

## CDMA 系统中一种新的分布式博弈功率控制算法

喻的雄 蔡跃明 钟卫

(解放军理工大学通信工程学院 南京 210007)

**摘要:** 该文通过设计一种有效的代价函数, 提出了一种用于蜂窝 CDMA 系统的博弈功率控制算法, 并证明了该算法纳什均衡的存在及唯一性。通过仿真表明, 该文提出的算法同几种经典的分布式算法相比, 不但能够加快收敛速度, 而且在系统中用户终端多于 20 的情况下, 能够降低系统中用户发射功率。

**关键词:** CDMA; 功率控制; 误比特率; 博弈论。

中图分类号: TP914.53

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2008)02-0443-04

## A Novel Distributed Power Control Algorithm in CDMA System: A Game Theoretic Approach

Yu Di-xiong Cai Yue-ming Zhong Wei

(Institute of Communication Engineering, PLAUST, Nanjing 210007, China)

**Abstract:** In this paper, a novel algorithm for distributed power control in cellular CDMA system based on game theory is proposed and an effective cost function is designed for this scheme. Then the existence and uniqueness of the Nash equilibrium are proved for the proposed algorithm. The simulation results show that the proposed algorithm, which compared with several classical distributed algorithms, not only can speed up the convergence but also reduce the transmit power while the terminals are more than 20.

**Key words:** CDMA; Power control; BER; Game theory

### 1 引言

功率控制是无线资源管理(RRM)的一个重要内容, 因为它能有效地降低系统中各用户发射功率, 减少干扰, 提高系统的容量以及提高电池的使用寿命而备受人们的关注。而对 CDMA 系统来说, 分布式功率控制能够有效地减弱上行链路的远近效应, 减少多址干扰而使之成为 CDMA 系统中的一项关键技术<sup>[1]</sup>。

目前经典的分布式 CDMA 功率控制算法主要包括 DPC 算法<sup>[2, 3]</sup>, Koskie 和 Gajic 提出的基于信干噪比的博弈功率控制算法<sup>[3]</sup>以及 Goodman 提出的 NPG 算法<sup>[4]</sup>等。其中 DPC 算法比较简单容易实现, 但算法收敛得到的功率较大, 功率控制的效果与以上提到的几种算法相比较差, 且这种算法的收敛速度较慢; Koskie 和 Gajic 提出的基于信干噪比的博弈功率控制算法也存在收敛功率较大和收敛速度慢的情况; Goodman 提出的算法收敛得到的功率也较大, 且算法得可能只收敛到局部最优并不是收敛到全局最优。针对以上情况, 本文提出一种新的博弈功率控制算法, 该算法与 DPC 算法和基于信干噪比的博弈功率控制算法相比能够有效地降低用户的发射功率并加快收敛的速度。

### 2 系统模型

考虑一个单蜂窝小区 CDMA 系统, 系统中有  $N$  个用户, 用户  $i(i \in N)$  与基站的距离用  $d_i$  表示,  $p_i$ 、 $\gamma_i$  分别表示第  $i$  个用户的发射功率和接收信干噪比。基站的背景噪声功率为  $\sigma^2$ , 假设它为一个常值。根据文献<sup>[3]</sup>中关于信干噪比的表达式可知, 用户  $i$  的信干噪比表示式如下:

$$\gamma_i = \frac{h_i p_i}{\sum_{j=1, j \neq i}^N h_j p_j c_{ij} + \sigma^2} \quad (1)$$

其中  $h_i$  表示用户  $i$  与基站之间的信道增益,  $c_{ij}$  表示第  $i$  个扩频码与第  $j$  个扩频码之间的码相关系数。而信道增益  $h_i$  可由下式获得:  $h_i = A/r_i^\alpha$ , 其中  $A$  为一常数,  $r_i$  为用户  $i$  与基站的距离,  $\alpha$  的取值范围为 3 到 6。令  $I_i = \sum_{j=1, j \neq i}^N h_j p_j c_{ij} + \sigma^2$ ,

那么信干噪比又可以表示为  $\gamma_i = h_i p_i / I_i$ 。

我们知道代价函数的设计对博弈功率控制算法性能影响很大。现已有几种博弈功率控制代价(收益)函数, 综合来看其主要出发点集中在两个方面: (1)吞吐量或信道容量最大化; (2)信干噪比均衡。除了这两种情况, 每个用户的误比特率函数也是系统性能一个重要的参考。如果用户的误比特率越小, 其通信质量也越好, 因此我们设计了这样一个考虑用户误比特率的代价函数。设计的出发点是提高每个用户的误比特率性能。另外考虑到蜂窝 CDMA 系统中远近效应的问题

