

# 区分的線形補間による首振角制限付きアジマススラストの最適推力配分法

正員 五百木 陵行\* 正員 梶原 宏之\*\*

Optimal thrust allocation method under the constraints on azimuth thrusters' angles using piecewise linear interpolation

by Takayuki Ioki, *Member* Hiroyuki Kajiwara *Member*

## Summary

Thrust allocation is one of the most important problems for the motion control of a ship with rotatable azimuth thrusters. The conventional method optimizes only the fuel consumption, which makes the control performance poor because azimuth thrusters cannot realize the allocation commands instantly. Recently, several studies have been made on the allocation method in consideration of both fuel consumption and limitation of thrusters' angular velocities. However, each solution scheme needs an iterative optimization in the online calculation and it makes the implementation difficult. On the other hand, Ohtsubo et al. have proposed the allocation method under the constraints on azimuth thrusters' angles, which needs no online optimizing calculation while the energetic efficiency is poor compared with some conventional methods. Koterayama et al. have improved the allocation method via linear approximation and verified the performance through model experiments. However the approximation method cannot always satisfy angle constraints and achieve the optimality.

In the paper, we present the thrust allocation method under the constraints on azimuth thrusters' angles using piecewise linear interpolation and verify that the algorithm satisfies angle constraints strictly and achieves the optimality through numerical simulations.

## 1. 緒言

アジマススラストを有する船舶の制御問題は、船体の現在位置情報から目標とする運動に必要な力とモーメントを計算する部分(以下、上位制御系)の設計と、その上位制御系の指令を実現するために必要な各アジマススラストの首振向きとスラスト力を決定する推力配分(Control Allocation, CA)問題に分けられる。surge, sway, yaw の3自由度船体運動を考慮して運動制御を行う場合、複数のアジマススラストによる駆動力の自由度が制御対象の自由度を越える冗長駆動系となるのが一般的である。これは制御性能の向上や故障時にアクチュエータが不足しないことを目的としたものであるが、これらを運用する際には各スラストの推力配分が一意には定まらないため、何らかの基準を設定して適切に決定することが必要になる。

推力配分の従来手法としては、スラストのエネルギー消費を最小化する方法が広く知られている。しかし、この方法では首振指

令が瞬時に実現されることを前提とした配分を行うため、実際には各スラストが方向を変え終わるまでの、指令を実現できない時間が生じてしまい、特に弱外乱環境中では、首振反転指令が多発し、制御性能が劣化する現象が観察されている。

この問題を解決するための手法として、評価関数にアジマススラストの首振量を加えて、プロペラ回転によるエネルギー消費量と首振速度制限の両方を考慮した、オンライン最適化を実装プログラムに組み込んで運用する手法<sup>1)2)</sup>が挙げられる。この手法は従来手法の問題点を克服できる反面、各タイムステップ毎の計算負荷が大きいため、実装には問題が残る。

一方、文献<sup>3)</sup>では、オンライン最適化計算を用いずに、従来手法の問題点を回避する方法として、アジマススラストの首振角に制約がある場合の推力配分法が提案されている。この手法では予めスラスト首振角の移動域に制限を設けるため、急激な首振を避けることが可能な手法となっており、スラスト同士の干渉回避や、観測パイ等を安全に使用できる領域を設定したい場合にも有効である。ただし、実装の際に最適解を定数で近似しているため、従来手法と比較して各スラストのスラスト力が増大する傾向があった。文献<sup>4)</sup>は、この問題を回避するために線形補間による近似と組み合わせた実装方法を提案し、特に弱外乱環境下において従来法に対して優位性があることを模型実験により示してい

\* 九州大学大学院 工学府海洋システム工学専攻

\*\* 九州大学大学院 工学研究院海洋システム工学部門

るが、最適解を補間近似して代用するため首振稼働域制限を確実に満たすことはできず、最適性も保証されなかった。

本研究では、この首振角制約付き配分の線形補間法<sup>4)</sup>を拡張し、首振稼働域制限を確実に満たし、かつ、よりエネルギー消費量の少ない、区分的線形補間による最適解の実装方法を提案する。本論文の構成としては、はじめに首振角制約付き推力配分法について示した後、本研究で提案する区分的線形補間法を適用することにより、オンライン最適化を用いずに首振稼働域制限を満たし、最適性を保つことが可能であることを、数値シミュレーションを通して示す。最後に本研究のまとめと今後の課題について述べる。

2. 首振角制約付き推力配分法

本研究では surge( $x$ ), sway( $y$ ), yaw( $\psi$ ) の船体運動を考え、船体に働く  $x$  軸方向の力  $X$ ,  $y$  軸方向の力  $Y$ , yaw モーメント  $N$  を考慮し、簡単のために, heave, roll, および pitch は無視する。ただし,  $x$  軸は surge 方向に船首側を正,  $y$  軸は sway 方向に右舷側を正とし, yaw 角  $\psi$ , モーメント  $N$  は上から見て時計回りを正とする (Fig.1)。

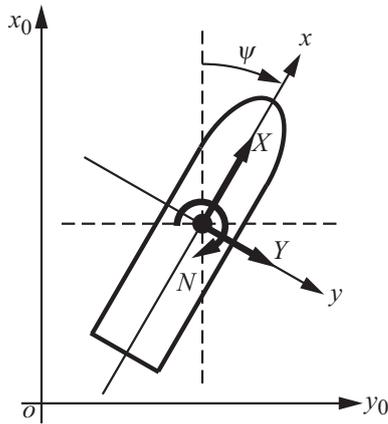


Fig. 1 Ship and forces

上記の船体に搭載されるアジマススラスタ  $n(\geq 2)$  基による推力配分を考える。船体座標の  $-x$  方向 (船尾側) を  $0[\text{deg}]$  として各スラスタの首振角  $\delta_i (i = 1, \dots, n)$  を定義 (上から見て時計回りを正) して, それぞれのスラスタ推力を  $T_i (i = 1, \dots, n)$  とする。今, 未知数である  $T_i$  と  $\delta_i$  の総数は  $2 \times n (n \geq 2)$  であり, 生成すべき  $\tau = [X, Y, N]^T$  の要素数 3 より大きいため, ある  $\tau$  に対して, それを実現できる  $T_i$  と  $\delta_i$  の組み合わせは無数に存在する。この無数に存在する解候補の中から適切な解を選択することが推力配分問題となる。

