

# 异步带限 DS-CDMA 系统在多径衰落信道下的子空间时延序贯估计算法<sup>1</sup>

程云鹏 蔡跃明

(解放军理工大学通信工程学院移动通信教研室 南京 210016)

**摘 要** 该文提出了适合于异步 DS-CDMA 系统在多径衰落信道下的子空间时延序贯估计算法, 称为 MUSIC-SEA 算法。该算法引入了序贯估计思想, 将已估时延信息融入后续时延估计过程中, 整个时延估计过程为: 首先估计噪声子空间, 然后依次对每个时延进行粗略估计和精确搜索。给出了 MUSIC-SEA 算法的迭代执行方法, 并进行了性能分析和计算机仿真。结果表明, MUSIC-SEA 算法能有效除去多径间的相互影响, 提高时延正确估计概率和时延估计精度。

**关键词** CDMA, 时延估计, 多径衰落, 子空间

**中图分类号** TN914.5

## 1 引言

近来, DS-CDMA 系统引起了广泛的关注, 而时延估计算法决定着系统性能的好坏, 因此也成为研究的热点。文献 [1] 首先将基于子空间概念的 MUSIC 算法用于时延估计, 为了增强时延估计精度, 文献 [2] 提出了改进算法, 文献 [3] 则将改进算法由矩形码片波形推广至带限信号。为了进一步提高带限信号条件下的时延估计精度, 同时尽可能降低运算量, 文献 [4] 引入噪声子空间估计单元, 采取分阶段的搜索策略, 以代替分区间搜索法。但以上文献仅限于讨论 AWGN 信道模型, 对于多径衰落信道, 文献 [5] 作为文献 [1] 中算法的推广运用进行了讨论, 但仅考虑了矩形码片波形, 并且算法运算量过大, 时延正确估计概率也有待进一步提高。本文将文献 [4] 中的带限信号时延估计算法推广至多径衰落信道, 得到了该条件下的改进型 MUSIC 算法, 但该算法没有考虑多径间的相互影响, 时延估计性能有待提高。为此, 进一步引入序贯估计思想<sup>[6]</sup>, 提出了时延序贯估计算法——MUSIC-SEA (Sequential Estimation Algorithm)。与 MUSIC 算法相比, MUSIC-SEA 算法能减小路径间相互影响, 提高时延正确估计概率和时延估计精度。

本文结构如下: 第 2 节为系统模型, 第 3 节为改进型 MUSIC 及 MUSIC-SEA 算法描述, 并着重强调了两个算法各自的特点。第 4 节为性能分析, 考虑了三个性能指标, 推导了时延估计均方差的下界——CRB (Cramer-Rao Bound), 为了减小 MUSIC-SEA 算法的运算量, 给出了算法迭代执行方法。第 5 节为性能仿真, 并对两个算法进行了比较。第 6 节为结论。最后附录为 CRB 下界的推导过程。

## 2 系统模型

### 2.1 连续时间信号模型

考虑  $K$  个用户的异步带限 QPSK DS-CDMA 系统的上行链路模型。  $k$  用户发送信号的等效低通形式为

$$s_k(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{l=0}^{L-1} \sqrt{P_k} e^{j\theta_k} (d_{p,n}^k c_{p,l}^k + j d_{q,n}^k c_{q,l}^k) g_T(t - lT_c - nLT_c) \quad (1)$$

<sup>1</sup> 1999-11-01 收到, 2000-05-30 定稿

其中  $P_k, \theta_k$  为  $k$  用户平均功率和相位偏移,  $d_{p,n}^k, d_{q,n}^k \in \{\pm 1\}, c_{p,l}^k, c_{q,l}^k \in \{\pm 1\}$  分别为用户发送符号和扩频码,  $L$  为扩频码周期,  $T_c$  为码片周期,  $g_T(t)$  表示滚降系数为  $\alpha$  的 Nyquist 平方根升余弦发送滤波器的脉冲响应.

假定  $k$  用户信道为时变多径慢衰落信道, 其脉冲响应表达式为 [5]

$$h_k(\tau, t) = \sum_{i=1}^{L_k(t)} h_{k,i}(t) \delta(t - \tau_{k,i}(t)) \quad (2)$$

其中  $L_k(t)$  为路径数,  $h_{k,i}(t)$  为路径衰落增益,  $\tau_{k,i}(t)$  为路径时延. 考虑信道的慢衰落特性, 假定在观察时间段内路径数、路径时延均保持不变 [5], 即  $L_k(t) = L_k, \tau_{k,i}(t) = \tau_{k,i}$ , 并且  $h_{k,i}(t) \approx h_{k,i}(n), t \in [nLT_c, (n+1)LT_c]$ .

接收信号通过码片匹配滤波器  $g_R(t)$  后, 信号等效低通形式可表述为

$$r(t) = \sum_{k=1}^K \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{i=1}^{L_k} \sum_{l=0}^{L-1} \sqrt{P_k} e^{j\theta_k} h_{k,i}(n) (d_{p,n}^k c_{p,l}^k + j d_{q,n}^k c_{q,l}^k) g(t - lT_c - nLT_c - \tau_{k,i}) + n(t) \quad (3)$$

其中  $g(t)$  为升余弦滤波器, 且  $g(0) = 1$ .  $n(t)$  表示加性复高斯白噪声, 双边功率谱密度为  $N_0 G(f)/T_c$ ,  $G(f)$  为  $g(t)$  的傅里叶变换,  $N_0$  为 AWGN 信道的单边功率谱密度.

