此外, 文献 [3] 中的时延搜索过程采用分区间搜索策略, 十分复杂。因此, 本文提出了一个改进型时延估计算法, 改进之处体现在两个方面。一是舍弃了上述假设, 通过引入噪声子空间估计单元来提高时延估计精度; 二是采用分阶段搜索策略代替分区间搜索策略, 从而降低运算量。

本文结构如下: 第 2 节为系统模型, 第 3 节为时延估计算法描述, 第 4 节为性能分析, 第 5 节为性能仿真, 并与 IM-MUSIC<sup>[3]</sup> 进行了比较。最后一节为结论。

## 2 系统模型

考虑系统为异步带限 QPSK DS-CDMA 系统<sup>[4]</sup>, 接收信号等效低通形式为

$$r(t) = \sum_{k=1}^K \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{l=0}^{L-1} \sqrt{P_k} e^{j\theta_k} (d_{p,n}^k c_{p,l}^k + j d_{q,n}^k c_{q,l}^k) g(t - lT_c - nLT_c - \tau_k) + n(t) \quad (1)$$

其中  $K$  为用户数,  $P_k$  为  $k$  用户平均功率,  $d_{p,n}^k, d_{q,n}^k \in \{\pm 1\}$ ,  $c_{p,l}^k, c_{q,l}^k \in \{\pm 1\}$  分别为用户的发送符号和扩频码,  $L$  为扩频码周期,  $T_c$  为码片周期,  $g(t)$  表示滚降系数为  $\alpha$  的 Nyquist 升余弦滤波器脉冲响应, 且  $g(0) = 1$ ,  $\tau_k, \theta_k$  分别表示  $k$  用户时延和相位偏移,  $n(t)$  表示加性复高斯白噪声, 双边功率谱密度为  $N_0 G(f)/T_c$ ,  $G(f)$  为  $g(t)$  的傅里叶变换,  $N_0$  为 AWGN 信道的单边功率谱密度。

设抽样时刻为  $t_i = iT_c/Q$ ,  $Q$  为过抽样因子, 以  $QL$  个抽样划分一组, 将第  $m$  组抽样用矢量表示有

$$r(m) = [r(mQL) \ r(mQL + 1) \ \cdots \ r(mQL + QL - 1)]^T \quad (2)$$

<sup>1</sup> 1999-08-18 收到, 2000-05-30 定稿

假定  $g(t) \approx 0, |t| \geq LT_c/2, -LT_c/2 \leq \tau_k < LT_c/2$ , 则系统矢量模型可表述为 [3]

$$\mathbf{r}(m) = \mathbf{H}(\tau)\mathbf{B}\mathbf{d}(m) + \mathbf{n}(m) \in C^{QL \times 1} \quad (3)$$

其中

$$\tau = [\tau_1 \cdots \tau_K]^T \in R^{K \times 1} \quad (4)$$

$$\mathbf{H}(\tau) = [\mathbf{H}_1(\tau_1) \cdots \mathbf{H}_K(\tau_K)]^T \in R^{QL \times 6K} \quad (5)$$

$\mathbf{H}_k(\tau_k) \in R^{QL \times 6}$  是  $K$  用户时延和扩频码的函数,  $\mathbf{B} \in C^{6K \times 6K}$  是包含各用户幅度信息的对角矩阵,  $\mathbf{d}(m) \in C^{6K \times 1}$  是由用户发送符号构成的矢量,  $\mathbf{n}(m)$  是由 AWGN 样本组成的矢量。与文献 [3] 不同的是: 这里采用 QPSK 调制方式, 并且没有假定  $\mathbf{H}(\tau)$  为满秩。

若给定  $\mathbf{r}(1), \mathbf{r}(2), \dots, \mathbf{r}(M)$  来估计时延  $\tau_k$ , 为了充分利用抽样矢量  $\mathbf{r}(m)$  的统计信息, 重新定义矢量 [2]

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{r}}(m) &= [\mathbf{r}^T(m) \cdots \mathbf{r}^T(m + \zeta - 1)]^T = \bar{\mathbf{H}} \bar{\mathbf{B}} \bar{\mathbf{d}}(m) + \bar{\mathbf{n}}(m) \in C^{QL\zeta \times 1}, \\ m &= 1, 2, \dots, \bar{M}, \quad \bar{M} = M - \zeta + 1 \end{aligned} \quad (6)$$