首振角制約付き推力配分法<sup>3)</sup>では、次の条件を満たすようにスラスタ首振稼働域に制限を設ける。

1. 可能な限りスラスタを外側に向ける
  2. 領域が連続であり, かつ,  $180[\text{deg}]$  を超えない
  3. 他のスラスタが存在する方向を向かない
- 1 は船体との干渉を避けるため, 2 は急激な首振を避けるため, 3 はスラスタの効率低下や破損を防ぐための制限である。

首振稼働域制限を設けることにより, 全てのスラスタを同じ方向に向けることはできなくなるため, 合成できる最大推力は低下する。一方で, 本手法は弱外乱中の応答改善を目的としており,

強外乱中では首振稼働域に制限を設けない手法に切り替えて運用することを想定している。比較的穏やかな海象中においては, 全てのスラスタが同じ方向を向いて最大噴射しなければならないほど大きな推力を要求されることはないため, 本手法の運用に際して推力不足に陥る状況は考え難い。

通常, スラスタ方向  $\delta_i$  は  $-x$  方向を基準 ( $0[\text{deg}]$ ) としているが, スラスタによっては首振稼働域が  $+x$  方向 ( $\pm 180[\text{deg}]$ ) を横切ることがあるため, 角度記述が不連続になってしまう, 取り扱いが困難になるので, 各スラスタの稼働域の中心方向を基準  $\delta_{i0}$  として, その周りの角度  $\theta_i$  を定義する。

$$\theta_i = \delta_i - \delta_{i0} \tag{1}$$

首振稼働域と中心方向のイメージ図を Fig.2に示す。黒丸がスラスタ, 灰色の扇型は稼働域, 矢印はその中心方向を意味する。また, 各スラスタには便宜上番号名を割り振っておく。さらに, 各

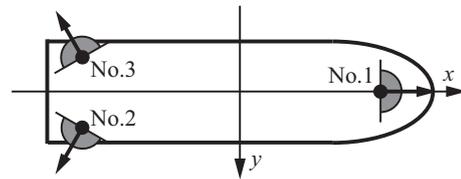


Fig. 2 Azimuth angle constraints

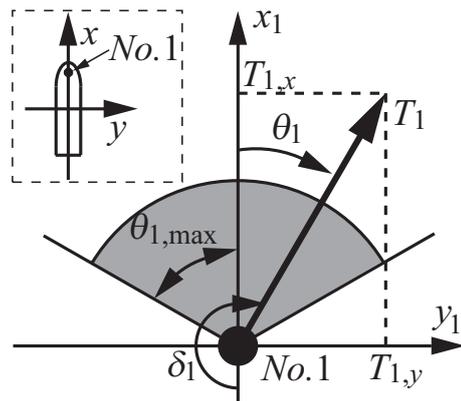


Fig. 3 Thrust force and angle of No. 1

スラスタ推力をこの基準方向成分  $T_{i,x} = T_i \cos \theta_i$  と, それに直交する方向成分  $T_{i,y} = T_i \sin \theta_i$  を用いて表す。1 番スラスタの例を Fig.3に示す。これらの各スラスタによる力の surge 方向成分, sway 方向成分, yaw モーメント, それぞれの総和が船体に働く力となるため, 推力配分の関係式を記述すると次のようになる (導出の詳細は付録に示す)。

$$A_{ex} T_{ex} = \tau \tag{2}$$

$$A_{ex} = \begin{bmatrix} a_{ex,1} & \dots & a_{ex,n} \end{bmatrix}$$

$$a_{ex,i} = \begin{bmatrix} \cos \delta_{i0} & -\sin \delta_{i0} \\ \sin \delta_{i0} & \cos \delta_{i0} \\ -y_i \cos \delta_{i0} + x_i \sin \delta_{i0} & y_i \sin \delta_{i0} + x_i \cos \delta_{i0} \end{bmatrix}$$

$$T_{ex} = \begin{bmatrix} T_{ex,1} \\ \vdots \\ T_{ex,n} \end{bmatrix}, T_{ex,i} = \begin{bmatrix} T_{i,x} \\ T_{i,y} \end{bmatrix}$$

ここで、 $x_i, y_i$  は第  $i$  スラスト位置の  $x, y$  座標である。この  $A_{ex}$  は行フルランクなので、次の形に特異値分解できる。

$$A_{ex} = U \underbrace{\begin{bmatrix} \Sigma_1 & 0_{3 \times (2n-3)} \end{bmatrix}}_{\Sigma} \underbrace{\begin{bmatrix} V_1 & V_2 \end{bmatrix}^T}_{V^T} \quad (3)$$

ここで、 $\Sigma_1 = \text{diag}\{\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3\} (\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3 \geq 0)$  であり、 $U \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ 、 $V \in \mathbb{R}^{2n \times 2n}$  は直交行列である。

これらを用いて、(2) 式の解  $T_{ex}^*$  は次のようになる。

$$T_{ex}^* = A_{ex}^+ \tau + V_2 c, \quad A_{ex}^+ = V_1 \Sigma_1^{-1} U^T \quad (4)$$

ここで、 $c \in \mathbb{R}^{2n-3}$  は任意の実数ベクトルである。

この  $c$  が任意のままでは実装できないため、何らかの値に決定する必要がある。そこでエネルギー消費量を可能な限り小さくすることを目的として、全スラストによるスラスト力を最小化する  $c$  を用いる方法が従来法（首振稼働域に制限を設けない推力最小化手法）として知られている。スラスト力の大きさは  $\|T_{ex}\| = (T_1^2 + \dots + T_n^2)^{1/2}$  を用いて評価できるので、

$$\|T_{ex}^*\|^2 = \|\Sigma_1^{-1} U^T \tau\|^2 + \|c\|^2 \quad (5)$$

より、従来法では  $\|T_{ex}^*\|$  を最小化するために  $c = 0$  を用い、最終的な解の形は (4) 式の第 1 項に等しくなる。一方、本解法では首振稼働域制限条件を満たす中で推力の最小化を行うために、次式を満足するノルム最小の  $c$  を求め、(4) 式に代入して各スラストへの配分を決定する。

$$T_{i,x} \geq 0, \quad T_{i,x} \tan \theta_{i,\max} \geq |T_{i,y}| \quad (i = 1, \dots, n) \quad (6)$$