## 2.2 离散时间矢量模型

设抽样时刻为  $t_i = i' \cdot T_c/Q$ ,  $Q$  为过抽样因子 ( $Q = 1, 2, \dots$ ), 以  $QL$  个抽样划分一组, 将第  $m$  组抽样用矢量表示有

$$\mathbf{r}(m) = [r(mQL) \ \dots \ r(mQL + QL - 1)]^T \quad (4)$$

假定  $g(t) \approx 0, |t| \geq LT_c/2; -LT_c/2 \leq \tau_{k,i} < LT_c/2$ . 这样, 每个用户至多有 3 个相邻符号的响应来构成一个抽样矢量. 令  $L_P = \sum_{k=1}^K L_k$ , 则系统矢量模型可表述为

$$\mathbf{r}(m) = \mathbf{H}(\tau) \mathbf{B}(\beta(m)) \mathbf{d}(m) + \mathbf{n}(m) \in C^{QL \times 1} \quad (5)$$

其中

$$\tau = [\tau_1 \ \dots \ \tau_K]^T \in R^{L_P \times 1}, \quad \tau_k = [\tau_{k,1} \ \dots \ \tau_{k,L_k}]^T \in R^{L_k \times 1}$$

$$\beta(m) = [\beta_1(m) \ \dots \ \beta_K(m)]^T \in C^{L_P \times 1}$$

$$\beta_k(m) = \sqrt{P_k} e^{j\theta_k} [h_{k,1}(m) \ \dots \ h_{k,L_k}(m)]^T \in C^{L_k \times 1}$$

$$\mathbf{B}(\beta(m)) = \text{diag}(\beta(m)) \otimes \mathbf{I}_{6 \times 6} \in C^{6L_P \times 6L_P}$$

$$\mathbf{d}(m) = [\mathbf{d}_1^T(m) \ \dots \ \mathbf{d}_K^T(m)]^T \in C^{6L_P \times 1}$$

$$\mathbf{d}_k(m) = \mathbf{1}_{L_k \times 1} \otimes [\mathbf{d}_{kpp}^T(m-1) \ \mathbf{d}_{kpp}^T(m) \ \mathbf{d}_{kpp}^T(m+1)]^T$$

$$\mathbf{d}_{kpp}(m) = [d_{p,m}^k \ j d_{q,m}^k]^T \in C^{2 \times 1}$$

$$\mathbf{H}(\tau) = [\mathbf{H}_1(\tau_1) \ \dots \ \mathbf{H}_K(\tau_K)]^T \in R^{QL \times 6L_P}, \quad \mathbf{H}_k(\tau_k) = [\mathbf{H}_k(\tau_{k,1}) \ \dots \ \mathbf{H}_k(\tau_{k,L_k})]^T$$

$$\mathbf{H}_k(\tau_k) = [\mathbf{H}_{k,1} \ \dots \ \mathbf{H}_{k,L_k}]^T \in R^{QL \times 6L_k}, \quad \mathbf{H}_k(\tau) = \mathbf{G}_k \cdot (\mathbf{I}_{3 \times 3} \otimes \mathbf{C}_k) \in R^{QL \times 6}$$

$$\mathbf{C}_k = \begin{bmatrix} c_{p,0}^k & c_{p,1}^k & \dots & c_{p,L-1}^k \\ c_{q,0}^k & c_{q,1}^k & \dots & c_{q,L-1}^k \end{bmatrix}^T \in R^{L \times 2}$$

$$\mathbf{G}_k \in R^{QL \times 3L}, \quad \mathbf{G}_k(l_2 + 1, l_1 L + l + 1) = g((l_2/Q - l - l_1 + 1)T_c - \tau)$$

$$l \in \{0, 1, \dots, L-1\}, \quad l_1 \in \{0, 1, 2\}, \quad l_2 \in \{0, 1, \dots, QL-1\}$$

其中  $\mathbf{1}_{r \times s}$  表示  $r \times s$  全 1 矩阵,  $\mathbf{I}_{r \times r}$  为  $r \times r$  单位矩阵,  $\otimes$  表示 Kronecker 积. 若给定  $\mathbf{r}(1), \mathbf{r}(2), \dots, \mathbf{r}(M)$  来估计时延  $\tau_k$ , 重新定义系统矢量模型 [3]:

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{r}}(m) &= [\mathbf{r}^T(m) \cdots \mathbf{r}^T(m + \zeta - 1)]^T = \bar{\mathbf{H}} \cdot \bar{\mathbf{B}} \cdot \bar{\mathbf{d}}(m) + \bar{\mathbf{n}}(m) \in C^{QL\zeta \times 1} \\ m &= 1, 2, \dots, \bar{M}, \quad \bar{M} = M - \zeta + 1 \end{aligned} \quad (6)$$

其中  $\zeta$  称为平滑因子.  $\bar{\mathbf{H}} = [\bar{\mathbf{H}}_1 \cdots \bar{\mathbf{H}}_K]^T$ ,  $\bar{\mathbf{H}}_k(\tau_k) = [\bar{\mathbf{H}}_{k,1} \cdots \bar{\mathbf{H}}_{k,L_k}]^T \in R^{QL\zeta \times 6\zeta L_k}$ ,  $\bar{\mathbf{H}}_{k,i}$  由  $\mathbf{H}_{k,i}$  构成,

$$\bar{\mathbf{H}}_{k,i} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{k,i} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{H}_{k,i} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{H}_{k,i} \end{bmatrix} \quad (7)$$