2007-02-01 收到, 2007-10-16 改回

江苏自然科学基金(BK2006701)和国家自然科学基金(60672079)资助课题

题,在代价函数中加入功率惩罚因子。根据博弈论的概念<sup>[3]</sup>,这种函数首先应该是凸函数且非负,其次它还应该存在一个非负的最小值。根据以上所述,设计代价函数如下:

$$J_i(p_i) = \Pr(\gamma_i)/c + bp_i \quad (2)$$

其中  $b, c$  均为非负的权重系数,  $\Pr(\gamma_i)$  表示用户  $i$  的误比特率,它与系统的调制方式有关。

假设系统的调制方式为非相关频移键控,那么对于用户  $i$  的误比特率有<sup>[4]</sup>:  $\Pr(\gamma_i) = (1/2)e^{-1/\gamma_i}$ ,因此,代价函数又可以表示为

$$J_i(p_i) = \frac{e^{-\gamma_i/2}}{2c} + bp_i \quad (3)$$

令  $a = 2c$ , 那么  $J_i(p_i) = \frac{e^{-\gamma_i/2}}{a} + bp_i$ 。

每个用户在进行信息传输的过程中都期望其误比特率尽可能小,这样才能获得比较满意的通信质量,同时也期望获得这种通信质量的条件下能够降低其发射功率。所以设计的代价函数可以理解为用户联合发射功率和误比特率的最小化求解。最终的目标是用户能够以较小的发射功率为代价获得较高的信噪比,也即较高的通信质量。

在这个博弈模型中,每个用户的发射功率最终会达到均衡,即式(3)一定存在纳什均衡,下节我们将给出证明。

如果将纳什均衡功率表示为  $\mathbf{p}^*$ ,那么系统中某用户单独改变其发射功率,使其功率偏离这个均衡,它的代价都将增大,即

$$J_i(p_i^*, \mathbf{p}_{-i}^*) < J_i(p_i, \mathbf{p}_{-i}^*) \quad (4)$$

其中  $\mathbf{p}_{-i}^*$  表示除用户  $i$  的发射功率之外的其他所有用户的发射功率向量。

为了求得均衡时的发射功率,我们对  $J_i(p)$  求  $p_i$  的导数并令其为 0:

$$\frac{\partial J_i(p_i)}{\partial p_i} = -\frac{e^{-\gamma_i/2}h_i}{2aI_i} + b = 0 \quad (5)$$

将式(1)代入式(5)那么我们可以得到用户  $i$  的功率表达式:

$$p_i = \frac{2I_i}{h_i} \ln \frac{h_i}{2abI_i} \quad (6)$$

又因为  $\gamma_i = h_i p_i / I_i$ ,为了求解式(6),我们给出下列功率的迭代算法:

$$p_i^{(n+1)} = \begin{cases} \frac{2p_i^{(n)}}{\gamma_i^{(n)}} \ln \frac{\gamma_i^{(n)}}{2abp_i^{(n)}}, & \text{若 } p_i^{(n+1)} > 0 \\ 0, & \text{若 } p_i^{(n+1)} \leq 0 \end{cases} \quad (7)$$

### 3 纳什均衡的存在及唯一性

#### 3.1 纳什均衡的存在性证明

根据博弈论相关知识<sup>[5]</sup>可知,如果某一博弈模型  $G = \{\Gamma, \{\mathbf{p}\}, u(\bullet)\}$  满足以下两个条件,那么此博弈模型肯定存在纳什均衡:

(1)策略空间  $\{\mathbf{p}\}$  是欧几里得空间  $\mathbf{R}^N$  中非空的、闭的、

有界的凸集;

(2)  $u(\bullet)$  在其策略空间上连续,且为拟凸(凹)函数。

其中  $\Gamma$  表示参与者集合,  $\{\mathbf{p}\}$  表示策略空间,  $u(\bullet)$  则为代价(收益)函数。

假定所设计的函数模型的策略空间为  $[0, p_{\max}]$ ,  $p_{\max} = 0.1\text{W}$ ,此时显然满足条件(1),同时很容易看到代价函数  $J_i(p_i)$  在策略空间上连续,那么只要证明其为拟凸函数即可,因为已经有  $\frac{\partial J_i(p_i)}{\partial p_i} = -\frac{e^{-\gamma_i/2}h_i}{2aI_i} + b$ ,若对  $J_i(p)$  求  $p_i$  的二阶偏导,那么可得到:

$$\frac{\partial^2 J_i(p_i)}{\partial p_i^2} = -\frac{e^{-\gamma_i/2}h_i}{2aI_i} \left( -\frac{h_i}{2I_i} \right) = \frac{h_i^2}{4aI_i^2} e^{-\frac{\gamma_i}{2}} > 0 \quad (8)$$