ここで、 $\theta_{i,\max}$  は第  $i$  スラスト首振の片側稼働域制限角を表し、 $0 \leq \theta_{i,\max} \leq 90$  [deg] とする。この式はスラストが、首振稼働域制限の領域内の方向を向いているという条件を表し、具体的に記述すると次のようになる。ただし、 $i = 1, \dots, n$  である。

$$-\sum_{j=1}^{2n-3} v_{2(2i-1,j)} c_j \leq \sum_{k=1}^3 \left( \sum_{j=1}^3 \left( \frac{v_{1(2i-1,j)} u_{kj}}{\sigma_j} \right) \right) \tau_k \quad (7)$$

$$\sum_{j=1}^{2n-3} (v_{2(2i,j)} - v_{2(2i-1,j)} \tan \theta_{i,\max}) c_j \leq \sum_{k=1}^3 \left( \sum_{j=1}^3 \left( \frac{v_{1(2i-1,j)} u_{kj}}{\sigma_j} \tan \theta_{i,\max} - \frac{v_{1(2i,j)} u_{kj}}{\sigma_j} \right) \right) \tau_k \quad (8)$$

$$-\sum_{j=1}^{2n-3} (v_{2(2i,j)} + v_{2(2i-1,j)} \tan \theta_{i,\max}) c_j \leq \sum_{k=1}^3 \left( \sum_{j=1}^3 \left( \frac{v_{1(2i-1,j)} u_{kj}}{\sigma_j} \tan \theta_{i,\max} + \frac{v_{1(2i,j)} u_{kj}}{\sigma_j} \right) \right) \tau_k \quad (9)$$

ここで、 $v_{1(j,k)}, v_{2(j,k)}$  はそれぞれ  $V_1, V_2$  の  $j$  行  $k$  列成分、 $u_{kj}$  は  $U$  の  $k$  行  $j$  列成分、 $\tau_i, c_i$  はそれぞれ  $\tau, c$  の第  $i$  成分を意味する。また、 $\theta_{i,\max} = \pi/2$  のときは、(8)、(9) 式は消える。これ以降、表記の簡略化のために不等式 (7)、(8)、(9) を次の形にまとめて行列表記する。

$$Bc \leq d(\tau) \quad (10)$$

ここで、 $B \in \mathbb{R}^{\ell \times (2n-3)}$  は定数行列であり、 $d$  は定数行列  $D \in \mathbb{R}^{\ell \times 3}$  を用いて  $d = D\tau$  と書ける。ただし、 $\ell$  は不等式条件の個数とする。また、 $a \geq b$  等のベクトル  $a, b \in \mathbb{R}^m$  に関する不等式は、ベクトルの各要素  $a_i, b_i (i = 1, \dots, m)$  がその不等式を満たす ( $a_i \geq b_i$  となる) ことを意味する。

本問題は (10) 式を満たす中でノルム最小の  $c$  を求める最適化問題となるが、不等式が変動パラメータ  $\tau$  を含むため、この配分法を実装するには  $\tau$  に応じた  $c$  を求める必要がある。

### 3. 区分的線形補間による実装

以上の首振角制約付き推力配分法における最適解はオンライン最適化計算を行えば実装できるが、実装後の計算負荷が大きくなるという欠点を持つ。従って、最適化計算をオフラインで行い、実装時には簡単な代数演算のみで済ませる方法が望ましい。本研究では、最適解の区分的線形法則を利用した、線形補間による実装を行った。以下に、その概略を示す。

不等式制約付き最適化問題は解法が複雑になるため、通常この種の問題は何らかの操作を施すことにより等式制約条件下の問題に変換して取り扱われる。上記の不等式制約付き最適化問題は、スラック変数  $s \in \mathbb{R}^{\ell}$  を導入することにより、次の形の線形等式制約付き 2 次計画問題に置き換えることができる<sup>5)</sup>。

$$\begin{cases} \text{最小化} & \frac{1}{2} c^T c \\ \text{制約条件} & Bc - d - s = 0 \end{cases} \quad (11)$$

この場合のラグランジュ関数  $L$  はラグランジュ乗数ベクトル  $y, z \in \mathbb{R}^{\ell}$  を用いて次のように与えられる。

$$L = \frac{1}{2} c^T c + y^T (d - Bc + s) - z^T s \quad (12)$$

これより 2 次計画問題の最適性条件である、KKT (Karush-Kuhn-Tucker) 条件は次のようになる。

$$\nabla_c L = c - B^T y = 0 \quad (13)$$

$$\nabla_s L = y - z = 0 \quad (14)$$

$$\nabla_y L = d - Bc + s = 0 \quad (15)$$

$$\nabla_z L = -s \leq 0 \quad (16)$$

$$z \geq 0 \quad (17)$$

$$z^T s = 0 \quad (18)$$

ようになる。

$$\begin{cases} z^T s = 0 \\ \begin{bmatrix} BB^T & -I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z \\ s \end{bmatrix} = d \\ z \geq 0, s \geq 0 \end{cases} \quad (19)$$

ここで、 $2\ell$  個の変数  $z, s$  の内少なくとも  $\ell$  個は 0 であるため、この問題の最適解は (19) 式の基底解によって与えられる。すなわち、 $z, s$  の内  $\ell$  個の成分をまとめて  $x_1$  とすると (19) 式は (20) 式の形に変形でき、 $x_1$  は (21) 式のように求められる。

$$\begin{bmatrix} B_1 & B_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ 0 \end{bmatrix} = d \quad (20)$$

$$x_1 = B_1^{-1} d = B_1^{-1} D\tau \geq 0 \quad (21)$$

これより最終的に  $x_1$  のいくつかの要素と 0 を組み合わせた  $\ell$  次元ベクトル  $z$  を用いて、次のように求められる。

$$c = B^T z(x_1) \tag{22}$$

この際に問題となるのは、(21) 式における  $d$  が  $\tau$  によって変化するため、基底  $x_1$  の選択が一意に定まらず、 $\tau$  の変化に伴って切り替わってしまうことである。すなわち、基底が切り替わらない範囲で考えると、(21), (22) 式より、 $c$  は  $\tau$  に関して線形であるので、 $c$  ベクトルの第  $i$  成分  $c_i$  に対して、

$$c_i = \alpha_i X + \beta_i Y + \gamma_i N \quad (i = 1, \dots, 2n - 3) \tag{23}$$