并且

$$\bar{\beta}_k(m) = \text{vec}([\beta_k(m) \cdots \beta_k(m + \zeta - 1)]^T) \in C^{\zeta L_k \times 1} \quad (8)$$

$$\bar{\beta}(m) = [\bar{\beta}_1(m) \cdots \bar{\beta}_K(m)]^T \in C^{\zeta L_P \times 1} \quad (9)$$

$$\bar{\mathbf{B}}(\bar{\beta}(m)) = \text{diag}(\bar{\beta}(m)) \otimes \mathbf{I}_{6 \times 6} \in C^{6\zeta L_P \times 6\zeta L_P} \quad (10)$$

$$\bar{\mathbf{d}}(m) = [\bar{\mathbf{d}}_1^T(m) \cdots \bar{\mathbf{d}}_K^T(m)]^T \in C^{6\zeta L_P \times 1} \quad (11)$$

$$\bar{\mathbf{d}}_k(m) = \mathbf{1}_{L_k \times 1} \otimes [\mathbf{d}_{kpq}^T(m) \mathbf{d}_{kpq}^T(m + 1) \cdots \mathbf{d}_{kpq}^T(m + \zeta - 1)]^T \in C^{6\zeta L_k \times 1} \quad (12)$$

其中  $\text{vec}(\cdot)$  表示矩阵列矢量化算子.

### 3 时延估计算法

假定用户发送符号为零均值、相互独立, 且独立于噪声. 考虑无过抽样情况 (即  $Q = 1$ ), 在时延估计搜索过程开始之前, 需要对数据进行如下处理.

(1) 估计协方差阵, 进行特征值分解

$$\hat{\mathbf{R}}_{\bar{\mathbf{r}} \bar{\mathbf{r}}}(0) = \frac{1}{\bar{M}} \sum_{m=1}^{\bar{M}} \bar{\mathbf{r}}(m) \bar{\mathbf{r}}^*(m) = \hat{\mathbf{E}}_s \hat{\Lambda}_s \hat{\mathbf{E}}_s^* + \hat{\mathbf{E}}_n \hat{\Lambda}_n \hat{\mathbf{E}}_n^* \quad (13)$$

其中特征值为  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \cdots \geq \lambda_{QL\zeta}$ ,  $\hat{\mathbf{E}}_s$ ,  $\hat{\mathbf{E}}_n$  分别构成信号子空间和噪声子空间, 维数分别记为  $d$ ,  $QL\zeta - d$ . 理想条件下  $\text{span}(\hat{\mathbf{E}}_s) = \text{span}(\bar{\mathbf{H}})$ ,  $\bar{\mathbf{H}} \perp \hat{\mathbf{E}}_n$ ,  $\bar{\mathbf{H}}_k \perp \hat{\mathbf{E}}_n$ . 在实际应用过程中, 可采用子空间跟踪法获得特征值和特征矢量, 以跟踪信号特性, 同时又能减小运算量.

(2) 估计信号子空间维数  $d$

采用秩估计方法 [7] (称为噪声子空间估计单元) 来估计  $d$ .

定义

$$\begin{aligned} I(d, C_{\bar{M}}) &= -\bar{M} \left[ \sum_{i=d+1}^{QL\zeta} \log \lambda_i - (QL\zeta - d) \log \left( \frac{1}{QL\zeta - d} \sum_{i=d+1}^{QL\zeta} \lambda_i \right) \right] \\ &+ C_{\bar{M}}(d(2QL\zeta - d) + 1) \end{aligned} \quad (14)$$

则

$$d = \arg \min_{d=1,2,\dots,QL\zeta-1} I(d, C_{\overline{M}}) \tag{15}$$

其中  $C_{\overline{M}}$  为与  $\overline{M}$  有关的常数。

分阶段时延估计搜索策略可描述为：若估计  $\tau_{k,i}$ ，则先获得粗略估计  $\tilde{\tau}_{k,i}$ ，然后在  $\tilde{\tau}_{k,i}$  附近搜索得到精确估计  $\hat{\tau}_{k,i}$ 。精确搜索方法宜采用抛物线 (Muller) 法<sup>[8]</sup>，这样不必计算目标函数的导数。3 个初值取为  $\tilde{\tau}_k - \delta \cdot (L/N)T_c$ ,  $\tilde{\tau}_k$ ,  $\tilde{\tau}_k + \delta \cdot (L/N)T_c$ ,  $0 < \delta \cdot (L/N) \leq 1/2$ 。若 3 个初值处的目标函数值不满足“高-低-高”的应用条件，可运用进退法<sup>[8]</sup>对初值进行预处理。记  $\hat{\tau}_{k,i} = \text{Muller}(\tilde{\tau}_{k,i}, \delta(L/N)T_c)$ ，

定义

$$T = \left\{ \left( -\frac{L}{2} + \varepsilon \right) T_c + i \cdot \frac{L}{N} T_c, \quad i = 0, 1, \dots, N-1, \quad N \geq L, \quad \varepsilon \in \left[ -\frac{L}{2N}, \frac{L}{2N} \right] \right\} \tag{16}$$

$$\tilde{T}_{k,i} = \{ \tilde{\tau}_{k,1}, \dots, \tilde{\tau}_{k,i} \} \tag{17}$$

$$\hat{T}_{k,i} = \{ \hat{\tau}_{k,1}, \dots, \hat{\tau}_{k,i} \} \tag{18}$$

$T$  表示预先设定的  $N$  个假设时延所构成的集合， $\tilde{T}_{k,i}$ ,  $\hat{T}_{k,i}$  分别表示粗略、精确时延估计所组成的集合， $i = 0$  时表示空集。  $\tilde{T}_{k,i} \subset T$ 。