那么可知  $J_i(p_i)$  关于其策略空间是凸的,因为一个凸函数肯定是拟凸函数,所以  $J_i(p_i)$  关于其策略空间也是拟凸的。这就证明了代价函数  $J_i(p_i)$  存在纳什均衡。

#### 3.2 纳什均衡的唯一性

为了证明算法的收敛性,设函数为  $f(p_i) = \frac{2I_i}{h_i} \ln \frac{h_i}{2abI_i}$ ,

如果算法收敛,那么  $f(p_i)$  应该满足 3 条性质<sup>[6,7]</sup>(正性,  $f(p_i) > 0$ ; 单调性,如果有  $\mathbf{p}' > \mathbf{p}$ ,那么应有  $f(\mathbf{p}') - f(\mathbf{p}) > 0$ ; 可扩展性,如果有  $\alpha > 1$ ,那么应该有  $\alpha f(\mathbf{p}) - f(\alpha \mathbf{p}) > 0$ )。同时,如果以上 3 条性质同时满足的话,算法收敛到唯一一点。下面我们分别求这 3 条性质满足时需要的条件。

(1)正性 若有  $\frac{h_i}{2abI_i} > 1$ ,即  $I_i < \frac{h_i}{2ab}$ ,则有  $f(p_i) > 0$ ,

此性质成立。

(2)单调性 若有  $\mathbf{p}' > \mathbf{p}$ ,则

$$\begin{aligned} f(\mathbf{p}') - f(\mathbf{p}) &= \frac{2I_i'}{h_i} \ln \frac{h_i}{2abI_i'} - \frac{2I_i}{h_i} \ln \frac{h_i}{2abI_i} \\ &= \frac{1}{ab} \left( \frac{2abI_i'}{h_i} \ln \frac{h_i}{2abI_i'} - \frac{2abI_i}{h_i} \ln \frac{h_i}{2abI_i} \right) \end{aligned}$$

令  $x = \frac{2abI_i'}{h_i}$ ,那么若有函数  $g(x) = x \ln \frac{1}{x}$ ,对  $g(x)$  求  $x$  的导数有:  $g'(x) = \ln(1/x) - 1$ ,若要求  $g'(x) > 0$ ,那么应该有  $x < \frac{1}{e}$ ,代入  $x$  表达式可得  $\frac{h_i}{2abI_i} > e$ 。又因为正性满足时要求  $\frac{h_i}{2abI_i} > 1$ ,综合两者,最后得到的结果应该为  $\frac{h_i}{2abI_i} > e$ 。

(3)可扩展性 若有  $\alpha > 1$ ,则

$$\begin{aligned} \alpha f(\mathbf{p}) - f(\alpha \mathbf{p}) &= \frac{2\alpha(q_i + \sigma^2)}{h_i} \ln \frac{h_i}{2ab(q_i + \sigma^2)} - \frac{2(\alpha q_i + \sigma^2)}{h_i} \\ &\cdot \ln \frac{h_i}{2ab(\alpha q_i + \sigma^2)} > \frac{2\alpha q_i}{h_i} \ln \frac{\alpha q_i + \sigma^2}{q_i + \sigma^2} + \frac{2\sigma^2}{h_i} \ln \frac{\alpha q_i + \sigma^2}{q_i + \sigma^2} > 0 \end{aligned}$$

其中  $I_i = q_i + \sigma^2, q_i = \sum_{j \neq i} h_j p_j$ 。

综上所述,若能保证  $\frac{h_i}{2abI_i} > e$  成立,那么上面的 3 条

性质都成立,则求得的纳什均衡是唯一的。但从文中表达式

(5)可知:  $e^{-\gamma_i/2} = \frac{2abI_i}{h_i}$ 。将纳什均衡收敛性的条件代入可得:  $e^{-\gamma_i/2} < e^{-1}$ , 也就是说当  $\gamma_i > 2$  的时候纳什均衡的唯一性就得到满足。设置目标信干噪比  $\gamma^{\text{tar}}$ , 令其大于 1, 同时保证系统中所有用户的信干噪比都大于或者等于此目标信干噪比, 那么本文给出算法的存在和唯一性就得到保证。

