

ポンツーン型浮体の波浪中弾性応答解析への Hamilton-Dirichlet 原理の適用 (第 1 報 : 矩形平板浮体への適用)

正員 新 里 英 幸* 正員 永 田 修 一**
 正員 豊 田 和 隆** 正員 島 崎 克 教***

Application of Hamilton-Dirichlet's Principle to Analysis of Wave-induced Responses of an Elastic Floating Plate

by Hideyuki Niizato, *Member* Shuichi Nagata, *Member*
 Kazutaka Toyota, *Member* Katsunori Shimazaki, *Member*

Summary

Many analytical methods have been proposed to calculate hydroelastic responses of a very large pontoon type structure in waves. In relation to the elastic response of such pontoon type structure in waves, Isshiki and Nagata proposed four kinds of variational principles related to motions of the elastic plate floating on a water surface and clarified the mutual relationship of these variational principles. "Modified Hamilton-Dirichlet's Principle 2" which is expressed using the velocity potential is one of four kinds of variational principles and has expressed the motions of the fluid and plate.

In this paper, in order to calculate the wave-induced responses of an elastic floating plate in waves, a new method is proposed which uses the "Modified Hamilton-Dirichlet's Principle 2" and the "eigenfunction expansion method for fluid motion". The velocity potentials in regions with and without the plate are expanded by eigenfunctions in vertical mode which satisfy the governing equations and free-surface conditions, taking into account the presence of the plate in the same manner as Kim and Ertekin. In this method, "Modified Hamilton-Dirichlet's Principle 2" is finally reduced to a variational equation which corresponds to boundary conditions on the plate's edge and is applicable to the plate with arbitrary horizontal shape.

This proposed method has the expression which can be applied to the floating plate with arbitrary horizontal shape. However, in this paper, as a 1st step, the calculated results of two kinds of rectangular horizontal plates are compared with the experimental results

1. 緒 言

ポンツーン型浮体は、超大型浮体式海洋構造物の代表的な構造形式の一つとされ、構造設計で必要となる波浪中での弾性挙動の評価のための解析法が、数多く提案されている¹⁾。これらは、大きくはモード解析法と直接法に分類できるが、周波数領域に加え、時間領域での計算法も開発されている。解析の対象とする浮体形状に関しても、矩形平板に特化したものから、実際の複雑な浮体構造に適用できるように構造部に有限要素法を用いる方法^{2),3)}もある。

このようなポンツーン型浮体の波浪中弾性応答に関連して、一色・永田^{4),5)}は、水面に浮かぶ弾性板の運動に関する 4 種類の変分原理を導き、それらの相互関係を整理してい

る。具体的には、まず、Hamilton-Kelvin の原理は、弾性板の運動に関する Hamilton の原理と流体の運動に関する Kelvin の原理を結合したもので、板と流体の運動学的条件を拘束条件とし、板と流体の力学的条件を自然条件としている。この変分原理では、流体の流速が変数になっているため、変数変換を行い、解きやすい速度ポテンシャルで表現したものが Hamilton-Dirichlet の原理である。この原理では、板の運動学的条件と流体の力学的条件を拘束条件とし、板の力学的条件と流体の運動学的条件を自然条件としている。この Hamilton-Dirichlet の原理で、何らかの方法で流体部分の解が求められるならば、それを前提に、流体に関する自然条件を拘束することにより、“修正された Hamilton-Dirichlet の原理 1”が得られる。また、Hamilton-Dirichlet の原理で、板と流体の間の連続条件を用いて板のたわみを消去すると、板と流体の運動が速度ポテンシャルのみで表現される、“修正された Hamilton-Dirichlet の原理 2”が得られる。著者らは、ポンツーン型浮体の波浪中弾性応答を求めるために、初期設計用として、喫水一定の浮体を対象に、流体部に固有関数展開法、浮体の上下変位に free-free beam mode の掛け算の表現を用

* 日立造船株式会社 (佐賀大学大学院博士後期課程)

** 佐賀大学海洋エネルギー研究センター

*** ユニバーサル造船株式会社

いる方法^{6,7)}を提案しているが、この方法では“修正された Hamilton-Dirichlet の原理 1”を用いている。しかしながら、この方法は浮体の上下変位の表現法から矩形平板浮体に特化した解法であるため、任意の平面形状浮体への適用は困難であった。

本研究では、ポンツーン型浮体の波浪中弾性応答を求めるために、“修正された Hamilton-Dirichlet の原理 2”を適用する方法を提案する。この変分原理は、板と流体の運動が速度ポテンシャルのみで表現されたもので、板の上下変位は変数として含まれていない。また、本方法では、流体の解析には固有関数展開法を用いる。その際、Kim and Ertekin^{8,9)}と同様に、浮体を喫水零の弾性膜面として考え、浮体の上下方向運動方程式と浮体底面位置での運動学的境界条件から、この弾性膜面位置の境界条件を速度ポテンシャルで表現し、この条件と水底条件を満足するラプラス方程式の解として、浮体底面下の速度ポテンシャルを固有関数展開する。このため、“修正された Hamilton-Dirichlet の原理 2”は、最終的に、浮体端部における曲げモーメント及び剪断力が零の条件と“角の条件”と呼ばれる境界条件を規定する一つの変分方程式に帰着される。この変分方程式表示は、任意の平面形状浮体への適用が容易な形となっている。ちなみに、Kim and Ertekin の方法では、矩形平板浮体への適用を念頭に置いているため、浮体下の速度ポテンシャル表示が矩形平板浮体に特化した形になっている。

本論文では、まず、“修正された Hamilton-Dirichlet の原理 2”及び流体部の解析に固有関数展開法を用いた、ポンツーン型浮体の波浪中弾性応答解析法を示す。次に、具体的な計算例を示す。本解析法は、任意の平面形状浮体にも適用可能な表現となっているが、本論文では、本研究の第一報として、Open Sea 中の矩形浮体に関して示された実験結果との比較を行う。具体的には、矢後らによって行われた長さ 300m 浮体対応の模型実験¹⁰⁾とメガフロート研究組合によって行われた長さ 1200m 浮体対応の模型実験¹¹⁾に関する計算を行い、実験結果との比較を行う。

2. 基礎方程式

Fig.1 に示すように、一定水深 h の海面に浮かぶ任意の平面形状ポンツーン型浮体の波浪中弾性応答を考える。浮体の喫水は零と仮定し、喫水の影響は単位面積当たりの重量で考慮する。座標系は、静水面上に原点 o 、 x 軸と y 軸を水平方向、 z 軸を垂直上向きにとる。 x 軸に関して角度 ω をなす方向より入射する角周波数 σ 、振幅 ζ_0 の規則的な平面波により、浮体は微小振幅の周期的な運動をするものとする。

そこで、以下では任意関数 $F(x,y,z;t)$ を

$$F(x,y,z;t) = \text{Re}\{f(x,y,z)e^{-i\sigma t}\} \tag{1}$$

と表し、以下では、複素振幅 $f(x,y,z)$ に関する式について示す。ここで、 t は時間、 Re は実数部を表す。

浮体の上下方向変位を $w(x,y)$ 、浮体底面に作用する流体圧を P_f とすると、薄板の平板理論に基づいた浮体の上下方向の運動方程式は次式で表される。

$$-m\sigma^2 w + D\Delta^2 w = P_f \tag{2}$$

$$P_f = P_f(x,y) = p(x,y) - \rho g w(x,y) \tag{3}$$

$$\Delta = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2 \tag{4}$$

$$D = E\delta^3/12(1-\nu^2) \tag{5}$$

ここで、 m は単位面積あたりの質量、 ρ は流体の密度、 g は重力加速度、 D は曲げ剛性、 E はヤング率、 δ は浮体の厚さ、 ν はポアソン比、 p は動水圧をそれぞれ示している。