**改进型 MUSIC 算法**<sup>[4]</sup>

代价函数为

$$J_{k,MU}(\tau) = \text{Tr} \left\{ \mathbf{U}_k(\tau) \overline{\mathbf{H}}_k^*(\tau) \hat{\mathbf{E}}_n \hat{\mathbf{E}}_n^* \overline{\mathbf{H}}_k(\tau) \right\} \tag{19}$$

其中  $\text{Tr}\{\cdot\}$  表示矩阵迹运算， $\mathbf{U}_k \in C^{(2\zeta+4)K \times (2\zeta+4)K}$  为 Hermite 加权矩阵<sup>[2]</sup>，典型取值为  $\mathbf{U}_k = \mathbf{I}$ ,  $\mathbf{U}_k = \mathbf{I} / \text{Tr} \left\{ \overline{\mathbf{H}}_k^* \overline{\mathbf{H}}_k \right\}$ 。

算法描述：

初始化：  $i = 1$

(1) 记  $\hat{\tau}_{k,i} = \arg \min_{\substack{\tau \in T \\ \tau \notin \hat{T}_{k,i-1}}} J_{k,MU}(\tau)$ 。

(2) 若  $\text{Muller}(\tilde{\tau}_{k,i}, \delta \frac{L}{N} T_c) \notin \hat{T}_{k,i-1}$ ，则记  $\hat{\tau}_{k,i} = \text{Muller}(\tilde{\tau}_{k,i}, \delta \frac{L}{N} T_c)$ 。更新  $\hat{T}_{k,i}$ ,  $\hat{T}_{k,i} = \hat{T}_{k,i-1} \cup \{ \hat{\tau}_{k,i} \}$ 。若  $i = L_k$ ，终止；否则， $i = i + 1$ 。

(3) 更新  $\tilde{T}_{k,i}$ ,  $\tilde{T}_{k,i} = \tilde{T}_{k,i-1} \cup \{ \tilde{\tau}_{k,i} \}$ ，返回 (1)。

**MUSIC-SEA 算法**

定义

$$\overline{\mathbf{H}}_k(\hat{T}_{k,i-1}) = [\overline{\mathbf{H}}_k(\hat{\tau}_{k,1}) \quad \dots \quad \overline{\mathbf{H}}_k(\hat{\tau}_{k,i-1})] \tag{20}$$

$$\mathbf{P}_{\overline{\mathbf{H}}_k(\hat{T}_{k,i-1})}^\perp = \mathbf{I} - \overline{\mathbf{H}}_k(\hat{T}_{k,i-1}) \left( \overline{\mathbf{H}}_k^*(\hat{T}_{k,i-1}) \overline{\mathbf{H}}_k(\hat{T}_{k,i-1}) \right)^{-1} \overline{\mathbf{H}}_k^*(\hat{T}_{k,i-1}) \tag{21}$$

$$\overline{\mathbf{H}}_k(\tau, \hat{T}_{k,i-1}) = \mathbf{P}_{\overline{\mathbf{H}}_k(\hat{T}_{k,i-1})}^\perp \overline{\mathbf{H}}_k(\tau) \tag{22}$$

代价函数为

$$J_{k,MU}(\tau, \hat{T}_{k,i-1}) = \frac{\text{Tr} \left\{ \overline{\mathbf{H}}_k^*(\tau, \hat{T}_{k,i-1}) \hat{\mathbf{E}}_n \hat{\mathbf{E}}_n^* \overline{\mathbf{H}}_k(\tau, \hat{T}_{k,i-1}) \right\}}{\text{Tr} \left\{ \overline{\mathbf{H}}_k^*(\tau, \hat{T}_{k,i-1}) \overline{\mathbf{H}}_k(\tau, \hat{T}_{k,i-1}) \right\}} \quad (23)$$

其中  $\mathbf{I}$  为单位矩阵,  $\mathbf{P}_{\overline{\mathbf{H}}_k(\hat{T}_{k,i-1})}^\perp$  表示  $\overline{\mathbf{H}}_k(\hat{T}_{k,i-1})$  象空间上的正交投影算子,  $\overline{\mathbf{H}}_k(\tau, \hat{T}_{k,i-1})$  为  $\overline{\mathbf{H}}_k(\tau)$  在  $\overline{\mathbf{H}}_k(\hat{T}_{k,i-1})$  象空间上的正交投影。若  $\tau$  接近  $\hat{T}_{k,i-1}$ , 则  $\overline{\mathbf{H}}_k(\tau, \hat{T}_{k,i-1})$  很小,  $J_{k,MU}(\tau, \hat{T}_{k,i-1})$  较大, 从而避免在  $\tau$  处出现零陷。这表明该算法可以抑制已估路径对后续时延估计过程的影响。

算法描述:

初始化:  $i = 1$

(1) 记  $\hat{\tau}_{k,i} = \arg \min_{\tau \in T} J_{k,MU}(\tau, \hat{T}_{k,i-1})$ 。

(2) 记  $\hat{\tau}_{k,i} = \text{Muller}(\hat{\tau}_{k,i}, \delta \frac{L}{N} T_c)$ 。若  $i = L_k$ , 终止; 否则,  $i = i + 1$ 。

(3) 更新  $\hat{T}_{k,i}, \hat{T}_{k,i}$ 。  $\hat{T}_{k,i} = \hat{T}_{k,i-1} \cup \{\hat{\tau}_{k,i}\}$ ,  $\hat{T}_{k,i} = \hat{T}_{k,i-1} \cup \{\hat{\tau}_{k,i}\}$ 。返回 (1)。