其中  $\zeta$  称为平滑因子,  $\bar{\mathbf{H}} = [\bar{\mathbf{H}}_1 \cdots \bar{\mathbf{H}}_K]^T \in R^{QL\zeta \times (2\zeta+4)K}$ ,  $\bar{\mathbf{H}}_k$  由  $\mathbf{H}_k$  构成。

### 3 时延估计算法

假定用户发送符号为零均值, 且独立于噪声。考虑  $Q = 1$ , 则时延估计算法可描述为

(1) 估计协方差阵, 进行特征值分解

$$\hat{\mathbf{R}}_{\bar{\mathbf{r}}\bar{\mathbf{r}}}(0) = \frac{1}{\bar{M}} \sum_{m=1}^{\bar{M}} \bar{\mathbf{r}}(m)\bar{\mathbf{r}}^*(m) = \hat{\mathbf{E}}_s \hat{\Lambda}_s \hat{\mathbf{E}}_s^* + \hat{\mathbf{E}}_n \hat{\Lambda}_n \hat{\mathbf{E}}_n^* \quad (7)$$

其中特征值为  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_{QL\zeta}$ ,  $\hat{\mathbf{E}}_s$ ,  $\hat{\mathbf{E}}_n$  分别构成信号子空间和噪声子空间, 维数分别记为  $d, QL\zeta - d$ 。理想条件下  $\text{span}(\hat{\mathbf{E}}_s) = \text{span}(\bar{\mathbf{H}})$ ,  $\bar{\mathbf{H}} \perp \hat{\mathbf{E}}_n$ ,  $\bar{\mathbf{H}}_k \perp \hat{\mathbf{E}}_n$ 。在实际应用过程中, 可采用子空间跟踪法获得特征值和特征矢量, 以跟踪信号特性, 同时又能减小运算量。

(2) 估计信号子空间维数  $d$

按照 IM-MUSIC 算法 [3],  $d$  可由用户数  $K$  和平滑因子  $\zeta$  直接确定, 即  $d = K(2\zeta + 4)$ , 但由于用户时延取值的多样性,  $d$  将会被高估, 噪声子空间维数被低估, 从而导致时延估计性能的降低。为此, 我们采用秩估计方法 [5] (称为噪声子空间估计单元) 来估计  $d$ 。

定义

$$I(d, C_{\bar{M}}) = -\bar{M} \left[ \sum_{i=d+1}^{QL\zeta} \log \lambda_i - (QL\zeta - d) \log \left( \frac{1}{QL\zeta - d} \sum_{i=d+1}^{QL\zeta} \lambda_i \right) \right] + C_{\bar{M}}(d(2QL\zeta - d) + 1) \quad (8)$$

则

$$d = \arg \min_{d=1, 2, \dots, QL\zeta-1} I(d, C_{\bar{M}}) \quad (9)$$

其中  $C_{\bar{M}}$  为与  $\bar{M}$  有关的常数。

分区间搜索策略<sup>[1]</sup>是将可能的时延区间分成多个子区间,在每个子区间上搜索代价函数极小值,然后从这些极小值中选择最小值,最小值对应时延即为时延估计。该搜索策略虽然保证获得代价函数的全局最小值,但搜索过程十分复杂。

本文采用的分阶段搜索策略是将时延估计过程分为两个阶段:粗略估计和精确搜索。粗略估计阶段是从一组预先设定的假设时延集合中获得时延的粗略估计;精确搜索阶段是在粗略时延估计值附近搜索到精确的时延估计,这样可以降低运算量。

(3) 粗略估计时延  $\hat{\tau}_k$

定义 假设时延集合为

$$T = \{(-\frac{L}{2} + \varepsilon)T_c + i\frac{L}{N}T_c, \quad i = 0, 1, \dots, N-1, \quad N \geq L, \quad \varepsilon \in [-\frac{L}{2N}, \frac{L}{2N}]\} \quad (10)$$