となる定数  $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i$  が存在するが、基底が切り替わると、 $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i$  も異なる値になる。従って、 $\tau$  の変化に対して基底がどのように切り替わるかを調べる必要がある。この基底選択は  $2^\ell$  通り存在し、この数はスラスト数と首振稼動域制約条件の数によって急激に増加する。さらに、(21) 式は  $\tau$  に依存するため、 $2^\ell$  通りの基底に対して  $x_1$  の各要素が非負になる  $\tau$  の共通領域を調べる、すなわち、3 変数の  $\ell$  次元連立不等式を  $2^\ell$  通りの基底に対して解く必要がある。このような問題の解は最終的に  $\tau$  の空間が線形の境界を持つ有限個の凸多面体領域に分割され、各領域の内部で個々に (22) 式が成り立つ形で求められる<sup>6)</sup>。この境界を直接法により求める計算量は膨大となるため、通常この種の変動パラメータ (本問題では  $\tau$ ) を含む最適化問題では、各時刻毎に与えられた  $\tau$  の数値を代入して時不変の 2 次計画問題に置き換えた後、数値的に解くオンライン最適化手法が用いられる。しかし、オンラインの最適化は計算負荷が大きいため実装が困難となる。一方、本問題の場合は  $\ell$  が高々スラスト数の 3 倍となり比較的小さいため、解の性質を利用することにより、オフラインで解を求めておくことが可能となる。本研究では境界の線形性と、その境界によって分割される各領域内の解の線形性の 2 つの特性に注目して、有限個の数値解から境界を求める方法を提案する。以下にその手順を示す。

はじめに、計算量を低減するための式変形を施す。 $\tau \neq [0, 0, 0]^T$  の場合、非零のスカラー値  $k = \max\{|X|, |Y|, |N|\}$  を定義して (2) 式の両辺を除すると、次のようになる。

$$A_{ex} T'_{ex} = \tau', \quad T'_{ex} = T_{ex}/k, \quad \tau' = \tau/k \tag{24}$$

このとき、 $T'_{ex}$  は  $X = \pm 1, Y = \pm 1, N = \pm 1$  のいずれかの平面上に存在することになる。これらの面上において、基底の切り替わる境界線および、境界によって区切られた各領域内での  $c$  の  $\tau$  に関する比例係数  $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i$  を求めれば良い。この場合、 $X = \pm 1 (-1 \leq Y, N \leq 1), Y = \pm 1 (-1 \leq N, X \leq 1), N = \pm 1 (-1 \leq X, Y \leq 1)$  の 6 枚の平面を用いる。なお、境界が  $\tau$  に対して線形であるため、その要素  $X, Y, N$  の内 1 つを固定したこれらの平面上では境界線は直線になる。

具体的な計算の手順としては、まず、各平面上に適当な刻み (1/100 程度) の離散点を設定し、それらの点における  $c$  の数値解を求める。なお、数値解は瞬時に計算可能であるため、極端に刻みを小さくしない限り、このデータ生成は長時間を必要としない。生成された数値解は  $\tau$  に対して区分的に線形となっているので、隣接点同士で、 $c$  ベクトルの勾配  $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i$  を比較して、一致しない場合はその区間に境界が存在する。また、この境界において、 $c$  は微分不可能にはなっても不連続にはならないので、両側の勾配から交点を求めれば、正確な境界が得られる。

#### 4. 数値例による検証

次に、数値例による提案手法の検証結果を示す。本研究では簡単のために、船体運動に関しては取り扱わず、適当な配置のアジマススラストを設定して、推力指令に対する配分計算を行った。スラスト配置と各スラストの基準方向を Table1 に示す。各スラストの番号、配置、基準方向は Fig.2 に準じている (数値のみ調整)。

Table 1 Thruster configuration

	$x$	$y$	$\delta_{i0}$ [deg]
No. 1	1	0	180
No. 2	-1/2	$\sqrt{3}/2$	-60
No. 3	-1/2	$-\sqrt{3}/2$	60

$\theta_{1,max} = \theta_{2,max} = \theta_{3,max} = 90$  [deg] としたときの、 $N = 1 (-1 \leq X, Y \leq 1)$  の平面上における  $c$  ベクトル第 1 成分を Fig.4 に示す。この図中に太線で示した境界線と、それによって分

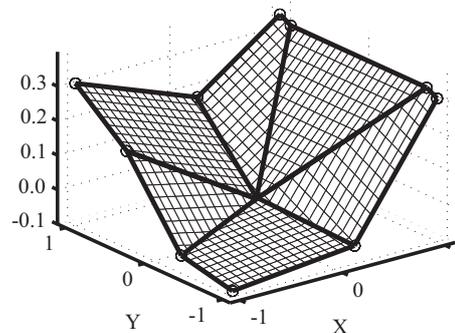


Fig. 4 First element of  $c$  vector on  $N = 1$ -plane

割される平面の式を求める計算を行う。同様に、 $X = \pm 1 (-1 \leq Y, N \leq 1), Y = \pm 1 (-1 \leq N, X \leq 1), N = -1 (-1 \leq X, Y \leq 1)$  の場合についても計算し、最終的に 6 枚の平面上における境界線を求めた結果を Fig.5 に示す。なお、Fig.4 の境界線は Fig.5 においては右下の図に対応する。また、首振制約を  $\theta_{1,max} = \theta_{2,max} = \theta_{3,max} = 60$  [deg] とした場合には Fig.6 のような領域分割になる。