从以上两个算法描述可以看出, 改进型 MUSIC 算法首先获得多个时延的粗略估计, 然后依次对每个时延进行精确估计。而 MUSIC-SEA 算法每次只获得一个时延的粗略估计, 然后对这个时延进行精确估计; 再将已估时延信息融入后续的时延估计过程中, 以获得更好的时延估计性能。

## 4 性能分析

时延估计算法考虑 3 个性能指标: 正确估计概率、估计精度以及运算量, 下面分别予以讨论分析。

### 4.1 正确估计概率

正确估计概率  $P_{\text{RE}}$  定义式为

$$P_{\text{RE}} = P\{\min\{|\hat{\tau}_{k,i} - \tau_{k,i}|, LT_c - |\hat{\tau}_{k,i} - \tau_{k,i}|\} \leq \frac{1}{2} T_c | P_k > 0\} \quad (24)$$

上式不便于直接分析, 因此可以通过计算机仿真来比较分析。

### 4.2 估计精度

估计精度在性能仿真时, 以正确估计时的估计误差的样本标准差 (简写 Std. Dev.) 来衡量。此外, 从理论角度给出了均方误差的下界——CRB 的简化推导过程。虽然文献 [5] 推导了 CRB, 但该 CRB 与用户发送符号有关, 计算十分复杂。为此, 通过假定用户发送符号服从零均值, 单位方差的高斯分布 [9], 从而推导出多径衰落信道下的 CRB, 大大减小了计算量。CRB 表达式为

$$[\mathbf{FIM}]^{-1} \leq E\{(\hat{\phi} - \phi)(\hat{\phi} - \phi)^T\} \quad (25)$$

其中  $\phi = [\sigma^2 \mathbf{P}^T \tau^T]^T$ ,  $\sigma^2$  为复高斯白噪声方差,  $\mathbf{FIM}$  为 Fisher 信息矩阵。从附录中的具体推导过程可看出, 上式与文献 [5] 中 CRB 计算式相比, 运算量大大减小了。

### 4.3 运算量

由两个算法描述过程可以看出, 改进型 MUSIC 和 MUSIC-SEA 算法首次时延估计过程完全相同。此外, 在改进型 MUSIC 算法中, 同一个时延的粗略估计值可能不止一个, 因而会出现过多的搜索过程, 但  $\{J_{k,MU}(\tau), \tau \in T\}$  只需计算一次; 而 MUSIC-SEA 算法虽然可避免过多

的搜索过程, 但  $\{J_{k,MU}(\tau, \hat{T}_{k,i-1}), \tau \in T\}$  要计算  $L_k$  次. 因而 MUSIC-SEA 算法运算量更大一些. 因此, 下面给出  $P_{\bar{H}_k(\hat{T}_{k,i-1})}^\perp$  的迭代计算方法, 以减小 MUSIC-SEA 算法的运算量.

**定理** 若矩阵  $A = [A_1 \ A_2]$  列满秩,  $P_A$  为  $A$  象空间上的投影算子,  $P_A^\perp = I - P_A$ , 则

$$P_A^\perp = P_{A_1}^\perp - P_{P_{A_1}^\perp A_2} \tag{26}$$

**证明** 由分块矩阵求逆公式有

$$(A^*A)^{-1} = \begin{bmatrix} A_1^*A_1 & A_1^*A_2 \\ A_2^*A_1 & A_2^*A_2 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} (A_1^*A_1)^{-1} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -(A_1^*A_1)^{-1}A_1^*A_2 \\ I \end{bmatrix} \cdot [A_2^*A_2 - A_2^*A_1(A_1^*A_1)^{-1}A_1^*A_2]^{-1} \cdot [-A_2^*A_1(A_1^*A_1)^{-1}I]$$

$$\text{故 } P_A = A(A^*A)^{-1}A^* = P_{A_1} + P_{A_1}^\perp A_2(A_2^*P_{A_1}^\perp A_2)^{-1}A_2^*P_{A_1}^\perp = P_{A_1} + P_{P_{A_1}^\perp A_2}$$

$$\text{即 } P_A^\perp = P_{A_1}^\perp - P_{P_{A_1}^\perp A_2} \tag{证毕}$$

若考虑  $\bar{H}_k(\hat{T}_{k,i-1})$  也列满秩, 则  $P_{\bar{H}_k(\hat{T}_{k,i-1})}^\perp$  迭代计算公式为

$$P_{\bar{H}_k(\hat{T}_{k,i})}^\perp = P_{\bar{H}_k(\hat{T}_{k,i-1})}^\perp - P_{\bar{H}_k(\hat{T}_{k,i-1})}^\perp \bar{H}_k(\tau_{k,i}) \tag{27}$$

初始值  $P_{\bar{H}_k(\phi)}^\perp = I$ . 当  $L_k > 2$  时, 可大大节省运算量. 此外,  $\text{Tr}\{\cdot\}$  也可转化为多个数值的加和运算, 从而避免不必要的计算.

