

回流水槽の測定部形状の自由表面に及ぼす作用に関する研究

正員 川島敏彦* 正員 梶谷 尚**

On the Effect of Form of Measuring Section in Circulating Water Channel to Free Surface Elevation

By Toshihiko Kawashima, *Member* Hisashi Kajitani, *Member*

Summary

The hydrodynamic effect due to side form of measuring section of circulating water channel is examined theoretically and experimentally. The importance of both side and bottom form through proposing an open channel theory is pointed out to realize high hydrodynamic performance. The evidence on effect of side form is shown that (1) the results of formation agree with Kreitner's model, (2) the strength of effect is defined by local inclination of side form and (3) the formation of function on Froude number is as same as one in the case of bottom. Physical reason for the swelling of surface flow in the circulating water channel of the National Research Institute of Fisheries Engineering can be proved by role of superimposed effects due to both side and bottom form. The availability of present open channel theory is discussed in evaluating the distribution of free surface elevation.

1. 緒言

以前、第一著者は^{1,2)}回流水槽の測定部側面形状の自由表面に及ぼす作用を明らかにするため、側面形状の影響を取り入れた開水路理論を考察した。その結果、側面の作用が横幅の流れ方向への一次微分で表現できるだけでなく、2個の臨界速度が存在し、水深で定義されるフルード数(以下ではFn数で表す)のほかに半水深で定義するFn数が現れるなど底面の作用と異なる性質を伴う可能性を示した。

しかし再考した結果、実現現象を説明できない内容であることが分かった。その原因は側面圧力の流れ方向への作用を無視した矛盾による。すなわち側面圧力の作用を考慮すれば底面の作用と類似の定式化となり、定性的にKreitnerモデルと一致し、実現現象を説明できることが判明した。

側面圧力の流れ方向への作用は側面の局所的な勾配で決るので、側面が製作誤差や水圧により変形し直面平行の条件が壊れたとき、側面形状の自由表面に及ぼす作用が誘起されることが考えられる。文献^{1,2)}で論じたように、回流水槽の底面形状の作用については古くから検討されてきたが、側面形状の作用の検討はされていない。

* (独)水産総合研究センター水産工学研究所

** 崇城大学総合教育

原稿受理 平成19年2月22日

以上を背景に側面形状の作用に視点をおいて展開するが、底面も自由表面の形態を決める重要要因のため、検討では底面も含める。この課題は測定部の設計と製作に関係し、最終的に流体力学的性能に直結し、次世代回流水槽の追求のためにも必要と考えられる。本論では、第一に開水路理論において側面圧力の作用を無視する場合と考慮する場合の違いを示し、側面形状の作用特徴を明らかにする。第二に回流水槽の側面形状の作用を再計算し、既発表内容に対し訂正すべき事項を示す。第三に底面と側面形状の重要性を明らかにし、開水路理論の有用性を示す。

開水路の側面形状の作用に関して、例えば土木工学分野で水路幅の変化する流れとして研究され、教科書³⁾に記述されている。しかし回流水槽の自由表面流れに主眼を置いた検討例は見受けられないので、計算結果と測定部形状の重要性を中心に論ずる。なお本論では、測定部の水面を慣習により「自由表面」で表現するが、厳密には重力波である定在波を除いた成分を議論の対象とする。

2. 側面の圧力の作用を無視した展開

水槽内壁面の摩擦、底面、側面形状の作用を考慮し、座標とパラメータをFig.1に示す。座標軸xの原点を制波板

エッジに、流れ方向を正で定義する。hは底面から法線方向の水面までの距離、bは測定部の横幅である。測定部断面形状を矩形とするが、臨界速度近傍を除き非線型性の弱い問題であるものの非線型影響が議論の本質になるので、底面、側面を直面としない非線型扱いを前提とする。vは流速、pは圧力、τはせん断応力、βは底面の勾配角で反時計まわりを正とし、Aは断面積、sはぬれ縁の長さである。検査面に運動量の保存則と連続の式を適用し(1)、(2)式を得る。