代价函数为<sup>[2]</sup>

$$J_{k,\text{MU}}(\tau) = \text{Tr}\{\mathbf{U}_k(\tau)\overline{\mathbf{H}}_k^*(\tau)\hat{\mathbf{E}}_n\hat{\mathbf{E}}_n^*\overline{\mathbf{H}}_k(\tau)\} = \text{Tr}\{\hat{\mathbf{E}}_n\hat{\mathbf{E}}_n^*\overline{\mathbf{H}}_k(\tau)\mathbf{U}_k(\tau)\overline{\mathbf{H}}_k^*(\tau)\} \quad (11)$$

则时延粗略估计为

$$\hat{\tau}_k = \arg \min_{\tau \in T} J_{k,\text{MU}}(\tau) \quad (12)$$

其中  $N$  表示假设时延个数,  $\varepsilon$  为可变参数,不同的  $\varepsilon$  代表不同的假设时延集合。 $\text{Tr}\{\cdot\}$  表示矩阵迹运算,  $\mathbf{U}_k \in C^{(2\zeta+4)K \times (2\zeta+4)K}$  为 Hermite 加权矩阵。

(4) 精确搜索时延  $\hat{\tau}_k$

$J_{k,\text{MU}}(\tau)$  在  $\hat{\tau}_k$  的一个邻域内获得最小值,因而可通过对  $J_{k,\text{MU}}(\tau)$  进行一维搜索得到  $\hat{\tau}_k$ 。常用的一维搜索方法有牛顿法和抛物线法<sup>[6]</sup>,但牛顿法需要计算目标函数的一阶和二阶导数,十分复杂,而抛物线法不需计算导数。因此,我们采用抛物线法,基本思想是用二次三项式逼近目标函数。3个初值取为  $\hat{\tau}_k - \delta\frac{L}{N}T_c$ ,  $\hat{\tau}_k$ ,  $\hat{\tau}_k + \delta\frac{L}{N}T_c$ ,  $0 < \delta\frac{L}{N} \leq 1$ ,若3个初值处的代价函数值不满足“高-低-高”的应用条件,可运用进退法<sup>[6]</sup>对初值进行预处理,如同步增大、减小初值或降低  $\delta$ 。

## 4 性能分析

该时延估计算法考虑3个性能指标:错误估计概率、估计精度以及运算量,下面分别予以讨论分析。

### 4.1 错误估计概率

错误估计概率常用的定义表达式为

$$P_{\text{WE}} = P\{\min\{|\hat{\tau}_k - \tau_k|, LT_c - |\hat{\tau}_k - \tau_k|\} > T_c/2 | P_k > 0\} \quad (13)$$

上式不便于直接分析,我们给出另外一种表达形式。由于该算法代价函数在  $\tau_k$  附近形成零陷,因而可以认为,当且仅当  $\min\{|\hat{\tau}_k - \tau_k|, LT_c - |\hat{\tau}_k - \tau_k|\} \leq T_c/2$  时,运用抛物线法搜索得到的时延估计  $\hat{\tau}_k$  才是正确的。定义:

$$T_r = \{\tau | \tau \in T, \min\{|\tau - \tau_k|, LT_c - |\tau - \tau_k|\} \leq T_c/2\} \quad (14)$$

$$T_w = T - T_r = \{\hat{\tau}_{k,i}^w \quad i = 1, 2, \dots, N_w\} \quad (15)$$

$T_r$ ,  $T_w$  分别表示正确、错误的粗略时延估计所组成的集合。那么,错误估计概率可表述为

$$P_{\text{WE}} = P\{\min_{\tau \in T_w} J_{k,\text{MU}} \leq \min_{\tau \in T_r} J_{k,\text{MU}}(\tau) | P_k > 0\} \quad (16)$$

精确分析  $P_{WE}$  比较困难, 但我们可给出  $P_{WE}$  的上界。该上界是由以下  $N_w$  个事件构成的并界。令  $E_i$  表示事件  $J_{k,MU}(\tilde{\tau}_{k,i}^w) \leq \min_{\tau \in T_r} J_{k,MU}(\tau)$ ,  $i = 1, 2, \dots, N_w$ , 则

$$P_{WE} = P(\cup_{i=1}^{N_w} E_i) \leq \sum_{i=1}^{N_w} P(E_i) \quad (17)$$

由于噪声子空间估计单元并不能提供恒定的  $d$  估计, 会出现  $d$  的低估或高估 (如图 2、图 3 所示)。因此, 我们计算  $P(E_i)$  是基于计算机仿真数据, 并假定  $J_{k,MU}(\tilde{\tau}_{k,i}^w) - \min_{\tau \in T_r} J_{k,MU}(\tau)$  为高斯随机变量, 均值为  $\mu_i$ , 方差为  $\sigma_i^2$ 。故

$$P(E_i) \approx \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left[ \frac{\mu_i}{\sqrt{2}\sigma_i} \right] \quad (18)$$