### 4 仿真分析

考虑在一个单小区 CDMA 系统中, 共有 30 个用户随机分布在一个  $2000 \times 2000(\text{m})$  的正方形小区内<sup>[3]</sup>, 基站位于小区中央。系统中每个用户的最大发射功率都为  $p_{\text{max}} = 0.1\text{W}$ , 基站的背景噪声功率  $\sigma^2 = 2 \times 10^{-13}\text{mW}$ 。信道增益  $h_i = A/r_i^\alpha$  模型中,  $A = 10^{-11}$  相当于  $1\text{km}$  处的路径衰减为  $110\text{dB}$ ,  $\alpha = 4$ 。我们选择 256 位的随机扩频序列, 因此有  $c_{ij} = 1/256, i \neq j, c_{ii} = 1$ , 同时设置参数  $a = 4, b = 0.6$ , 初始功率假定为  $p^{(0)} = 2.22 \times 10^{-16}\text{mW}$ , 目标信干噪比  $\gamma^{\text{tar}} = 8$ 。另外, 我们给出 Koskie 算法和 DPC 算法的功率更新表达式:

Koskie 算法<sup>[3]</sup>:

$$p_i^{(n+1)} = \gamma_i^{\text{tar}} \frac{p_i^{(n)}}{\gamma_i^{(n)}} - \frac{b}{2a} \left( \frac{p_i^{(n)}}{\gamma_i^{(n)}} \right)^2 \quad (9)$$

DPC 算法<sup>[2, 3]</sup>:

$$p_i^{(n+1)} = \gamma_i^{\text{tar}} \frac{p_i^{(n)}}{\gamma_i^{(n)}} \quad (10)$$

为了比较这 3 种算法, 我们将 Koskie 算法的参数设置为  $a = 4, b = 0.6$ 。它们的目标信干噪比与初始功率与本文所以算法相同。

图 1 给出了 3 种算法中系统所有用户的收敛性能比较, 其中每一条曲线代表一个用户的发射功率或者 SIR。从图中可以看出, 本文提出的算法具有良好的收敛特性, 系统中每个用户的发射功率和信干噪比(SIR)经过 10 次迭代基本上达到收敛, 而 Koskie 算法需要 20 次迭代才能全部收敛, DPC 算法需要 30 次才能收敛。

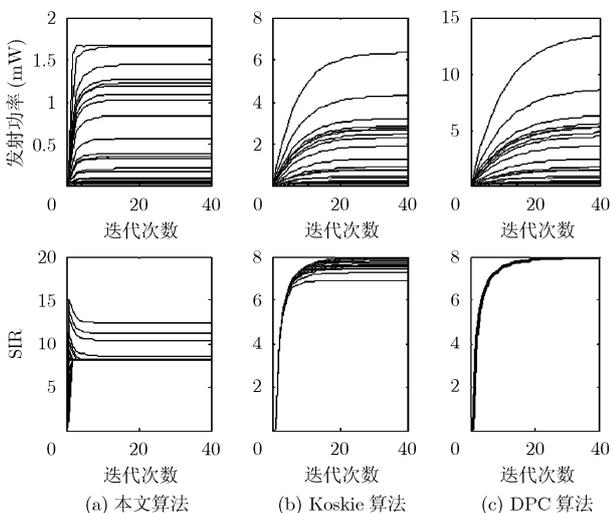


图 1 用户收敛性能比较

图 2 给出了 3 种算法的信干噪比比较, 从图中看到, DPC 算法可以保证所有用户的信干噪比都等于目标信干噪比, 而 Koskie 算法在用户与基站距离较近的情况下信干噪比与 DPC 算法相当, 距离较远的情况下信干噪比下降; 本文提出的算法则相反, 当用户与基站距离较近时其信干噪比要高于 DPC 算法, 距离较远的情况下与 DPC 算法相当, 但从整个系统来看, 所有的用户的信干噪比都能够保证大于或者等于目标信干噪比, 这保证了 QoS 要求, 也就是说每个用户的通信质量能够得到有效的保证。另外从图中也可以看到, 如果系统中用户与基站的距离相对较近的话, 用户的信干噪比要远远高于另外两种算法。

图 3 给出了 3 种算法各用户的发射功率的性能比较。从图中可以看出, 在给出的仿真条件下, 本文提出的算法能够有效地降低用户总的发射功率, 其中功率下降最为明显的是距离基站较远的用户。而对于距离基站较近的用户来说, 本文提出的算法在达到纳什均衡时的发射功率要稍大于其它两种算法, 这一点我们在图中特意给出了说明, 也就是说本文提出的算法是以牺牲距离基站较近的用户发射功率的性能来获得距离基站较远的用户的发射功率的降低。