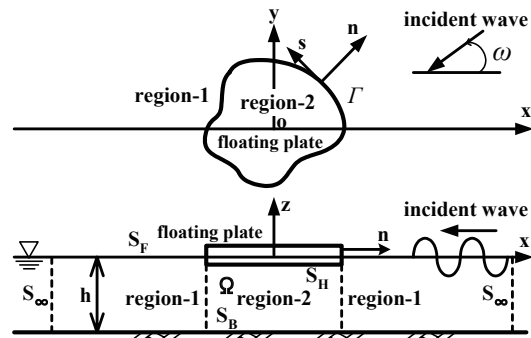


Fig.1 Definition sketch of the problem

浮体の周辺境界条件は自由であるので、浮体端部では、Fig.1 のように、浮体端部の法線ベクトルを n 、接線ベクトルを s とすると、曲げモーメント M_n および剪断力 Q_n は共に零となる。また平板の角の点では、集中剪断力が消えることから M_{ns} も零となる。そこで、次式が成立する。

$$M_n = D\left(\frac{\partial^2 w}{\partial n^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial s^2}\right) = 0 \tag{6}$$

$$Q_n + \frac{\partial M_{ns}}{\partial s} = D\left\{\frac{\partial^3 w}{\partial n^3} + (2-\nu)\frac{\partial^3 w}{\partial s^2 \partial n}\right\} = 0 \tag{7}$$

$$M_{ns} = -(1-\nu)D\frac{\partial^2 w}{\partial n \partial s} = 0 \tag{8}$$

一方、流体の運動に関しては、流体は非粘性、非圧縮性、非回転の完全流体と仮定し、速度ポテンシャルを導入すると流体に関する境界値問題が以下のように得られる。

$$\Delta \phi + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad (\Omega \text{内}, -h < z < 0) \tag{9}$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad (z = -h) \tag{10}$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = -i\sigma w \quad (z = 0, S_H \text{上}) \tag{11}$$

$$P_f = i\rho\sigma\phi - \rho g w \quad (z = 0, S_H \text{上}) \tag{12}$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} - \frac{\sigma^2}{g} \phi = 0 \quad (z=0, S_F \text{上}) \quad (13)$$

ここで、 Ω は流体内部、 S_H, S_F, S_∞ はそれぞれ浮体底面境界、自由表面境界、外部無限遠境界を表す。

式(2)に式(11)と式(12)を代入すると、次式が得られる。

$$(\rho g - m\sigma^2 + D\Delta^2) \frac{\partial \phi}{\partial z} - \rho\sigma^2 \phi = 0 \quad (z=0, S_H \text{上}) \quad (14)$$

3. 計算法

3.1 分割された流体域への固有関数展開法の適用

Fig.1 のように、流体領域を浮体直下の領域 2(region-2) とその他の領域 1(region-1) とに分割する。領域 1(region-1) の速度ポテンシャルを ϕ_1 、領域 2(region-2) の速度ポテンシャルを ϕ_2 とおくと、 ϕ_1 は式(13)の自由表面条件と式(10)の水底条件を、また、 ϕ_2 は式(14)の浮体底面条件と式(10)の水底条件を、満足するラプラス方程式(9)の解として、それぞれ次のように表される^{6),7),8),9)}。

$$\phi_1(x, y, z) = \frac{g\zeta_0}{\sigma} \left[\{f_0(x, y) + f_1(x, y)\} \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} + \sum_{n=1}^{\infty} f_2^{(n)}(x, y) \frac{\cos k_n(z+h)}{\cos k_n h} \right] \quad (15)$$

$$\phi_2(x, y, z) = \frac{g\zeta_0}{\sigma} \sum_{s=-2}^{\infty} \varphi_s(x, y) \frac{\cosh \mu_s(z+h)}{\cosh \mu_s h} \quad (16)$$

ここで、入射波面 ζ を

$$\zeta = \zeta_0 \exp\{-i(kx \cos \omega + ky \sin \omega + \sigma t)\} \quad (17)$$

と表すと、入射波のポテンシャルを表す $f_0(x, y)$ は次のように与えられる。

$$f_0(x, y) = -i \exp\{-ik(x \cos \omega + y \sin \omega)\} \quad (18)$$

$k, k_n (n=1, 2, \dots)$ は次式で与えられる。

$$k h \tanh kh = -k_n h \tan k_n h = \sigma^2 h / g \quad (19)$$

式(16)の $\mu_s (s=-2, -1, 0, 1, 2, \dots)$ は次式の根である。

$$\frac{\sigma^2 h}{g} = \mu_s h \left(1 - \frac{m\sigma^2}{\rho g} + \frac{D\mu_s^4}{\rho g} \right) \tanh \mu_s h \quad (20)$$

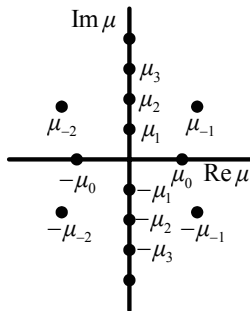


Fig.2 Eigenvalues of hydroelastic problem

式(20)から得られる固有値を Fig.2 に示す。このような固有

値の存在は、浮氷の問題に関して Evans and Davies¹²⁾が議論している。これらの固有値の内、式(16)の形から $\mu_{-2}, \mu_{-1}, \mu_0, \mu_1, \mu_2, \dots$ を考えればよい。

式(15)と式(16)は、式(9)のラプラス方程式を満足する必要があることから、 $f_1(x, y)$ 、 $f_2^{(n)}(x, y)$ 、 $\varphi_s(x, y)$ はそれぞれ次式を満足しなければならない。

$$\Delta f_1 + k^2 f_1 = 0 \quad (21)$$

$$\Delta f_2^{(n)} - k_n^2 f_2^{(n)} = 0 \quad (n=1, 2, \dots) \quad (22)$$

$$\Delta \varphi_s + \mu_s^2 \varphi_s = 0 \quad (s=-2, -1, 0) \quad (23)$$

$$\Delta \varphi_s - \mu_s^2 \varphi_s = 0 \quad (s=1, 2, \dots) \quad (24)$$

式(21)の未知関数 f_1 は次の無限遠方での放射条件を満足しなければならない。

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \sqrt{r} \left(\frac{\partial f_1}{\partial r} - ik f_1 \right) = 0 \quad (r = \sqrt{x^2 + y^2} \rightarrow \infty) \quad (25)$$