其中  $\operatorname{erfc}(\cdot)$  为负余误差函数。

#### 4.2 估计精度

由于 MUSIC 算法具有渐近无偏估计特性, 在  $d$  恒定的条件下, 文献 [2] 只推导了估计误差的渐近方差, 文献 [7] 则给出了有限抽样矢量数下估计误差的偏和二阶矩。由于  $d$  估计非恒定, 该算法估计精度不便直接分析。为此, 我们一方面通过计算机仿真, 在正确估计时延时, 用估计误差的样本标准差 (简写 Std. Dev.) 来衡量精度。另一方面给出时延估计均方误差下界——Cramer-Rao 界 (CRB), 该下界可依文献 [8] 类推得到。

#### 4.3 运算量

这里对分区间搜索法和分阶段搜索法的运算量需求进行比较。以代价函数 (11) 式的一次计算为单位。假定分区间搜索法以  $T_c$  为间隔, 将长度为  $LT_c$  的可能时延区间分成  $L$  等份 [1], 并假定每次运用抛物线法时, 计算代价函数的次数均相等, 记为  $N_1$  次, 则分区间、分阶段两种搜索策略所需运算量之比为

$$R \approx LN_1 / (N + N_1) \approx LN_1 / N \quad (19)$$

当  $N = 2L$  时,  $R \approx N_1 / 2$ ; 若  $\delta = 1/2$ , 则  $N_1 \approx 5 \sim 6$ ,  $R \approx 2.5 \sim 3$ 。可见, 与分区间搜索策略相比, 分阶段搜索策略可大大节省运算量。

## 5 性能仿真

系统仿真参数为:  $K=4$ ,  $\alpha = 0.35$ ,  $Q=1$ ,  $L=15$  的 GOLD 码作为扩频码,  $\zeta = 3$ ,  $M=100$ ,  $C_{\overline{M}} = (\log \overline{M})/5$ ,  $\mathbf{U}_k = \mathbf{I} / \operatorname{Tr} \{ \overline{\mathbf{H}}_k^* \overline{\mathbf{H}}_k \}^{[2]}$ ,  $N = 2L$ ,  $\delta = 1/2$ 。考虑估计用户时延  $\tau_1$ 。定义信噪比  $\operatorname{SNR} = P_1 LT_c / (2N_0)$ , 远近效应比  $\operatorname{NFR} = P_2 / P_1 = \dots = P_K / P_1$ 。用户时延随机产生后设定不变,  $\tau = [6.5 \quad -4.1452 \quad 1.8638 \quad 2.8987]^T$ , 相位服从  $[0, 2\pi)$  上的均匀分布, 发送符号随机产生。仿真次数为 1000 次。由  $\tau$  可知, 当  $\varepsilon=0, 0.25$  时,  $d(\tau_1, T) \triangleq \min_{\tau \in T} |\tau_1 - \tau|$  分别取最小、最大值, 因而  $\varepsilon = 0$ ,  $\varepsilon = 0.25$  分别代表了算法的最好、最坏情况, 算法实际性能应介于这两种情况之间。

图 1 表明了  $d$  对估计精度的影响。可见,  $d = K(2\zeta + 4) = 40^{[3]}$  并不能取得最好的性能, 主要原因是  $d$  被高估了, 因此, 引入噪声子空间估计单元是非常必要的。

图 2 给出了不同信噪比、远近效应比条件下噪声子空间估计单元的一个典型性能曲面。由图可见,  $d < 40$ , 按图 1 所示结果, 与  $d = 40^{[3]}$  相比, 估计精度明显提高了。