### 5 性能仿真

仿真系统参数为:  $K = 4, \alpha = 0.35, Q = 1, L = 31$  的 GOLD 码作为扩频码,  $\zeta = 2, C_{\bar{M}} = (\log \bar{M})/10, U_k = I/\text{Tr}\{\bar{H}_k^* \bar{H}_k\}, N = 2L, \delta = 1/2, \varepsilon = 0$ . 衰落增益  $\{h_{k,i}(n)\}$  由加性复高斯随机过程通过三阶巴特沃兹低通滤波器产生, 3dB 截止带宽为  $f_D^k LT_c, f_D^k$  表示多普勒频移. 对每个用户  $L_k = 2, E\{|h_{k,i}(n)|^2\} = 1, f_D^k LT_c = 0.0026^{[5]}$ , 用户时延设定为:  $\tau_1 = [-7.25 \ -0.19]^T, \tau_2 = [-12.69 \ 13.88]^T, \tau_3 = [-13.21 \ 0.02]^T, \tau_4 = [-6.9 \ -3.59]^T$ . 各用户相位偏移服从  $[0, 2\pi)$  上的均匀分布, 发送符号随机产生. 定义信噪比  $\text{SNR}_{1,i} = (P_1 LT_c / 2N_0) E\{|h_{1,i}(n)|^2\}$ , 远近效应比  $\text{NFR} = P_2/P_1 = \dots = P_K/P_1$ , 显然  $\text{SNR}_{1,1} = \text{SNR}_{1,2} = \text{SNR}$ . 考虑估计用户 1 时延  $\tau_1$ , 仿真次数为 250 次. 计算 CRB 时,  $M_0 = 10$ .

图 1、图 2 分别给出了改进型 MUSIC, MUSIC-SEA 算法代价函数的典型曲线. 首次时延估计为:  $\hat{\tau}_{1,2} = -0.1796$ . 从图 1 中, 改进型 MUSIC 算法对  $\tau_{1,1}$  的估计为:  $\hat{\tau}_{1,1} = -6.9994$ ; 而从图 2 中, MUSIC-SEA 算法对  $\tau_{1,1}$  的估计为:  $\hat{\tau}_{1,1} = -7.294$ , 估计精度高于改进型 MUSIC 算法.

图 3、图 4 分别表明了  $M$  对  $\tau_{1,1}$  估计精度和正确估计概率的影响, 图 5、图 6 则表明了  $M$  对  $\tau_{1,2}$  估计性能的影响. 可以看出, MUSIC-SEA 算法对  $\tau_{1,1}$  的估计精度和正确估计概率要明显高于改进型 MUSIC 算法; 而由于首次时延估计基本上都是对  $\tau_{1,2}$  进行的, 因而对  $\tau_{1,2}$  的估计性能和改进型 MUSIC 算法基本相当. 但这仍可说明, MUSIC-SEA 能提高时延正确估计概率和时延估计精度.