3.2 境界積分方程式

Fig.1 において、浮体境界線 Γ 上の任意の 2 点を (ξ, η) 、 (ξ', η') とし、この 2 点間の距離を r とする。Green の公式に、式(21)～式(24)の特解を用いると、未知関数 f_1 、 $f_2^{(n)}$ 、 φ_s に関する次の境界積分方程式が得られる。

$$\frac{\theta'}{\pi} f_1(\xi', \eta') = - \int_{\Gamma} \left[f_1(\xi, \eta) \frac{\partial}{\partial n} \left\{ -\frac{i}{2} H_0^{(1)}(kr) \right\} - \left\{ -\frac{i}{2} H_0^{(1)}(kr) \right\} \frac{\partial}{\partial n} f_1(\xi, \eta) \right] ds \quad (26)$$

$$\frac{\theta'}{\pi} f_2^{(n)}(\xi', \eta') = - \int_{\Gamma} \left[f_2^{(n)}(\xi, \eta) \frac{\partial}{\partial n} \left\{ -\frac{1}{\pi} K_0(k_n r) \right\} - \left\{ -\frac{1}{\pi} K_0(k_n r) \right\} \frac{\partial}{\partial n} f_2^{(n)}(\xi, \eta) \right] ds \quad (n=1, 2, \dots) \quad (27)$$

$$\frac{\theta}{\pi} \varphi_s(\xi', \eta') = \int_{\Gamma} \left[\varphi_s(\xi, \eta) \frac{\partial}{\partial n} \left\{ -\frac{i}{2} H_0^{(1)}(\mu_s r) \right\} - \left\{ -\frac{i}{2} H_0^{(1)}(\mu_s r) \right\} \frac{\partial}{\partial n} \varphi_s(\xi, \eta) \right] ds \quad (s=-2, -1, 0) \quad (28)$$

$$\frac{\theta}{\pi} \varphi_s(\xi', \eta') = \int_{\Gamma} \left[\varphi_s(\xi, \eta) \frac{\partial}{\partial n} \left\{ -\frac{1}{\pi} K_0(\mu_s r) \right\} - \left\{ -\frac{1}{\pi} K_0(\mu_s r) \right\} \frac{\partial}{\partial n} \varphi_s(\xi, \eta) \right] ds \quad (s=1, 2, \dots) \quad (29)$$

ここで、積分は浮体の境界 Γ に沿う反時計回りの線積分を表す。 $H_0^{(1)}(kr)$ は 0 次の第 1 種ハンケル関数を、 $K_0(k_n r)$ 及び $K_0(\mu_s r)$ は 0 次の変形ベッセル関数を表している。 θ は、境界 Γ 上の点 (ξ', η') の両側の辺がなす浮体領域側の角で、矩形浮体の隅点では $\theta = \pi/2$ である。また、 $\theta' = 2\pi - \theta$ である。

3.3 領域 (region-1) と (region-2) の境界面での条件

Fig.1 に示すように、領域 1(region-1) と領域 2(region-2) の境界面位置での流速と流体圧力の連続条件から、次式が得られる。

$$\phi_1 = \phi_2, \quad \frac{\partial \phi_1}{\partial n} = \frac{\partial \phi_2}{\partial n} \quad (-h \leq z \leq 0) \quad (30)$$

式 (30) に式 (15) と式 (16) を代入して得られる式に $\cos k(z+h)$ または $\cos k_n(z+h)$ をかけて、 $-h \leq z \leq 0$ の区間で積分すると次式を得ることができる。

$$\bar{f}_1(i) = -\bar{f}_0(i) + \sum_{s=-2}^{\infty} C_s \bar{\varphi}_s(i) \quad (31)$$

$$\bar{f}_2^{(n)}(i) = \sum_{s=-2}^{\infty} D_{sn} \bar{\varphi}_s(i) \quad (n=1 \sim n^*) \quad (32)$$

$$f_1(i) = -f_0(i) + \sum_{s=-2}^{\infty} C_s \varphi_s(i) \quad (33)$$

$$f_2^{(n)}(i) = \sum_{s=-2}^{\infty} D_{sn} \varphi_s(i) \quad (n=1 \sim n^*) \quad (34)$$

ここで、 n^* は n の打ち切り項数である。

$$\bar{f}_0 = \frac{\partial f_0}{\partial n}, \quad \bar{f}_1 = \frac{\partial f_1}{\partial n}, \quad \bar{f}_2^{(n)} = \frac{\partial f_2^{(n)}}{\partial n}, \quad \bar{\varphi}_s = \frac{\partial \varphi_s}{\partial n} \quad (35)$$

また、係数 C_s と D_{sn} は、それぞれ次式で表される。

I) $s = -2, -1, 0$ のとき

$$C_s = \frac{\lambda_0}{N_0 \sinh \lambda_0 \cosh \mu_s h \{ \lambda_0^2 - (\mu_s h)^2 \}} \times [\lambda_0 \cosh \mu_s h \cdot \sinh \lambda_0 - \mu_s h \cdot \sinh \mu_s h \cdot \cosh \lambda_0]$$

$$D_{sn} = \frac{\lambda_n}{N_n \sin \lambda_n \cos \mu_s h \{ (\mu_s h)^2 + \lambda_n^2 \}} \times [\lambda_n \cosh \mu_s h \cdot \sin \lambda_n + \mu_s h \cdot \sinh \mu_s h \cdot \cos \lambda_n] \quad (36)$$

ここで、 $\lambda_0 = \mu_0 h$ のとき、 $C_0 = 1$ である。

II) $s = 1, 2, \dots$ のとき

$$C_s = \frac{\lambda_0}{N_0 \sinh \lambda_0 \cosh \mu_s h \{ \lambda_0^2 + (\mu_s h)^2 \}} \times [\lambda_0 \cos \mu_s h \cdot \sinh \lambda_0 + \mu_s h \cdot \sin \mu_s h \cdot \cosh \lambda_0]$$

$$D_{sn} = \frac{-\lambda_n}{N_n \sin \lambda_n \cos \mu_s h \{ (\mu_s h)^2 - \lambda_n^2 \}} \times [\lambda_n \cos \mu_s h \cdot \sin \lambda_n - \mu_s h \cdot \sin \mu_s h \cdot \cos \lambda_n] \quad (37)$$

ここで、 $\lambda_n = \mu_n h$ のとき、 $D_{sn} = 1$ である。

また、式 (36), (37) において、

$$\lambda_0 = kh, \quad \lambda_n = k_n h$$

$$N_0 = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{2\lambda_0}{\sinh 2\lambda_0} \right], \quad N_n = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{2\lambda_n}{\sinh 2\lambda_n} \right] \quad (38)$$

3.4 平板端部境界条件の変分方程式表示

以上の定式化において、平板の運動に関しては、上下方向の運動方程式 (2) を考慮したが、平板端部の境界条件式 (6) ~ 式 (8) は、まだ考慮していない。任意の平面形状を持つ浮体に関して、これらの方程式を微分方程式で考えることは、取り扱いが複雑となるので、これらの境界条件を一つの変分

方程式で表す。ここでは、この変分方程式を Hamilton-Dirichlet の原理から導出し、この変分原理の有用性を示す。

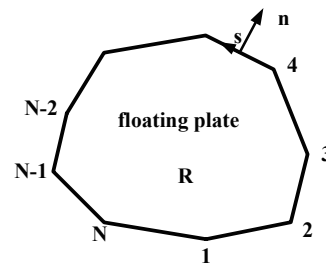


Fig.3 Discretization of floating plate

一色・永田によって提案された、流体と平板の運動を規定する Hamilton-Dirichlet の原理^{4),5)} は以下のものである。

平板の運動学的条件と流体の力学的条件の下で、

$$\pi_{HD} [w, \phi] = -\frac{\sigma^2}{2} \iint_R m w^2 dx dy$$

$$+ \frac{D}{2} \iint_R \left\{ \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + 2\nu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 \right.$$

$$+ 2(1-\nu) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \left. \right\} dx dy + \frac{\rho g}{2} \iint_R w^2 dx dy$$

$$- \rho \iint_{S_H} i \sigma \phi w dx dy$$

$$- \frac{\rho}{2} \iiint_{\Omega} \left[\left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \right] dx dy dz$$

$$+ \frac{\rho}{2} \iint_{S_f} \frac{\sigma^2}{g} \phi^2 dx dy + \rho \iint_{S_s} \bar{f} \phi ds$$

$$= \text{stationary} \quad (39)$$

ここで、 \bar{f} は流体の境界 S_s における既知量である。

よって、

$$\delta \pi_{HD} = \int_{\Gamma} \left[-M_n \frac{\partial \delta w}{\partial n} + \left(Q_n + \frac{\partial M_{ns}}{\partial s} \right) \delta w \right] ds - \sum_{i=1}^N [M_{ns}]_{s_i-0}^{s_i+0} \delta w$$

$$- \iint_R \left(\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} \right.$$

$$+ m \sigma^2 w + i \sigma \rho \phi - \rho g w \left. \right) \delta w dx dy$$

$$- \rho \iint_{S_H} \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} + i \sigma w \right) \delta \phi dx dy$$

$$+ \rho \iiint_{\Omega} \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right) \delta \phi dx dy dz$$

$$- \rho \iint_{S_f} \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} - \frac{\sigma^2}{g} \phi \right) \delta \phi dx dy + \rho \iint_{S_s} \frac{\partial \phi}{\partial z} \delta \phi dx dy$$

$$- \rho \iint_{S_s} \left(\frac{\partial \phi}{\partial n} - \bar{f} \right) \delta \phi ds = 0$$

$$= 0 \quad (40)$$

この変分原理は平板の運動学的条件と流体の力学的条件を拘束条件とすると、平板の力学的条件と流体の運動学的条件が自然条件として得られることを示している。式 (39) で与えられる Hamilton-Dirichlet の原理において、平板と流体の