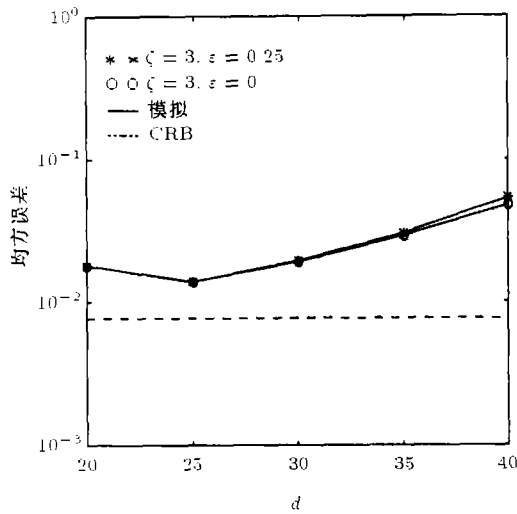


图 1  $d$  对估计精度的影响, 缺省参数: SNR=10dB, NFR=0dB, 以下各图相同

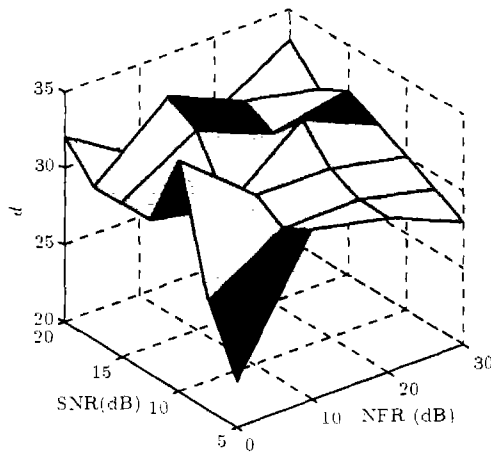


图 2 噪声子空间估计单元典型性能曲面

图 3 给出了一定条件下噪声子空间估计单元的  $d$  估计性能。可见,  $d$  估计并非恒定, 而是出现了低估和高估情况, 估计  $d$  值服从一定范围上的概率分布。

图 4 表明了远近效应对估计精度的影响。可见, 该算法具备抗远近效应能力, 这与 CRB 结论是一致的。

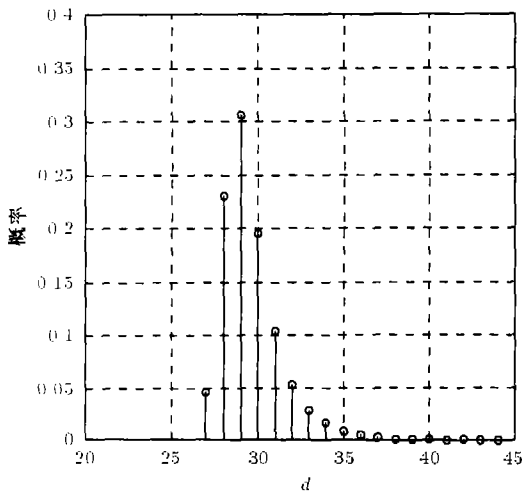


图 3 噪声子空间估计单元  $d$  估计概率分布

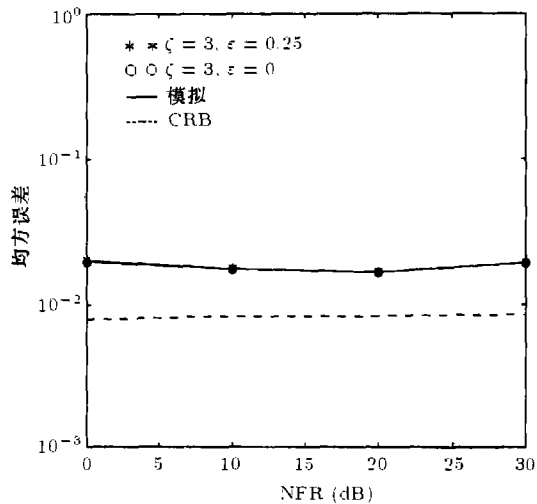


图 4 远近效应对估计精度的影响

图 5 表明了信噪比对估计精度的影响。当 SNR 增大时, 估计精度逐渐提高, 并且该算法性能明显优于 IM-MUSIC 算法<sup>[3]</sup> 性能。此外, 还考虑了  $\zeta = 2$  时的情况, 此时, 由于  $K(2\zeta + 4) > 30$ , IM-MUSIC 算法不能使用, 但该算法由于运用噪声子空间估计单元有  $d < 30$ , 所以扩展了 IM-MUSIC 算法的使用范围, 并且提高了估计精度, 降低了协方差阵维数, 从而也减小了运算量。