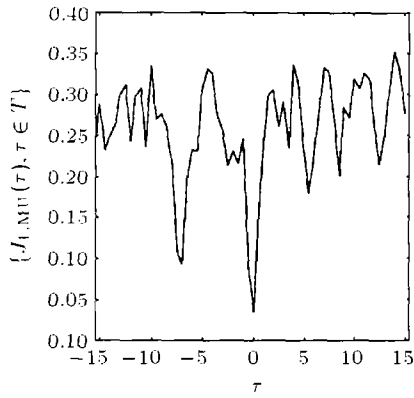


图 1 改进型 MUSIC 算法代价函数典型曲线 SNR=10dB, NFR=0dB, 以下各图相同

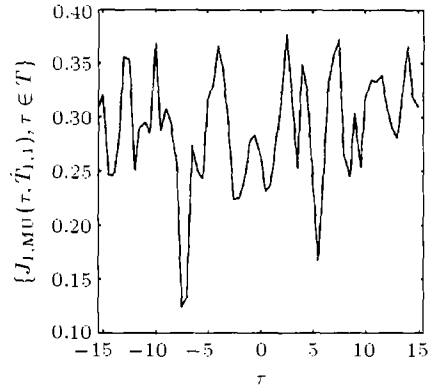


图 2 MUSIC-SEA 算法代价函数典型曲线

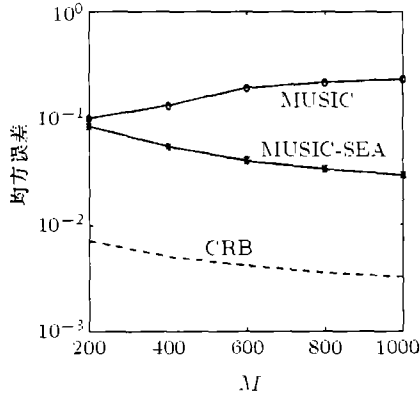


图 3 M 对  $\tau_{1,1}$  估计精度的影响

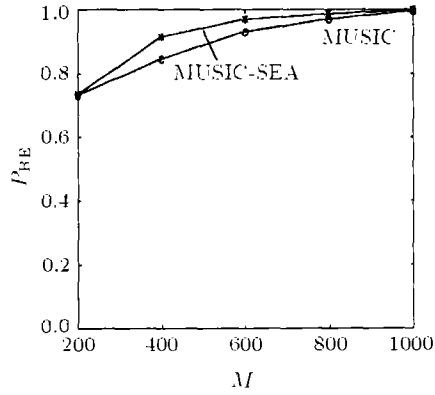


图 4 M 对  $\tau_{1,1}$  正确估计概率的影响

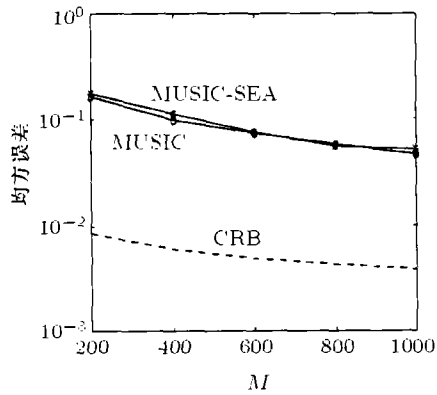


图 5 M 对  $\tau_{1,2}$  估计精度的影响

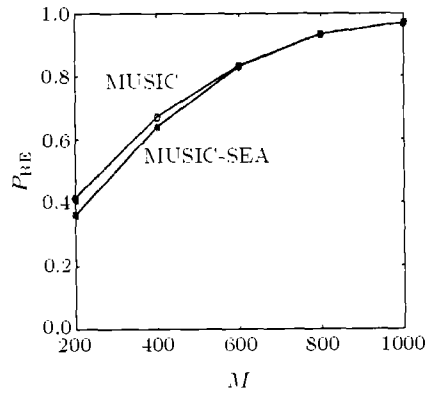


图 6 M 对  $\tau_{1,2}$  正确估计概率的影响

## 6 结 论

本文考虑了异步带限 QPSK DS-CDMA 系统在多径衰落信道下的时延估计算法。首先将 AWGN 信道下的时延估计算法直接推广,得到了改进型 MUSIC 算法;为了消除多径间的相互影响,引入了序贯估计思想,提出了时延序贯估计算法 (MUSIC-SEA)。给出了 MUSIC-SEA 算法的迭代方法,并进行了性能分析和计算机仿真。结果表明,与改进型 MUSIC 算法相比, MUSIC-SEA 能提高时延正确估计概率和时延估计精度。

## 附 录

## CRB 的推导过程

## 重新定义系统矢量模型

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{r}}(m) &= [\mathbf{r}^T(m\zeta - (\zeta - 1)) \cdots \mathbf{r}^T(m\zeta)]^T = \bar{\mathbf{H}} \cdot \bar{\mathbf{B}} \cdot \bar{\mathbf{d}}(m) + \bar{\mathbf{n}}(m) \in C^{QL\zeta \times 1} \\ m &= 1, 2, \dots, \bar{M}, \quad \bar{M} = \lfloor M/\zeta \rfloor \end{aligned} \quad (\text{A-1})$$

其中参数定义与 (8)-(12) 式相比,仅有 (8),(12) 式不同,两个定义式为

$$\bar{\beta}_k(m) = \text{vec}([\beta_k(m\zeta - \zeta + 1) \cdots \beta_k(m\zeta)]^T) \in C^{\zeta L_k \times 1} \quad (\text{A-2})$$

$$\bar{\mathbf{d}}_k(m) = \mathbf{1}_{L_k \times 1} \otimes [\mathbf{d}_{kpq}^T(m\zeta - \zeta + 1) \cdots \mathbf{d}_{kpq}^T(m\zeta)]^T \in C^{6\zeta L_k \times 1} \quad (\text{A-3})$$

[ $\cdot$ ] 表示取整运算。为了保证  $\bar{\mathbf{r}}(m)$  相互独立,这里定义了不同于 (6) 式的矢量模型,并且  $\zeta$  取值尽可能大(如:  $\zeta = M$ )。当然,  $M$  很大时,协方差矩阵维数也很大,从而导致计算量过大,为此,我们采用 CRB 逼近计算式 [2]:  $\text{CRB}_M \approx (M/M_0)\text{CRB}_{M_0}$ , 根据计算量大小,可选取合适的  $M_0$  值。

## 定义

$$\begin{aligned} \phi &= [\sigma^2 \mathbf{P}^T \boldsymbol{\tau}^T]^T \quad \mathbf{P} = [\mathbf{P}_1^T \cdots \mathbf{P}_K^T]^T \\ \mathbf{P}_k &= [P_{k,1} \cdots P_{k,L_k}]^T \quad P_{k,i} = P_k \cdot E\{|h_{k,i}(n)|^2\} \\ \mathbf{R} &= \mathbf{R}_{\bar{\boldsymbol{\tau}}} \bar{\boldsymbol{\tau}}(0) = E\{\bar{\mathbf{r}}(m)\bar{\mathbf{r}}^*(m)\} = \bar{\mathbf{H}} \cdot \mathbf{R}_{\bar{\mathbf{B}} \bar{\mathbf{B}}^*} \cdot \mathbf{R}_{\bar{\mathbf{d}} \bar{\mathbf{d}}^*} \cdot \bar{\mathbf{H}}^* + \sigma^2 \mathbf{I} \\ \mathbf{R}_{\bar{\mathbf{B}} \bar{\mathbf{B}}^*} &= \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{\bar{\mathbf{B}} \bar{\mathbf{B}}^*}^1 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \mathbf{R}_{\bar{\mathbf{B}} \bar{\mathbf{B}}^*}^K \end{bmatrix} \quad \mathbf{R}_{\bar{\mathbf{d}} \bar{\mathbf{d}}^*} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{\bar{\mathbf{d}} \bar{\mathbf{d}}^*}^1 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \mathbf{R}_{\bar{\mathbf{d}} \bar{\mathbf{d}}^*}^K \end{bmatrix} \\ \mathbf{R}_{\bar{\mathbf{B}} \bar{\mathbf{B}}^*}^k &= \text{diag}(\mathbf{P}_k) \otimes \mathbf{I}_{6\zeta \times 6\zeta}, \quad \mathbf{R}_{\bar{\mathbf{d}} \bar{\mathbf{d}}^*}^k = \mathbf{1}_{L_k \times L_k} \otimes \mathbf{I}_{6\zeta \times 6\zeta} \end{aligned}$$