連続条件式(11)を拘束して、 w を消去すると次の“修正されたHamilton-Dirichletの原理2”が得られる。

$$\begin{aligned} \pi_{HD}^*[\phi] &= \pi_{KD}[w, \phi]_{w=\frac{i}{\sigma} \frac{\partial \phi}{\partial z}} = \frac{1}{2} \iint_R m \phi_z^2 dx dy \\ &\quad - \frac{D}{2\sigma^2} \iint_R \left[\left(\frac{\partial^2 \phi_z}{\partial x^2} \right)^2 + 2\nu \left(\frac{\partial^2 \phi_z}{\partial x^2} \right) \left(\frac{\partial^2 \phi_z}{\partial y^2} \right) \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{\partial^2 \phi_z}{\partial y^2} \right)^2 + 2(1-\nu) \left(\frac{\partial^2 \phi_z}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] dx dy \\ &\quad - \frac{\rho g}{2\sigma^2} \iint_R \phi_z^2 dx dy \\ &\quad - \frac{\rho}{2} \iiint_{\Omega} \left[\left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \right] dx dy dz \\ &\quad + \rho \iint_{S_H} \phi \phi_z dx dy + \frac{\rho \sigma^2}{2g} \iint_{S_F} \phi^2 dx dy + \rho \iint_{S_{\infty}} \bar{f} \phi ds \\ &= \text{stationary} \end{aligned} \quad (41)$$

under

$$\left. \begin{aligned} M_x &= -\frac{i}{\sigma} D \left(\frac{\partial^2 \phi_z}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 \phi_z}{\partial y^2} \right) \\ M_y &= -\frac{i}{\sigma} D \left(\frac{\partial^2 \phi_z}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 \phi_z}{\partial x^2} \right) \\ M_{xy} &= -\frac{i}{\sigma} (1-\nu) D \frac{\partial^2 \phi_z}{\partial x \partial y} \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

よって、汎関数の変分をとり、次式が得られる。

$$\begin{aligned} \delta \pi_{HD}^* &= \frac{1}{\sigma^2} \iint_R \left[-i\sigma \left(\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} \right) \right. \\ &\quad \left. + m\sigma^2 \phi_z + \rho\sigma^2 \phi - \rho g \phi_z \right] \delta \phi_z dx dy \\ &\quad - \frac{i}{\sigma} \int_{\Gamma} \left[M_n \frac{\partial \delta \phi_z}{\partial n} + M_{ns} \frac{\partial \delta \phi_z}{\partial s} - Q_n \delta \phi_z \right] ds \\ &\quad + \rho \iiint_{\Omega} \left[\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right] \delta \phi dx dy dz \\ &\quad - \rho \iint_{S_F} \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} - \frac{\sigma^2}{g} \phi \right) \delta \phi dx dy \\ &\quad - \rho \iint_{S_{\infty}} \left(\frac{\partial \phi}{\partial n} - \bar{f} \right) \delta \phi ds - \rho \iint_{S_B} \frac{\partial \phi}{\partial n} \delta \phi ds \end{aligned} \quad (43)$$

上式で、以下の式(44)の関係を用いると式(43)は、式(45)のようになる。

$$\begin{aligned} &\int_{\Gamma} \left[M_n \frac{\partial \delta \phi_z}{\partial n} + M_{ns} \frac{\partial \delta \phi_z}{\partial s} - Q_n \delta \phi_z \right] ds \\ &= \sum_{i=1}^N \int_{\Gamma_i} \left[M_n \frac{\partial \delta \phi_z}{\partial n} - \left(Q_n + \frac{\partial M_{ns}}{\partial s} \right) \delta \phi_z \right] ds \\ &\quad - \sum_{i=1}^N [M_{ns} \delta \phi_z]_{S_{i-0}}^{S_{i+0}} \end{aligned} \quad (44)$$

$$\begin{aligned} \delta \pi_{HD}^* &= \frac{1}{\sigma^2} \iint_R \left[-i\sigma \left(\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} \right) \right. \\ &\quad \left. + m\sigma^2 \phi_z + \rho\sigma^2 \phi - \rho g \phi_z \right] \delta \phi_z dx dy \\ &\quad - \frac{i}{\sigma} \sum_{i=1}^N \int_{\Gamma_i} \left[M_n \frac{\partial \delta \phi_z}{\partial n} - \left(Q_n + \frac{\partial M_{ns}}{\partial s} \right) \delta \phi_z \right] ds \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &+ \frac{i}{\sigma} \sum_{i=1}^N [M_{ns} \delta \phi_z]_{S_{i-0}}^{S_{i+0}} \\ &+ \rho \iiint_{\Omega} \left[\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right] \delta \phi dx dy dz \\ &- \rho \iint_{S_F} \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} - \frac{\sigma^2}{g} \phi \right) \delta \phi dx dy \\ &- \rho \iint_{S_{\infty}} \left(\frac{\partial \phi}{\partial n} - \bar{f} \right) \delta \phi ds - \rho \iint_{S_B} \frac{\partial \phi}{\partial n} \delta \phi ds \end{aligned} \quad (45)$$

式(45)で、 $\delta \pi_{HD}^* = 0$ とすると、自然条件として次式が得られる。

$$-i\sigma \left(\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} \right) + m\sigma^2 \phi_z + \rho\sigma^2 \phi - \rho g \phi_z = 0 \quad (R \text{ 上}) \quad (46)$$

$$M_n = 0 \quad (\text{平板端部境界上}) \quad (47)$$

$$Q_n + \frac{\partial M_{ns}}{\partial s} = 0 \quad (\text{平板端部境界上}) \quad (48)$$

$$M_{ns} = 0 \quad (\text{平板端部の角の点}) \quad (49)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad (\text{流体内部}) \quad (50)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} - \frac{\sigma^2}{g} \phi = 0 \quad (\text{水面条件}) \quad (51)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} - \bar{f} = 0 \quad (\text{境界 } S_{\infty} \text{ 上}) \quad (52)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = 0 \quad (\text{境界 } S_B \text{ 上}) \quad (53)$$