このように、与えられた首振稼動域制限によって形状や個数の異なる、有限個の凸領域に分割される。これらの領域の境界は数値的に簡単に求められるので、さらに分割された各領域の内部における (23) 式の係数を求める。実装時には領域の切り替わりを判別しながら (23) 式を用いて解を計算する。

これらを実装した際に、実際に首振稼動域制限を満足するかどうかを確認するために、Fig.7 に示す推力指令を与えたときの、各スラストに対するスラスト力、および首振角指令を計算した。Fig.7 は横軸が時間、縦軸が時系列データ値であり、上から順に推力  $X, Y, N$  の指令に対応している。

はじめに比較対象として、首振稼動域制限を付けない従来のスラスト最小化手法 (以下、従来法) による、スラスト力、首振角指令の計算結果をそれぞれ Fig.8, Fig.9 に示す。なお、首振角は  $\pm 180$  [deg] の範囲で表示している。スラスト力の消費を最小化するために、首振角が大きく変化し、 $360$  [deg] 自由に回転していることがわかる。これはスラスト力を抑えるためには有効

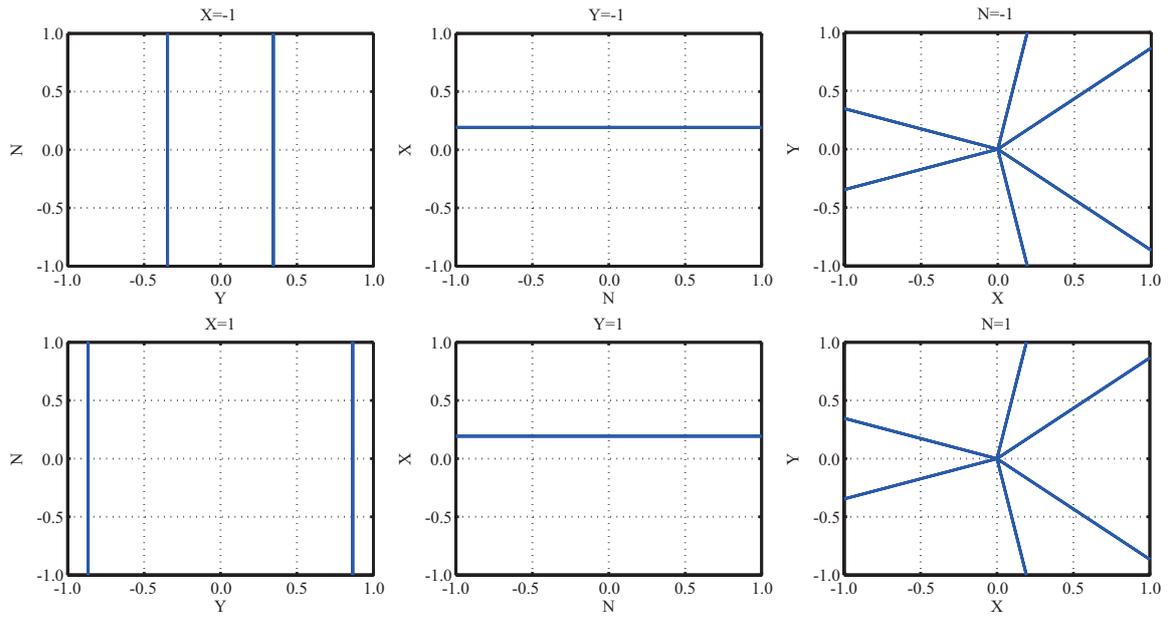


Fig. 5 Regional division lines ( $\theta_{i,max} = 90[\text{deg}]$ )

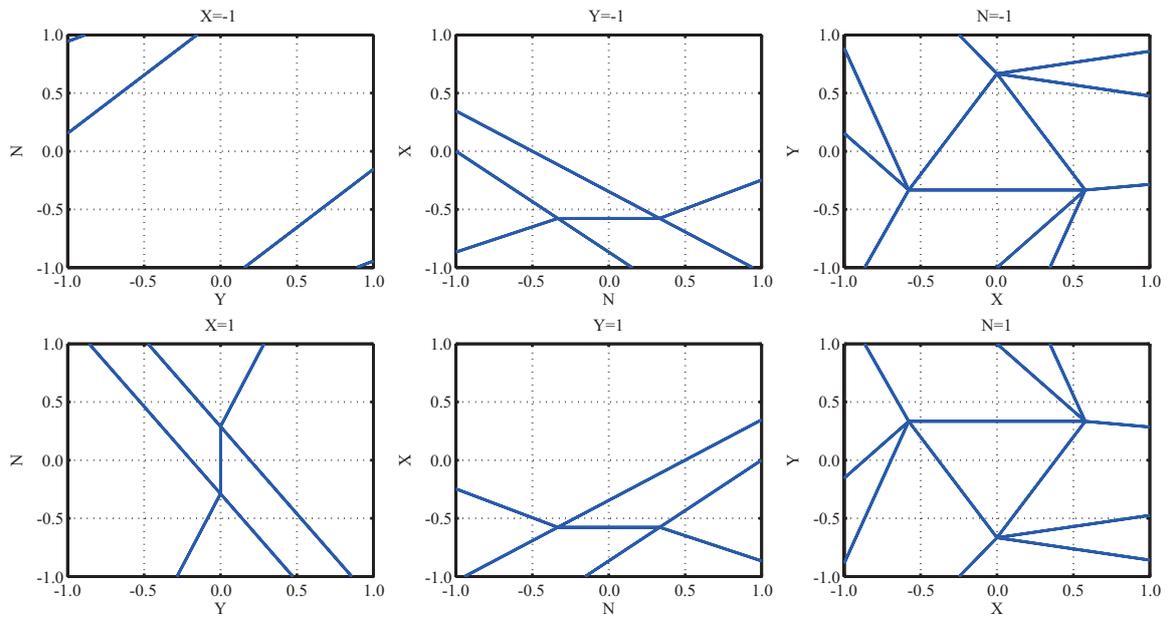


Fig. 6 Regional division lines ( $\theta_{i,max} = 60[\text{deg}]$ )