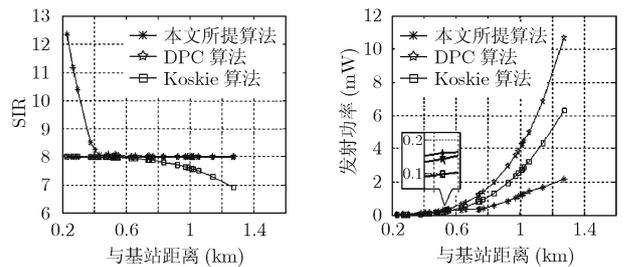


图 2 信干噪比性能比较

图 3 发射功率性能比较

图 4 和图 5 分别给出了 3 种算法用户数与所有用户的平均信干噪比、平均发射功率的性能比较图。从图 4 中可以看到, 若系统中的用户数超过 20, 本文提出的算法与另外两种算法相比其平均发射功率要小, 且随着用户数的增加, 它们之间的差距会增大, 若系统中的用户数少于 20 时, 这几种算法的平均发射功率基本上接近, 本文的算法的发射功率要稍微大于其它两种算法。但从图 5 可以看到, 随着用户数的增加, 本文算法中所有用户的平均信干噪比逐渐降低, 最终趋向目标信干噪比, 同时也可以看到本文提出的算法平均信干噪比要高于其它两种算法。出现上述图 4、图 5 所述现象的原因是: 系统中用户数的增多导致每个用户的干扰相对于自身的接收功率来说很大, 如果不进行功率控制或者功率控制效果不明显, 干扰的增大会诱使系统中的用户为了达到其 QoS 要求而增大其发射功率, 这样反过来又会增大此用户的干扰, 降低其信干噪比性能, 形成一个恶性循环。而对于本文算法来说, 由于用户数的增加, 系统中消耗的发射功率相对于其它两种算法来说肯定会减少, 因为相对于其它两种算

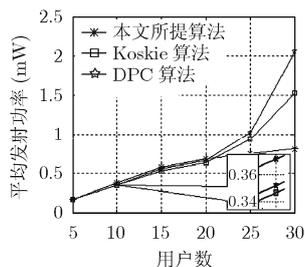


图4 平均发射功率  
与用户数的关系

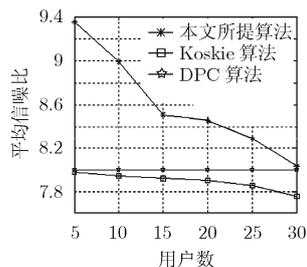


图5 平均信干噪比  
与用户数的关系

法, 系统中距离基站近的用户发射功率的增量远远少于距离基站远的用户发射功率的减少量, 图3的结果证实了这一结论。

可见本文的算法更加适应于用户数较多的系统, 这在实际系统中也是很有意义的。

## 5 结束语

本文讨论了蜂窝CDMA系统中的分布式功率控制算法, 提出了一种新的分布式博弈功率控制算法。通过仿真分析可以看到, 本文提出的算法能够有效地降低系统中用户总的发射功率, 并能提高基站附近用户的信干噪比。另外, 相比DPC算法及Koskie算法, 本文提出的算法在用户数较多的系统中性能更为优越, 这一点也具有较大的实际意义。本文的方法为分布式CDMA功率控制提供了一种新的思路, 下一步的工作是要考虑多小区多天线的功率控制问题。

## 参考文献

- [1] Wang Jui Teng. Power adjustment and allocation for multimedia CDMA wireless networks" [J]. *Electronics Letters*, 2002, 38(1): 54-55.
- [2] Zander J. Performance of optimum transmitter power control in cellular radio systems [J]. *IEEE Trans. on Veh. Technol.*, 1992, 41(1): 57-62.
- [3] Koskie S and Gajic Z. A nash game algorithm for SIR-Based power control in 3G wireless CDMA networks [J]. *IEEE/ACM Trans. on Networking*, 2005, 13(5): 1017-1026.
- [4] Saraydar C, Mandayam N B, and Goodman D J. Efficient power control via pricing in wireless data networks [J]. *IEEE Trans. on Commun.*, 2002, 50(2): 291-303.
- [5] Fudenberg D and Tirole J. *Game Theory*. [M]: Cambridge, The MIT Press, 1991.
- [6] Yates R D. A framework for uplink power control in cellular radio systems [J]. *IEEE. Sel. Areas Commun.*, 1995, 13(7): 1341-1347.
- [7] Altman E and Altman Z. S-modular games and power control in wireless networks [J]. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 2003, 48(5): 839-842.

喻的雄: 男, 1983年生, 硕士, 研究方向为博弈功率控制及接入控制。

蔡跃明: 男, 1961年生, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为无线通信与移动通信等。

钟卫: 男, 1980年生, 助教, 主要研究方向为博弈功率控制、天线选择、接入控制等。