式(52)における \bar{f} は、本来、未知量であるが、ここでは仮に与えられたものとして定式化を進めている。この点に関して、変分原理における厳密な表示法は今後の課題であるが、本計算法の流体部分の計算では、固有関数展開法を用いることにより、浮体外の流体領域のポテンシャルを式(15)のように表すとともに、境界積分方程式法を用いることにより f_1 は式(25)の無限遠での放射条件も満足するように求めている。このため、本解析法の定式化の過程で、平板の運動方程式(46)および流体部分の基礎式(50)~(53)は既に満足していることになり、平板端部の境界条件式(47)~(49)を満足させるためには、式(44)、式(45)から次式が成り立つことが等価な条件となる。

$$\int_{\Gamma} \left[M_n \frac{\partial \delta \phi_z}{\partial n} + M_{ns} \frac{\partial \delta \phi_z}{\partial s} - Q_n \delta \phi_z \right] ds = 0 \quad (z=0 \text{ 上}) \quad (54)$$

$$\left\{ \begin{aligned} M_n &= -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial n^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial s^2} \right) = -D \left[\nabla^2 w - (1-\nu) \frac{\partial^2 w}{\partial s^2} \right] \end{aligned} \right. \quad (55)$$

$$\left\{ \begin{aligned} M_{ns} &= -(1-\nu) D \frac{\partial^2 w}{\partial n \partial s} \end{aligned} \right. \quad (56)$$

$$\left\{ \begin{aligned} Q_n &= -D \left[\frac{\partial^3 w}{\partial n^3} + (2-\nu) \frac{\partial^3 w}{\partial s^2 \partial n} \right] = -D \frac{\partial}{\partial n} \left[\nabla^2 w + (1-\nu) \frac{\partial^2 w}{\partial s^2} \right] \end{aligned} \right. \quad (57)$$

また、式(11)より次式が成り立つ。

$$w = \frac{i}{\sigma} \frac{\partial \phi}{\partial z} \quad (58)$$

式(58)を式(55)～(57)に代入すると、次式が得られる。

$$\begin{cases} M_n = -\frac{iD}{\sigma} \left[\nabla^2 \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right) - (1-\nu) \frac{\partial^2}{\partial s^2} \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right) \right] & (59) \\ M_{ns} = -\frac{iD}{\sigma} (1-\nu) \frac{\partial^2}{\partial n \partial s} \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right) & (60) \\ Q_n = -\frac{iD}{\sigma} \frac{\partial}{\partial n} \left[\nabla^2 \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right) + (1-\nu) \frac{\partial^2}{\partial s^2} \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right) \right] & (61) \end{cases}$$

式(59)～(61)を式(54)に代入すると、ポテンシャル関数で表示した平板の端部境界条件が次のように得られる。

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^N \left\{ \left[(\nabla^2 \phi_z)_j - (1-\nu) \left(\frac{\partial^2 \phi_z}{\partial s^2} \right)_j \right] \delta \left(\frac{\partial \phi_z}{\partial n} \right)_j \right. \\ & \quad + (1-\nu) \left(\frac{\partial^2 \phi_z}{\partial n \partial s} \right)_j \delta \left(\frac{\partial \phi_z}{\partial s} \right)_j - \left. \left[\left(\frac{\partial}{\partial n} \nabla^2 \phi_z \right)_j \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + (1-\nu) \left(\frac{\partial^3 \phi_z}{\partial n \partial s^2} \right)_j \right] \delta(\phi_z)_j \right\} \Delta s_j = 0 \end{aligned} \quad (62)$$

ここで、 $\phi_z = \partial \phi / \partial z$ である。

3.5 境界積分方程式の離散化

具体的な計算法を行うためには、式(26)～(29)で示される境界積分方程式を離散化しなければならない。式(62)には、境界線の接線方向に2階微分が存在するため、高次の内挿関数が必要と思われるが、本計算では、1stステップとして、一定要素での離散化を行い、計算の精度を調べることにする。

Fig.3に示すように、浮体の端部境界 Γ を N 個の線分に分割し、 $f_1, f_2^{(n)}, \varphi_s$ とこれらの法線方向微分値が、この線分上で一定とすると、式(26)～(29)の積分方程式は次のように離散化される。^{6),7)}

$$\sum_{j=1}^N \left[\alpha_{ij}^{(0)} f_1(j) - A_{ij} \bar{f}_1(j) \right] = 0 \quad (i=1 \sim N) \quad (63)$$

$$\sum_{j=1}^N \left[\alpha_{ij}^{(n)} f_2^{(n)}(j) - B_{ij}^{(n)} \bar{f}_2^{(n)}(j) \right] = 0 \quad (i=1 \sim N, n=1 \sim n^*) \quad (64)$$

$$\sum_{j=1}^N \left[\beta_{ij}^{(s)} \varphi_s(j) - E_{ij}^{(s)} \bar{\varphi}_s(j) \right] = 0 \quad (i=1 \sim N, s=-2, -1, 0) \quad (65)$$

$$\sum_{j=1}^N \left[\beta_{ij}^{(s)} \varphi_s(j) - F_{ij}^{(s)} \bar{\varphi}_s(j) \right] = 0 \quad (i=1 \sim N, s \geq 1) \quad (66)$$

ここで、

$$\alpha_{ij}^{(0)} = -\delta_{ij} + \bar{A}_{ij}, \quad \alpha_{ij}^{(n)} = -\delta_{ij} + \bar{B}_{ij}^{(n)}$$

$$\beta_{ij}^{(s)} = \delta_{ij} + \bar{E}_{ij}^{(s)} \quad (s=-2, -1, 0)$$

$$\beta_{ij}^{(s)} = \delta_{ij} + \bar{F}_{ij}^{(s)} \quad (s \geq 1)$$

$$A_{ij} = \int_{\Delta s_j} \left\{ -\frac{i}{2} H_0^{(1)}(kR_{ij}) \right\} k ds$$

$$\bar{A}_{ij} = \int_{\Delta s_j} \frac{\partial}{\partial n} \left\{ -\frac{i}{2} H_0^{(1)}(kR_{ij}) \right\} ds$$

$$B_{ij}^{(n)} = \int_{\Delta s_j} \left\{ -\frac{1}{\pi} K_0(k_n R_{ij}) \right\} k ds$$

$$\bar{B}_{ij}^{(n)} = \int_{\Delta s_j} \frac{\partial}{\partial n} \left\{ -\frac{1}{\pi} K_0(k_n R_{ij}) \right\} ds$$

$$E_{ij}^{(s)} = \int_{\Delta s_j} \left\{ -\frac{i}{2} H_0^{(1)}(\mu_s R_{ij}) \right\} k ds$$

$$\bar{E}_{ij}^{(s)} = \int_{\Delta s_j} \frac{\partial}{\partial n} \left\{ -\frac{i}{2} H_0^{(1)}(\mu_s R_{ij}) \right\} ds$$

$$F_{ij}^{(s)} = \int_{\Delta s_j} \left\{ -\frac{1}{\pi} K_0(\mu_s R_{ij}) \right\} k ds$$

$$\bar{F}_{ij}^{(s)} = \int_{\Delta s_j} \frac{\partial}{\partial n} \left\{ -\frac{1}{\pi} K_0(\mu_s R_{ij}) \right\} ds$$

$$\bar{f}_1(j) = \frac{\partial f_1(j)}{\partial n}, \quad \bar{f}_2^{(n)}(j) = \frac{\partial f_2^{(n)}(j)}{\partial n}, \quad \bar{\varphi}_s(j) = \frac{\partial \varphi_s(j)}{\partial n} \quad (67)$$

と表され、 δ_{ij} はクロネッカーのデルタを示す。式(63)～(66)

から次式が得られる。

$$\bar{f}_1(i) = \sum_{j=1}^N M_{ij}^{(0)} f_1(j) \quad (68)$$

$$\bar{f}_2^{(n)}(i) = \sum_{j=1}^N M_{ij}^{(n)} f_2^{(n)}(j) \quad (n=1 \sim n^*) \quad (69)$$

$$\bar{\varphi}_s(i) = \sum_{j=1}^N N_{ij}^{(s)} \varphi_s(j) \quad (s=-2, -1, 0, 1, \dots, s^*) \quad (70)$$