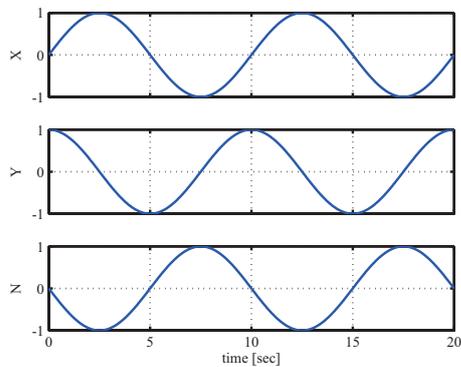


Fig. 7  $\tau$ -command

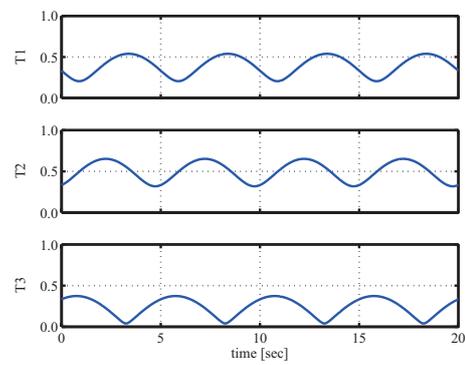


Fig. 8 Thrust force command (No Constraints)

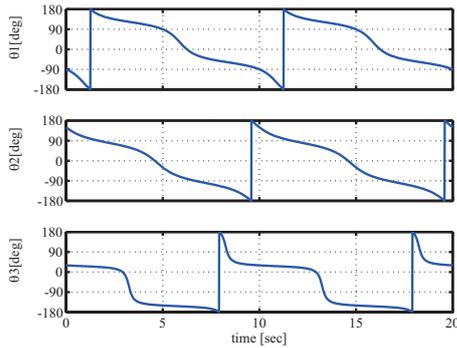


Fig. 9 Angle command (No Constraints)

であるが、指令の変化率の大きい場合(弱外乱環境下における定点保持等)には、応答に大きな遅れが生じるため望ましくない。ここで、推力指令は surge 方向力  $X$  と yaw モーメント  $N$  の指令が逆位相になっているため、逆のタイミングで 2 番, 3 番スラストへの負荷の増減が繰り返され、常に 3 番への負荷が小さくなっているが、実機の稼働に際しても、各スラストへの負荷が均等になるとは限らないので、これも 1 つの例として妥当であると考えられる。

次に、首振稼働域制限  $\theta_{1,max} = \theta_{2,max} = \theta_{3,max} = 90[\text{deg}]$  の場合の文献<sup>3)</sup>の方法(以下、方法1)によるスラスト力、首振角指令をそれぞれ Fig.10, Fig.11に示す。続いて、文献<sup>4)</sup>の方

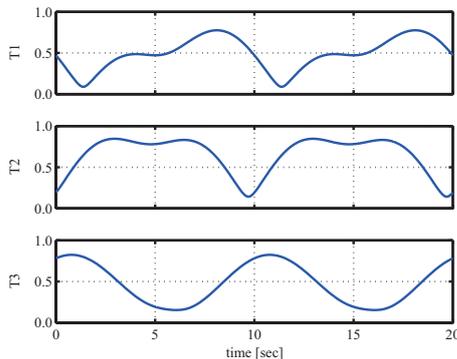


Fig. 10 Thrust force command via method 1 ( $\theta_{i,max} = 90[\text{deg}]$ )

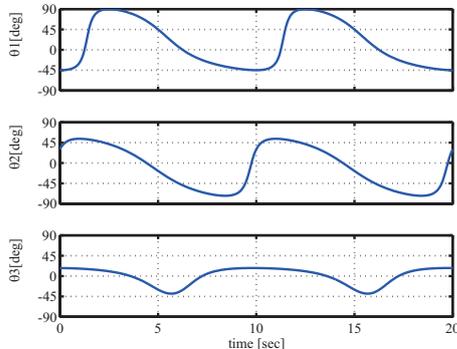


Fig. 11 Angle command via method 1 ( $\theta_{i,max} = 90[\text{deg}]$ )

法(以下、方法2)を用いた場合のスラスト力、首振角指令をそれぞれ Fig.12, Fig.13に示す。さらに、上述の区分的線形補間

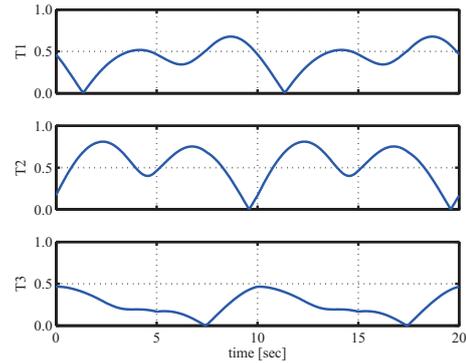


Fig. 12 Thrust force command via method 2 ( $\theta_{i,max} = 90[\text{deg}]$ )

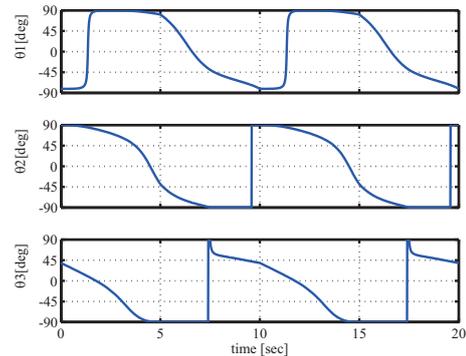


Fig. 13 Angle command via method 2 ( $\theta_{i,max} = 90[\text{deg}]$ )

を用いた場合(以下、提案法)のスラスト力、首振角指令をそれぞれ Fig.14, Fig.15に示す。

また、首振稼働域制限  $\theta_{1,max} = \theta_{2,max} = \theta_{3,max} = 60[\text{deg}]$  の場合の方法1によるスラスト力、首振角指令をそれぞれ Fig.16, Fig.17に示す。同じ首振稼働域制限の下での、方法2を用いた場合のスラスト力、首振角指令をそれぞれ Fig.18, Fig.19に示す。さらに、提案法を用いた場合の計算結果を Fig.20, Fig.21に示す。