图 6 表明了信噪比对错误估计概率的影响。当 SNR 增大时, 错误估计概率逐渐减小, 错误估计概率仿真结果与理论分析上界相当接近, 这说明该上界可以作为错误估计概率的近似值。 $\epsilon = 0$  时  $P_{WE}$  要远好于 IM-MUSIC 算法, 但这是理想情况, 因为我们事先并不知道系统时延。

而  $\varepsilon = 0.25$  时  $P_{WE}$  要略高于 IM-MUSIC 算法。为了得到实际条件下所需要的错误估计概率, 可适当增大  $N$ , 从而减小  $\max(|\varepsilon|)$  来提高性能。

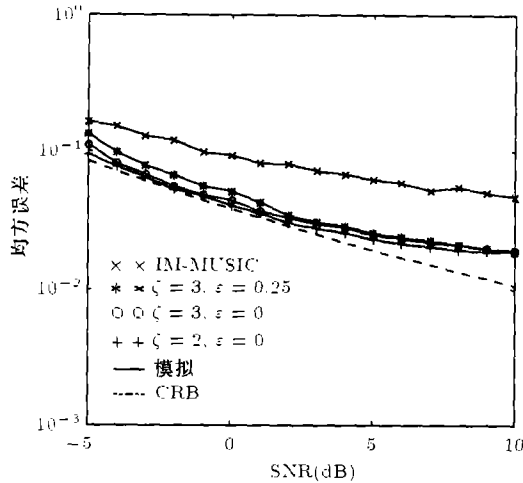


图 5 信噪比对估计精度的影响

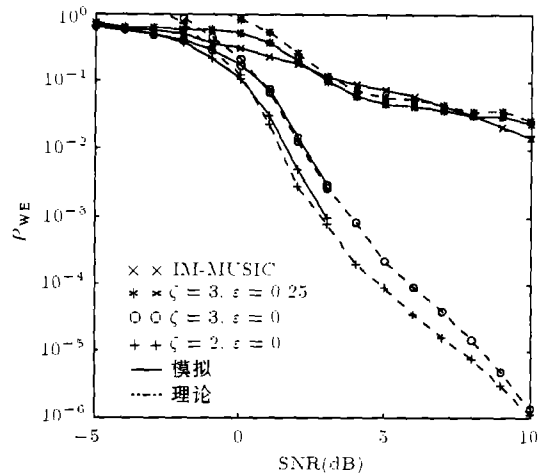


图 6 信噪比对错误估计概率的影响

图 7、图 8 分别表明了用户数目对估计精度和错误估计概率的影响。这种情况下, 用户时延设定为  $\tau = [6.5 \quad -4.1452 \quad 1.8638 \quad 2.8987 \quad 3.7848 \quad 5.9698 \quad 0.1343]^T$ 。可以看出, 该算法对用户数目  $K$  具有一定的鲁棒性, 运用范围比 IM-MUSIC 算法更广; 而且在同等条件下, 估计精度要明显优于 IM-MUSIC 算法。