ここで、 s^* は s の打ち切り項数である。

よって、式(31)～(34)と式(68)～(70)から境界上の φ_s は次のように表される。

$$\varphi_s(j) = \sum_{m=1}^N a_{jm}^{(s)} \cdot \varphi_{-2}(m) + \sum_{m=1}^N b_{jm}^{(s)} \cdot \varphi_{-1}(m) + a^{(s)}(j) \quad (71)$$

ここで、 $j=1, 2, \dots, N$, $s=1, 2, \dots, s^*$ で、 $a^{(s)}(j), a_{jm}^{(s)}, b_{jm}^{(s)}$ は既知の係数である。式(16)を z で微分して、 $z=0$ とした式に、式(71)を代入すると、次式が得られる。

$$\frac{\partial \varphi_2}{\partial z}(j) = \sum_{m=1}^N f_{jm}^{(1)} \cdot \varphi_{-2}(m) + \sum_{m=1}^N g_{jm}^{(1)} \cdot \varphi_{-1}(m) + h_j^{(1)} \quad (72)$$

ここで、 $f_{jm}^{(1)}, g_{jm}^{(1)}, h_j^{(1)}$ は係数である。

また、平板の端部境界条件式(62)には境界線の接線方向 s に関する1階微分および2階微分が現れるので、以下のように差分表示する。

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial^2 \varphi_s}{\partial s^2}(j) &= d_j^{(1)} \cdot \varphi_s(j-1) + d_j^{(2)} \cdot \varphi_s(j) + d_j^{(3)} \cdot \varphi_s(j+1) \end{aligned} \right. \quad (73)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial \varphi_s}{\partial s}(j) &= e_j^{(1)} \cdot \varphi_s(j-1) + e_j^{(2)} \cdot \varphi_s(j) + e_j^{(3)} \cdot \varphi_s(j+1) \end{aligned} \right. \quad (74)$$

$$\left. \begin{aligned} d_j^{(1)} &= \frac{2}{\Delta S_{j-1}(\Delta S_{j-1} + \Delta S_j)}, \quad d_j^{(2)} = \frac{-2}{\Delta S_{j-1} \cdot \Delta S_j} \\ d_j^{(3)} &= \frac{2}{\Delta S_j(\Delta S_{j-1} + \Delta S_j)}, \quad e_j^{(1)} = \frac{-\Delta S_j}{\Delta S_{j-1}(\Delta S_{j-1} + \Delta S_j)} \\ e_j^{(2)} &= \frac{\Delta S_j - \Delta S_{j-1}}{\Delta S_{j-1} \cdot \Delta S_j}, \quad e_j^{(3)} = \frac{\Delta S_{j-1}}{\Delta S_j(\Delta S_{j-1} + \Delta S_j)} \end{aligned} \right\} \quad (75)$$

式(68)～(75)を、式(62)に代入し、無次元化を行うと、次の2組の式が得られる。

$$\sum_{m=1}^N \left[\sum_{j=1}^N \left\{ h^3 f_{jm}^{(2)} - (1-\nu) h^3 f_{jm}^{(3)} \right\} h^2 f_{jm}^{(6)} + (1-\nu) h^3 f_{jm}^{(4)} h^2 f_{jm}^{(5)} - \left\{ h^4 f_{jm}^{(7)} + (1-\nu) h^4 f_{jm}^{(8)} \right\} h f_{jm}^{(1)} \right] \frac{\Delta S_j}{h} \varphi_{-2}(m)$$

$$\begin{aligned}
 & + \sum_{m=1}^N \left[\sum_{j=1}^N \left[\left\{ h^3 g_{jm}^{(2)} - (1-\nu) h^3 g_{jm}^{(3)} \right\} h^2 f_{jm'}^{(6)} + (1-\nu) h^3 g_{jm}^{(4)} h^2 f_{jm'}^{(5)} \right. \right. \\
 & \left. \left. - \left\{ h^4 g_{jm}^{(7)} + (1-\nu) h^4 g_{jm}^{(8)} \right\} h f_{jm'}^{(1)} \right] \frac{\Delta S_j}{h} \right] \varphi_{-1}(m) \\
 & = - \sum_{j=1}^N \left[\left\{ h^3 h_j^{(2)} - (1-\nu) h^3 h_j^{(3)} \right\} h^2 f_{jm'}^{(6)} + (1-\nu) h^3 h_j^{(4)} h^2 f_{jm'}^{(5)} \right. \\
 & \left. - \left\{ h^4 h_j^{(7)} + (1-\nu) h^4 h_j^{(8)} \right\} h f_{jm'}^{(1)} \right] \frac{\Delta S_j}{h} \quad (m' = 1 \sim N) \quad (76)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \sum_{m=1}^N \left[\sum_{j=1}^N \left[\left\{ h^3 f_{jm}^{(2)} - (1-\nu) h^3 f_{jm}^{(3)} \right\} h^2 g_{jm'}^{(6)} + (1-\nu) h^3 f_{jm}^{(4)} h^2 g_{jm'}^{(5)} \right. \right. \\
 & \left. \left. - \left\{ h^4 f_{jm}^{(7)} + (1-\nu) h^4 f_{jm}^{(8)} \right\} h g_{jm'}^{(1)} \right] \frac{\Delta S_j}{h} \right] \varphi_{-2}(m) \\
 & + \sum_{m=1}^N \left[\sum_{j=1}^N \left[\left\{ h^3 g_{jm}^{(2)} - (1-\nu) h^3 g_{jm}^{(3)} \right\} h^2 g_{jm'}^{(6)} + (1-\nu) h^3 g_{jm}^{(4)} h^2 g_{jm'}^{(5)} \right. \right. \\
 & \left. \left. - \left\{ h^4 g_{jm}^{(7)} + (1-\nu) h^4 g_{jm}^{(8)} \right\} h g_{jm'}^{(1)} \right] \frac{\Delta S_j}{h} \right] \varphi_{-1}(m) \\
 & = - \sum_{j=1}^N \left[\left\{ h^3 h_j^{(2)} - (1-\nu) h^3 h_j^{(3)} \right\} h^2 g_{jm'}^{(6)} + (1-\nu) h^3 h_j^{(4)} h^2 g_{jm'}^{(5)} \right. \\
 & \left. - \left\{ h^4 h_j^{(7)} + (1-\nu) h^4 h_j^{(8)} \right\} h g_{jm'}^{(1)} \right] \frac{\Delta S_j}{h} \quad (m' = 1 \sim N) \quad (77)
 \end{aligned}$$

上式で、 $f_{jm}^{(1)}, g_{jm}^{(1)}, h_j^{(1)}$ 等は、既知係数であり、式(76)と(77)は2N個の未知量 $\varphi_{-2}(m), \varphi_{-1}(m)$ に対して同数の式を表すので、連立一次方程式として解くことができる。得られた $\varphi_{-2}(m), \varphi_{-1}(m)$ を式(71)に代入して、 $\varphi_s(j) : (s=0,1,2,\dots,s^*)$ を求めることができる。式(58)より、平板浮体の上下変位は次式で求めることができる。

$$\frac{w(x,y)}{\zeta_0} = \frac{i}{\left(\frac{\sigma^2 h}{g} \right)} \left[\sum_{m=1}^N h f_{jm}^{(1)} \cdot \varphi_{-2}(m) + \sum_{m=1}^N h g_{jm}^{(1)} \cdot \varphi_{-1}(m) + h h_j^{(1)} \right] \quad (78)$$