Fisher 信息矩阵 (FIM) 第  $v$  行  $w$  列上的元素为 [9]:

$$[\text{FIM}]_{v,w} = \bar{M} \cdot \text{Tr} \left\{ \mathbf{R}^{-1} \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \phi_v} \mathbf{R}^{-1} \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \phi_w} \right\} \quad (\text{A-4})$$

其中  $\partial \mathbf{R} / \partial \phi_v$  表示  $\mathbf{R}$  对  $\phi$  中第  $v$  个元素求偏导数,并且

$$\begin{aligned} \partial \mathbf{R} / \partial (\sigma^2) &= \mathbf{I}, \quad \partial \mathbf{R} / \partial P_{k,i} = \bar{\mathbf{H}}_{k,i} \bar{\mathbf{H}}_{k,i}^* \\ \partial \mathbf{R} / \partial \tau_{k,i} &= \bar{\boldsymbol{\psi}} \cdot \mathbf{R}_{\bar{\mathbf{B}} \bar{\mathbf{B}}^*} \cdot \mathbf{R}_{\bar{\mathbf{d}} \bar{\mathbf{d}}^*} \cdot \bar{\mathbf{H}}^* + \bar{\mathbf{H}} \cdot \mathbf{R}_{\bar{\mathbf{B}} \bar{\mathbf{B}}^*} \cdot \mathbf{R}_{\bar{\mathbf{d}} \bar{\mathbf{d}}^*} \cdot \bar{\boldsymbol{\psi}} \\ \bar{\boldsymbol{\psi}} &= \left[ \mathbf{0}_{QL\zeta \times 6\zeta(\sum_{k'=1}^{k-1} L_{k'} + i - 1)} \quad \frac{\partial \bar{\mathbf{H}}_{k,i}}{\partial \tau_{k,i}} \quad \mathbf{0}_{QL\zeta \times 6\zeta(L_P - \sum_{k'=1}^{k-1} L_{k'} - i)} \right] \end{aligned}$$



CRB 不等式为

$$[\mathbf{FIM}]^{-1} \leq E\{(\hat{\phi} - \phi)(\hat{\phi} - \phi)^T\} \quad (\text{A-5})$$

### 参 考 文 献

- [1] E. G. Strom, S. Parkvall, S. L. Miller, *et al.*, Propagation delay estimation in asynchronous DS-CDMA systems, IEEE Trans. on Commun., 1996, COM-44(1), 84-93.
- [2] T. Ostman, S. Parkvall, B. Ottersten, Analysis of an improved MUSIC algorithm for estimation of time delays in asynchronous DS-CDMA systems, available by URL: <http://www.kth.se/s3/signal/INDEX.html>.
- [3] T. Ostman, B. Ottersten, Near far robust time delay estimation in asynchronous bandlimited DS-CDMA systems, available by URL: <http://www.kth.se/s3/signal/INDEX.html>.
- [4] Cheng Yunpeng, Cai Yuemin, User recognition and time delay estimation with near far robust for asynchronous bandlimited DS-CDMA systems, in Fifth Asia-Pacific Conference on Communications and Fourth Optoelectronic and Communications Conference (APCC/OECC'99), Beijing, 1999, 508-512.
- [5] E. G. Strom, S. Parkvall, S. L. Miller, *et al.*, DS-CDMA synchronization in time varying fading channels, IEEE J. on SAC, 1996, SAC-14(10), 1636-1642.
- [6] S. K. Oh, C. K. Un, A sequential estimation approach for performance improvement of eigenstructure-based methods in array processing, IEEE Trans. on SP, 1993, SP-41(1), 457-463.
- [7] M. Bhandary, Detection of the number of signals in the presence of white noise in decentralized processing, IEEE Trans. on SP, 1998, SP-46(3), 800-803.
- [8] 陈宝林, 著, 最优化理论与算法, 北京, 北京大学出版社, 1989, 第五章.
- [9] T. Ostman, On the bounds of performance in communication system, available by URL: <http://www.kth.se/s3/signal/INDEX.html>.

## SUBSPACE-BASED TIME DELAY SEQUENTIAL ESTIMATION ALGORITHM FOR ASYNCHRONOUS BANDLIMITED DS-CDMA SYSTEMS IN MULTIPATH FADING CHANNELS

Cheng Yunpeng    Cai Yueming

(Mobile Communication Research Section, PLAUST, Nanjing 210016, China)

**Abstract** A subspace-based time delay sequential estimation algorithm named MUSIC-SEA is presented for asynchronous bandlimited DS-CDMA systems in multipath fading channels. The sequential estimation idea is introduced, and the knowledge of the estimated time delays is involved in the subsequent estimation procedures. The whole procedure can be described as follows: the noise subspace is estimated first, and then coarse estimation and fine search of time delay are implemented for every time delay sequentially. The iterative steps are presented, the performance of the algorithm is analyzed, and simulations are carried out. The results show that the algorithm can mitigate the interference of multipath and provide time delay estimation with high probabilities and high accuracy.

**Key words** CDMA, Time delay estimation, Multipath fading, Subspace

程云鹏: 男, 1976年生, 博士生, 主要从事 CDMA 系统同步、信道估计等方面的研究。

蔡跃明: 男, 1961年生, 教授, 博士, 1997年2月至1998年2月在香港科技大学做博士后, 参加过多项国家和省自然科学基金项目的研究工作, 涉及的领域有集成电路设计和工艺, 仪器仪表和移动通信收发信机等, 曾在核心学术刊物上发表论文二十余篇, 获得过三项国家发明专利, 三项省级鉴定。