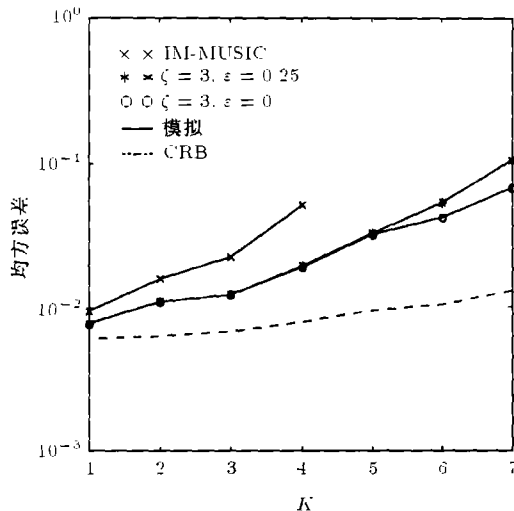


图 7 用户数目对估计精度的影响

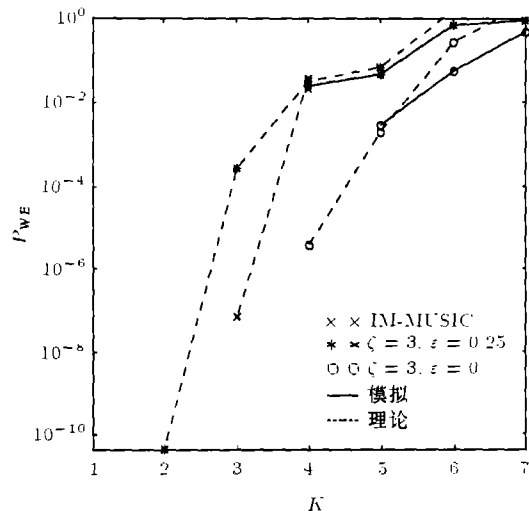


图 8 用户数目对错误估计概率的影响

## 6 结 论

本文的主要工作是在异步带限 BPSK DS-CDMA 系统时延估计 IM-MUSIC 算法的基础上, 提出了异步带限 QPSK DS-CDMA 系统基于子空间的时延估计算法, 分析了该算法的性能, 并进行了计算机仿真。与 IM-MUSIC 算法相比, 该算法假设更合理, 运用范围更广。结果

表明, 该算法抗远近效应, 对用户数目具有一定的鲁棒性, 并且大大提高了时延估计精度, 同时又降低了运算量。

### 参 考 文 献

- [1] E.G. Strom, S. Parkvall, S. L. Miller, *et al.*, Propagation delay estimation in asynchronous DS-CDMA systems, *IEEE Trans. on Commun.*, 1996, 44(1), 84-93.
- [2] T. Ostman, S. Parkvall, B. Ottersten, Analysis of an improved MUSIC algorithm for estimation of time delays in asynchronous DS-CDMA systems, available by URL, <http://www.kth.se/s3/signal/INDEX.html>
- [3] T. Ostman, B. Ottersten, Near far robust time delay estimation in asynchronous bandlimited DS-CDMA systems, available by URL, <http://www.kth.se/s3/signal/INDEX.html>
- [4] R. D. Gaudenzim, F. Giannetti, M. Luise, Signal recognition and signature code acquisition in CDMA mobile packet communication, *IEEE Trans. on VT*, 1998, 47(1), 196-208.
- [5] M. Bhandary, Detection of the number of signals in the presence of white noise in decentralized processing, *IEEE Trans. on SP*, 1998, 46(3), 800-803.
- [6] 陈宝林著, 最优化理论与算法, 北京, 北京大学出版社, 1989, 第五章.
- [7] Chu Lichung, U. Mitra, Analysis of MUSIC-based delay estimators for DS-CDMA systems, *IEEE Trans. on Commun.*, 1999, 47(1), 100-105.
- [8] T. Ostman, On the bounds of performance in communication system, available by URL, <http://www.kth.se/s3/signal/INDEX.html>.

## SUBSPACE-BASED TIME DELAY ESTIMATION FOR ASYNCHRONOUS BANDLIMITED DS-CDMA SYSTEMS

Huo Jianguo    Cheng Yunpeng    Cai Yueming

(*Institute of Communications Engineering, PLAUST, Nanjing 210016, China*)

**Abstract** An algorithm for time delay estimation in asynchronous band-limited DS-CDMA systems is presented. The algorithm is based on subspace concept. The noise subspace is estimated first, and then coarse estimation and fine search of time delay are implemented sequentially. The performance of the algorithm is analyzed, and simulations are carried out. The results show that the algorithm is near-far resistant and robust to the number of users partly, the estimation accuracy is improved greatly, and the required computation is reduced.

**Key words** CDMA, Time delay estimation, Synchronization, Subspace

霍建国: 男, 1970年生, 博士生, 主要研究方向为电信网络。

程云鹏: 男, 1976年生, 博士生, 主要从事 CDMA 系统同步、信道估计等方面的研究。

蔡跃明: 男, 1961年生, 博士, 教授, 1997年2月至1998年2月在香港科技大学做博士后, 参加过多项国家和省自然科学基金项目的研究工作, 涉及的领域有集成电路设计和工艺、仪器仪表和移动通信收发信机等, 曾在核心学术刊物上发表论文二十余篇, 获得过三项国家发明专利, 三项省级鉴定。