首振角のグラフ(Fig.11, 13, 15, 17, 19, 21)より、推力指令を実現するためのスラスト首振角は制限稼働域内で実現されていることが確認できる。また、提案法では、実際に各時刻において(10)式を満たすノルム最小の  $c$  を求める最適化計算を行った場合の解を再現できるため、指令の最適性も保証される。method 1, 2 を用いた場合にも首振角稼働域に制限を課すことはできるが、スラスト力の大きさ(Fig.10, 12, 14, 16, 18, 20)を比較すると、提案法の方が、よりスラスト力が抑えられており、エネルギー消費が少ないことがわかる。それぞれの結果を数値比較するために、次の評価関数  $J$  を用いて検討を行った。

$$J = \int_0^T \|T_{ex}(t)\| dt \tag{25}$$

ここで、 $T$  は計算終了時刻を表す。これは、開始から終了までのスラスト力の大きさを時間積分したものであり、スラスト力発生に消費した総エネルギー量に相当するので、より小さい値となることが望ましい。これを用いた各手法の結果評価を Table 2 に示す。ここで、method 1 は方法1(文献<sup>3)</sup>の方法)、method

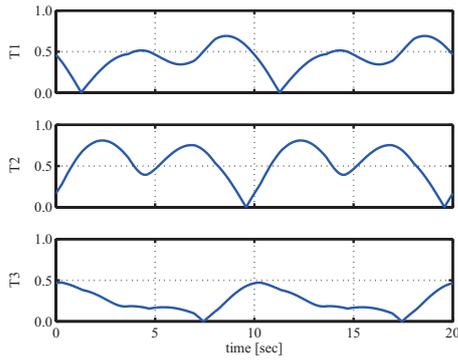


Fig. 14 Thrust force command via proposed method ( $\theta_{i,\max} = 90[\text{deg}]$ )

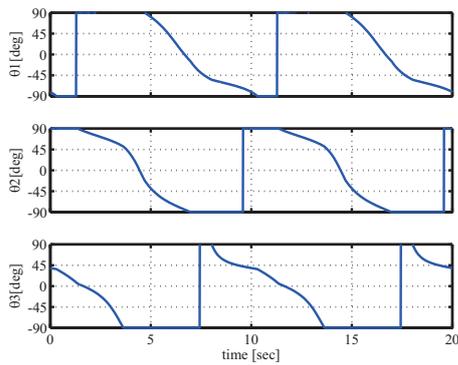


Fig. 15 Angle command via proposed method ( $\theta_{i,\max} = 90[\text{deg}]$ )

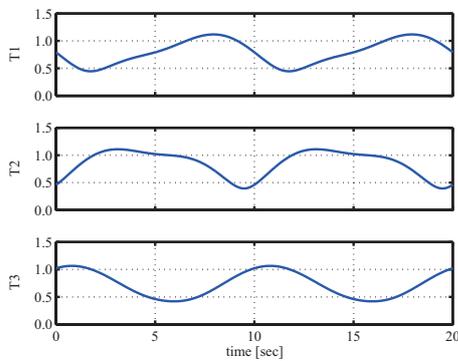


Fig. 16 Thrust force command via method 1 ( $\theta_{i,\max} = 60[\text{deg}]$ )

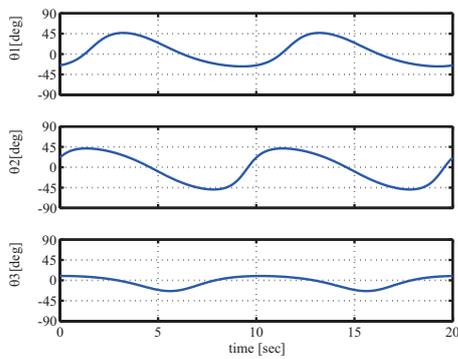


Fig. 17 Angle command via method 1 ( $\theta_{i,\max} = 60[\text{deg}]$ )

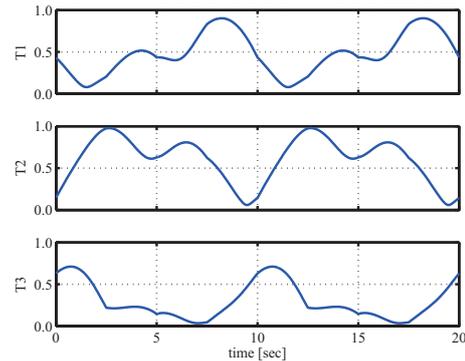


Fig. 18 Thrust force command via method 2 ( $\theta_{i,\max} = 60[\text{deg}]$ )

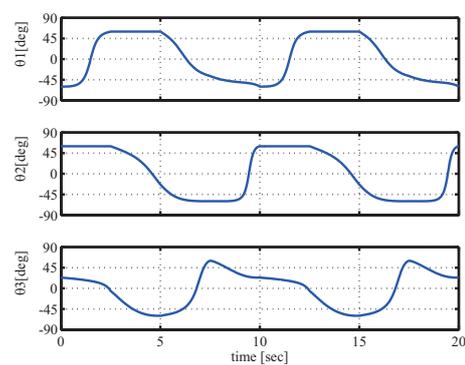


Fig. 19 Angle command via method 2 ( $\theta_{i,\max} = 60[\text{deg}]$ )

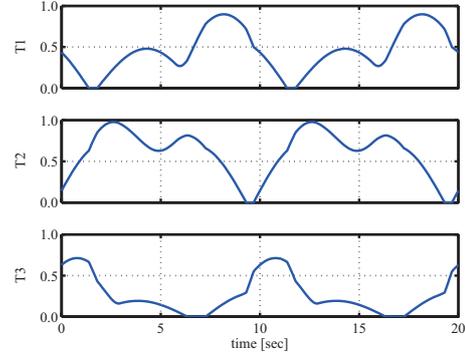


Fig. 20 Thrust force command via proposed method ( $\theta_{i,\max} = 60[\text{deg}]$ )

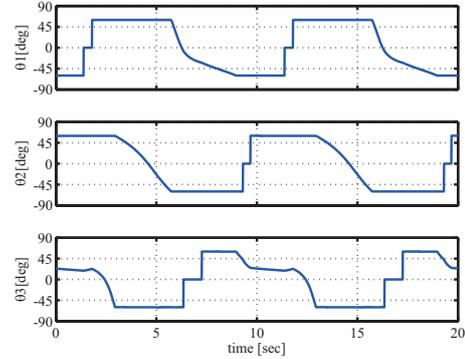


Fig. 21 Angle command via proposed method ( $\theta_{i,\max} = 60[\text{deg}]$ )