4. 計算結果および考察

提案した解析法のための具体的な計算例として、Fig.4に示すような矩形平面形状の浮体を対象に、周波数領域の計算を行い、計算結果と実験結果とを比較した。

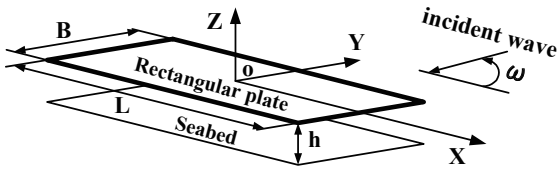


Fig.4 Coordinate system for a rectangular floating plate

実験値としては、矢後らによる長さ300m浮体対応の波浪中弾性応答実験結果¹⁰⁾(Case-1)とメガフロート技術研究組合において実施された長さ1200m浮体対応の波浪中弾性応答実験(Case-2)の実験結果¹¹⁾を用いた。両実験条件を基に

した本解析の計算条件をTable.1に示す。ここで、 ρ_p は浮体の密度を表している。

Table.1 Calculation conditions for Rectangular plates

Principal particulars	Case-1	Case-2
	300m	1200m(Test model)
Length [m]	300	15
Breadth [m]	60	3
Draft [m]	0.5	0.013
Water depth [m]	58.5	0.25
D/ρgh	0.079	27.348
ρ _p /ρ	1.45	2.281
Poisson's ratio	0.33	0.33

4.1 実験結果 Case-1 との比較 (300m 浮体)

Case-1の300m浮体に関する計算を行い、実験値と比較した。Fig.5~Fig.8は、水深無限大時の波長 λ_∞ と浮体長さLの比が $\lambda_\infty/L=0.1, 0.3, 0.5, 1.0$ の場合で、浮体上下変位振幅と入射波振幅との比 $|W/\zeta_0|$ に関する計算値と実験値のPort side, Centerline, Starboard side位置での浮体長手方向分布を示している。波の入射角は $\omega=0\text{deg.}$ で、浮体長手方向に進行する波である。また、Fig.9とFig.10は、 $\lambda_\infty/L=1.0$ の場合で、それぞれ、 $\omega=60\text{deg.}, 90\text{deg.}$ における上下運動振幅の長手方向分布に関する同様な図である。

計算値と実験値を比較すると、 $\lambda_\infty/L=0.3$ の場合では計算値は実験値より小さくなっているが、それ以外の場合では概略一致していると思われる。計算時間は、HP VISUALIZE WS/J600を用いて、浮体境界分割数120の場合、1周波数当たり15secである。

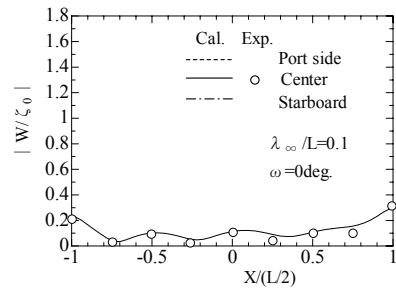


Fig.5 Longitudinal distributions of vertical displacement amplitude (L=300m, B=60m, $\lambda_\infty/L=0.1, \omega=0\text{deg.}$)

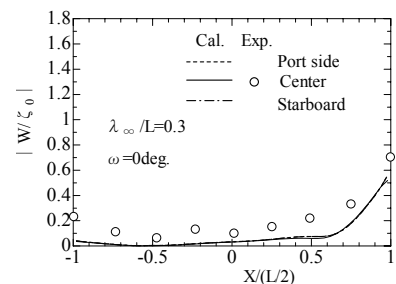


Fig.6 Longitudinal distributions of vertical displacement amplitude (L=300m, B=60m, $\lambda_\infty/L=0.3, \omega=0\text{deg.}$)

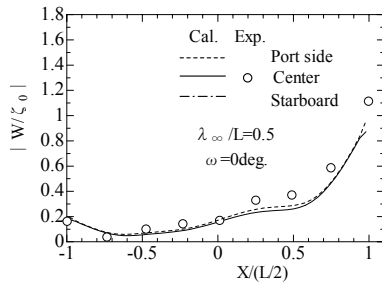


Fig. 7 Longitudinal distributions of vertical displacement amplitude ($L=300\text{m}$, $B=60\text{m}$, $\lambda_{\infty}/L=0.5$, $\omega=0\text{deg}$.)

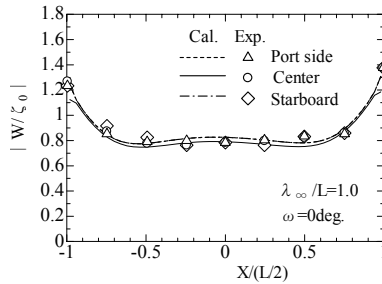


Fig. 8 Longitudinal distributions of vertical displacement amplitude ($L=300\text{m}$, $B=60\text{m}$, $\lambda_{\infty}/L=1.0$, $\omega=0\text{deg}$.)

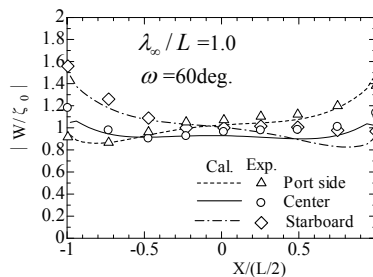


Fig. 9 Longitudinal distributions of vertical displacement amplitude ($L=300\text{m}$, $B=60\text{m}$, $\lambda_{\infty}/L=1.0$, $\omega=60\text{deg}$.)

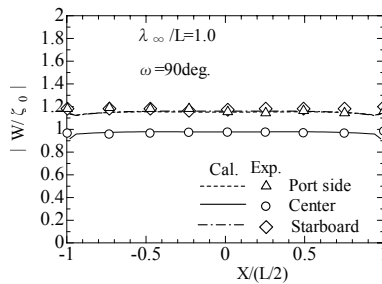


Fig. 10 Longitudinal distributions of vertical displacement amplitude ($L=300\text{m}$, $B=60\text{m}$, $\lambda_{\infty}/L=1.0$, $\omega=90\text{deg}$.)

4.2 実験結果 Case-2 との比較 (1200m 浮体)

Case-2 の 1200m 浮体に関する計算を行い、実験値と比較した。Fig.11(a)~Fig.11(e)は、波長 λ と浮体長さ L の比 λ/L が、0.05, 0.1, 0.14, 0.18, 0.2 の場合について、浮体上下変位振幅と入射波振幅との比 $|W/\epsilon_0|$ の浮体長手方向分布に関する計算値と実験値を示している。波の入射角は $\omega=0\text{deg}$ で、浮体長手方向に進行する波である。浮体の Port side, Centerline, Starboard side 位置での計算値と実験値の一致は良い。

5. 結 言

本論文では、喫水零のポンツーン型浮体の波浪中弾性応答を求めるために、“Hamilton-Dirichlet の原理 2”と流体部の解析に固有関数展開法を用いた計算法を提案した。この方法は、基本的には、Kim and Ertekin が矩形平板浮体の波浪中弾性応答解析に用いた、浮体を弾性膜として考え、構造と流体の連成問題を流体のみの境界値問題として解く方法を、任意の平面形状に適用できるように拡張した式となっており、計算法の分類としては、周波数領域の直接解法に属する。

本解析法の具体的な計算例は、1st ステップとして、実験結果が示されている長さ 300m と 1200m の矩形平板浮体に対して行った。計算値は、実験値と概略一致したが、一致度が一部悪いところも見られた。この原因は、平板端部の境界条件を示す変分方程式に、境界線方向に 2 階の微分が含まれているにもかかわらず、式(26)~(29)の境界積分方程式を、一定要素(0 次要素)で近似したことによるものと思われる。少なくとも 2 次要素以上の高次要素近似が必要と思われる。