Table 2 Comparison results

	60 [deg]	90 [deg]
method 1	2862	2033
method 2	1850	1577
proposed method	1809	1568

2 は方法 2(文献<sup>4)</sup>の方法), proposed method は提案法に対応し, 上段に示している角度はそのときの片側制限角を表す。これより, 実際に提案法が最もエネルギー消費が少ないことがわかる。この数値例では, 提案法と方法 2 の大きな差異は生じていないが, 提案法は実装時の計算負荷の増大もなく, 確実に首振稼働域制限を満たすことができるという優位性を持つ。

なお, 本アルゴリズムを首振に遅れが存在する実機に実装した場合, 首振角は制限稼働域が狭いほど, 応答が速くなり推力指令の実現性が向上する。一方で, 稼働域を狭くするほど, スラスト力は大きくなっている。この稼働域は応答速度とエネルギー消費の兼ね合いから設計者が望むように設定することができる。

## 5. 結 言

本研究では, アジマススラストの首振角制約付き推力配分法の実装法改良を行い, 首振稼働域制限を満たす最適推力配分法がオンライン最適計算を用いずに実装可能であることを示した。今後の課題は, 船舶運動を考慮した数値シミュレーションや実験による性能評価を行い, その有効性を検証することである。

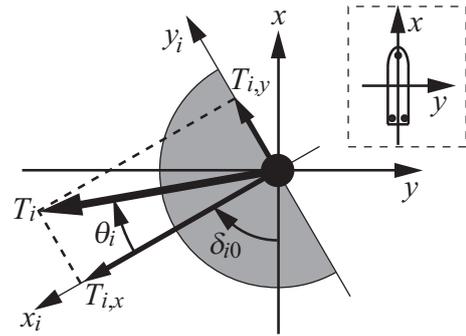
## 謝 辞

本研究は, 三井造船株式会社と九州大学との共同研究「掘削船用 DPS の高度化に関する開発研究」の一部として実施されたことを記し, 関係各位に謝意を表します。

## 参 考 文 献

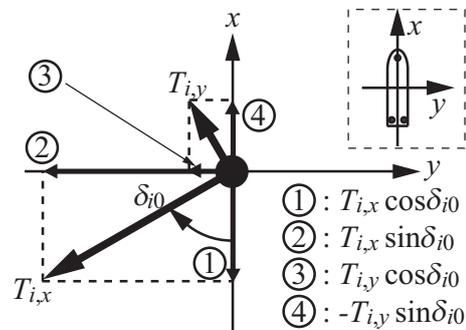
- 1) T. I. Fossen: Marine Control Systems, Marine Cybernetics, 2002
- 2) K.P.Lindgaard, T.I.Fossen: Fuel-efficient rudder and propeller control allocation for marine craft: experiments with a model ship, IEEE Transactions on Control System Technology, Vol.11, No.6, pp.850-862, 2003
- 3) 大坪和久, 梶原宏之: CA行列の零化空間基底操作による推力配分問題の解法について, 日本船舶海洋工学会平成 19 年春季講演会論文集, pp.255-258, 2007
- 4) 小寺山亘, 梶原宏之, 中村昌彦, 五百木陵行, 門元之郎, 五十嵐和之: CA行列の零化空間基底操作による推力配分法の実証実験, 日本船舶海洋工学会平成 19 年春季講演会論文集, pp.259-262, 2007
- 5) 矢部博: 工学基礎, 最適化とその応用, 新・工学系の数学, 数理工学社, 2006
- 6) A.Bemporad, M.Morari, V.Dua, E.N.Pistikopoulos: The explicit linear quadratic regulator for constrained systems, Automatica, Vol.38, pp.3-20, 2002

## Appendix

Fig. 22 Thrust forces of the  $i$ th thruster

### 1. 本文 (2) 式の導出に関する詳細

基準方向を  $\delta_{i0}$  とする第  $i$  スラストが  $\theta_i$  方向に  $T_i$  の力を出している場合のイメージ図を Fig.22に示す。この Fig.22における  $T_{i,x}$ ,  $T_{i,y}$  を船体固定の  $x, y$  軸方向 (surge, sway 方向) を基準にして見ると, Fig.23のようになる。

Fig. 23 Surge and sway forces of the  $i$ th thruster

従って, 第  $i$  スラストによる surge 方向成分  $X_i$ , sway 方向成分  $Y_i$  は次のように書ける。

$$X_i = T_{i,x} \cos \delta_{i0} - T_{i,y} \sin \delta_{i0} \quad (26)$$

$$Y_i = T_{i,x} \sin \delta_{i0} + T_{i,y} \cos \delta_{i0} \quad (27)$$

船体にはスラストの噴射方向とは逆向きに力が働くため, 船体の座標軸方向に正負の符号を合わせて,  $\delta = 0$  方向に噴射しているときに  $X_i \geq 0$  かつ  $Y_i = 0$ ,  $\delta = 90[\text{deg}]$  方向に噴射しているときに  $X_i = 0$  かつ  $Y_i \geq 0$  と定義する。

さらに, このスラストの  $x, y$  方向位置  $x_i, y_i$  を用いて, 生成される yaw モーメント  $N_i$  は次のように求められる。

$$\begin{aligned} N_i &= -X_i y_i + Y_i x_i \\ &= T_{i,x} (-y_i \cos \delta_{i0} + x_i \sin \delta_{i0}) \\ &\quad + T_{i,y} (y_i \sin \delta_{i0} + x_i \cos \delta_{i0}) \end{aligned} \quad (28)$$

船体に働く合力  $X, Y, N$  は各スラストによる力の総和なので次のように計算できる。

$$X = X_1 + \dots + X_n \quad (29)$$

$$Y = Y_1 + \dots + Y_n \quad (30)$$

$$N = N_1 + \dots + N_n \quad (31)$$

これらに (26)-(28) 式を代入することで (2) 式が導かれる。