今後は、上記の課題である高次境界要素近似を用いた境界積分方程式の解析法を導入して、本解析法の計算精度を上げるとともに、実験値が得られている L 型平面形状等の非矩形平面形状浮体の実験結果との比較も試みる予定である。

謝 辞

本研究の浮体底面下の分散関係式(20)の固有値計算法については大阪大学・高木健先生に、ご教授頂きました。また、浮体端部の境界条件式を表す変分方程式の誘導については(有)数理解析研究所・一色浩博士に、ご助言を頂きました。ここに厚く御礼申し上げます。

参 考 文 献

- (1) (社) 日本造船学会海洋工学委員会構造部会 編：超大型浮体構造物の構造設計、成山堂書店、pp70-153、2004
- (2) 瀬戸秀幸：超大型浮体式構造物における規則波中弾性応答の理論解析(第1報)、日本造船学会論文集、第184号、pp.231-241、1998
- (3) Utsunomiya, T. and Watanabe, E. : Accelerated Higher Order Boundary Element Method for Wave Diffraction/Radiation Problems and Its Applications, Proc.12th Int. Offshore and Polar Engineering Conference, pp305-312, 2002.
- (4) 一色浩、永田修一：水面に浮かぶ弾性平板の運動に関する変分原理、関西造船協会誌、第233号、pp79-85、2000

- (5) Isshiki,H. and Nagata,S. : Variational Principles Related to Motions of an Elastic Plate Floating on a Water Surface, Proc. of the 11th Int. Conf. on International Society of Offshore and Polar Engineers, pp.190-197, 2001.
- (6) Nagata,S.,Yoshida,H.,Fujita,T. and Isshiki,H. : The Analysis of the Wave-Induced Responses of an Elastic Floating Plate, Proc. of the 16th Int. Conf. on Offshore Mechanics and Arctic Engineering, Vol.VI, pp.163-169, 1997.
- (7) Nagata,S.,Niizato,H.,Yoshida,H.,Ohkawa,Y.andKobayashi, K. : Effects of Breakwaters on Motions of an Elastic Floating Plate in Waves, International Journal of Offshore and Polar Engineering, Vol.13,No.1, pp.43-51, 2003.
- (8) Kim, J-W and Ertekin, RC : An Eigenfunction Expansion Method for Predicting Hydroelastic Behavior of a Shallow-Draft VLFS, Proc. 2nd Intl. Conf. on Hydroelasticity in Marine Tech., Fukuoka, pp.47-59, 1998.
- (9) Kim,J-W and Ertekin,RC : Hydroelastic Response of a Floating Mat-Type Structure in Oblique, Shallow-Water Waves, Journal of Ship Research, Vol.43,No.4, pp.241-254, 1999.
- (10) 矢後清和、遠藤久芳 : 浅喫水箱型浮体の波浪中弾性応答について—大型模型による水槽試験—、日本造船学会論文集、第180号、pp.341-352、1996
- (11) メガフロート技術研究組合 : 弾性応答計算、B.近似3次元計算の精度チェック、剛体・弾性体漂流力、1998
- (12) Evans,D.V. and Davies,T.V.:Wave-Ice Interaction,Technical report.1313, Davidson Lab., Stevens Inst. Of Techno., Hoboken,N.J., 1968.

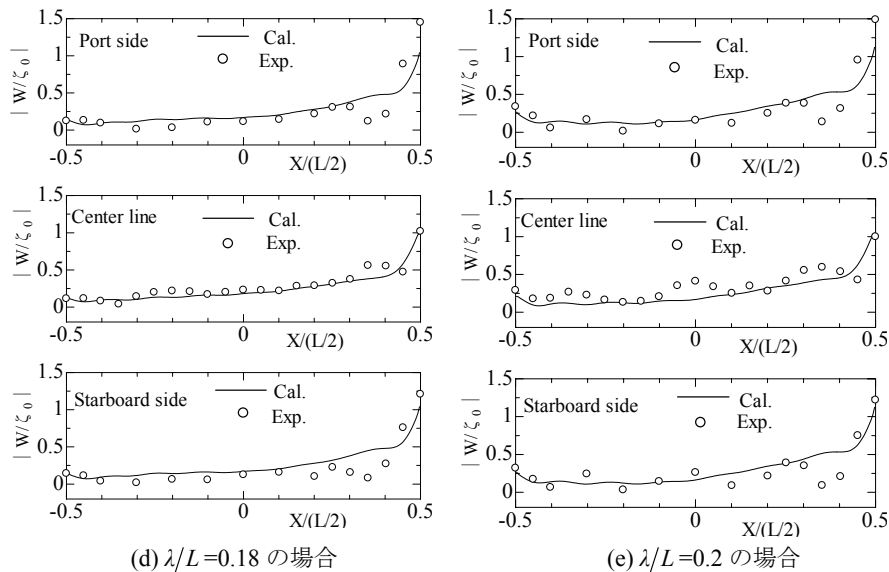
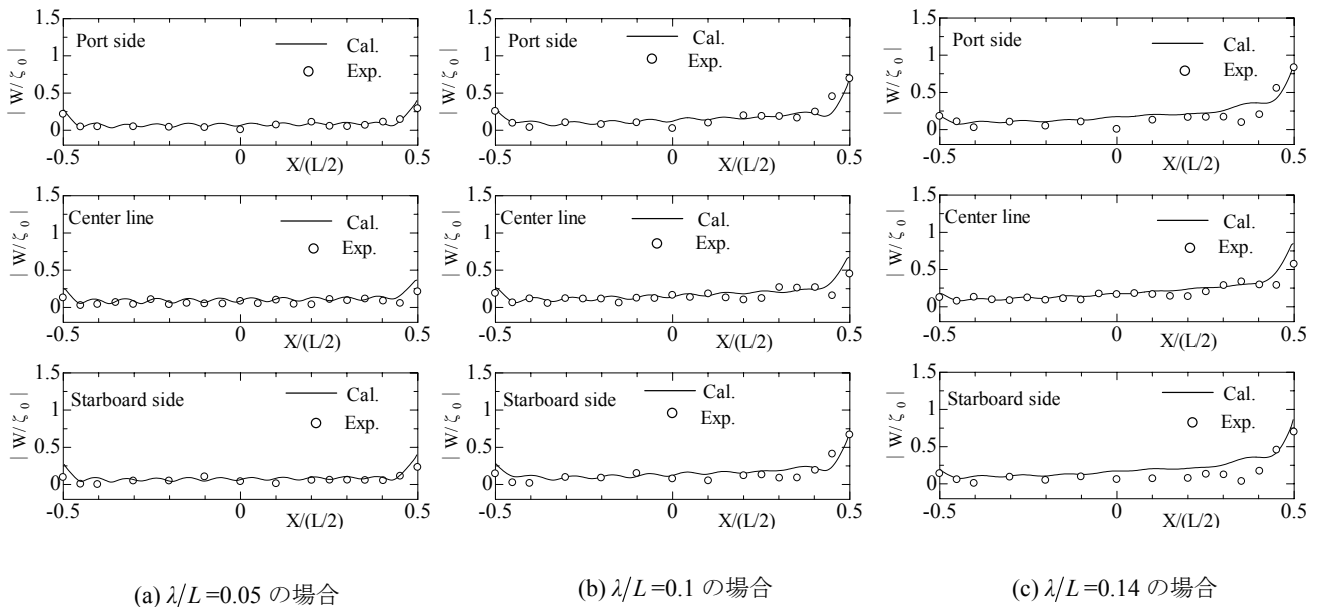


Fig.11 Longitudinal distributions of vertical displacement amplitude (L=1200m, B=240m, ω=0deg.)