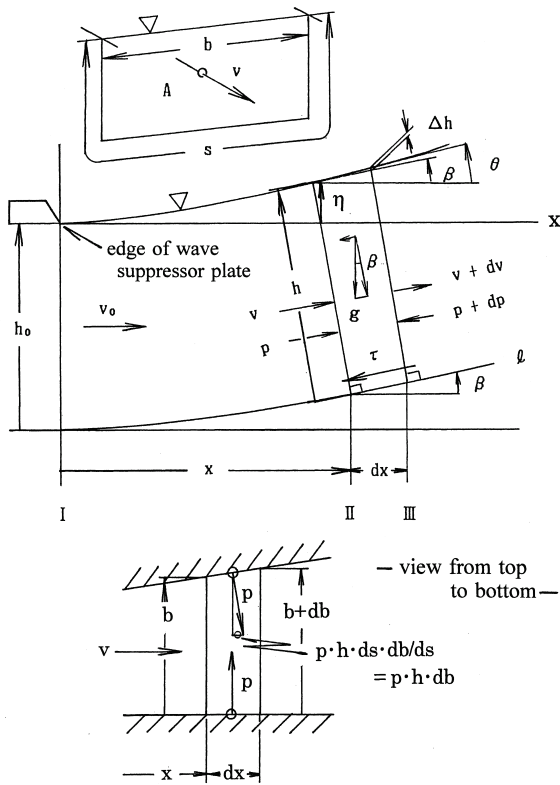


Fig.1 Coordinate and parameters

$$-\tau \, s \, dx - \rho \, g \, \sin \beta \, A \, dx - d(Ap) = \rho \, A \, v \, dv \tag{1}$$

$$A \, dv = -v \, dA \tag{2}$$

圧力 p を自由表面で 0 とする静水圧で定義すれば、(3)式となり、p dA を(4)式に変形する。

$$p = \frac{1}{2} \rho \, g \, h \, \cos \beta \tag{3}$$

$$p \, dA = p \, b \, dh + p \, h \, db \tag{4}$$

以上の(2)、(3)、(4)式を(1)式に代入すると(5)式を得る。

$$\frac{dh}{dx} = \frac{1}{1 - \frac{v^2}{gh}} \left(-\frac{1}{\rho g} \frac{1}{A} \tau - \beta \right) - \frac{1 - \frac{v^2}{gh}}{\frac{1}{2} \frac{gh}{v^2}} \frac{1}{2} \frac{h}{b} \frac{db}{dx} \tag{5}$$

水深の変化と水面勾配との間には(6)式の関係があり、これより局所的な水面勾配 θ を(7)式で表すことができる。

$$\frac{dh}{dx} = \theta - \beta \tag{6}$$

$$\theta = -\frac{1}{1 - F_{n1}^2} \frac{1}{\rho g} \frac{1}{A} \tau - \frac{F_{n1}^2}{1 - F_{n1}^2} \beta - \frac{1 - F_{n2}^2}{1 - F_{n1}^2} \frac{1}{2} \frac{h}{b} \frac{db}{dx} \tag{7}$$

ここで $F_{n1}(=v/\sqrt{gh})$ は水深、 $F_{n2}(=v/\sqrt{l/2gh})$ は半水深で定義する Fn 数である。

(7)式の右边第2項、第3項のFn数の関数を(8)式で示す f_b 、 f_s とし、その変化を Fig.2 に示す。よく知られた f_b に対し、 f_s は2個の臨界速度を有し同図の中央の形になる。すなわち速度域は3つに分けられ、 $F_{n1} < 0.71$ で正、 $0.71 < F_{n1} < 1$ で負、 $F_{n1} > 1$ で正となり、底面の作用と異なる。同図中に示すように側面が中央で膨れたとき、(7)式の右边第3項のマイナスを考慮すると、自由表面は常流域(領域 I)で凹型になる。

$$f_b = \frac{F_{n1}^2}{1 - F_{n1}^2} \quad , \quad f_s = \frac{1 - F_{n2}^2}{1 - F_{n1}^2} \tag{8}$$

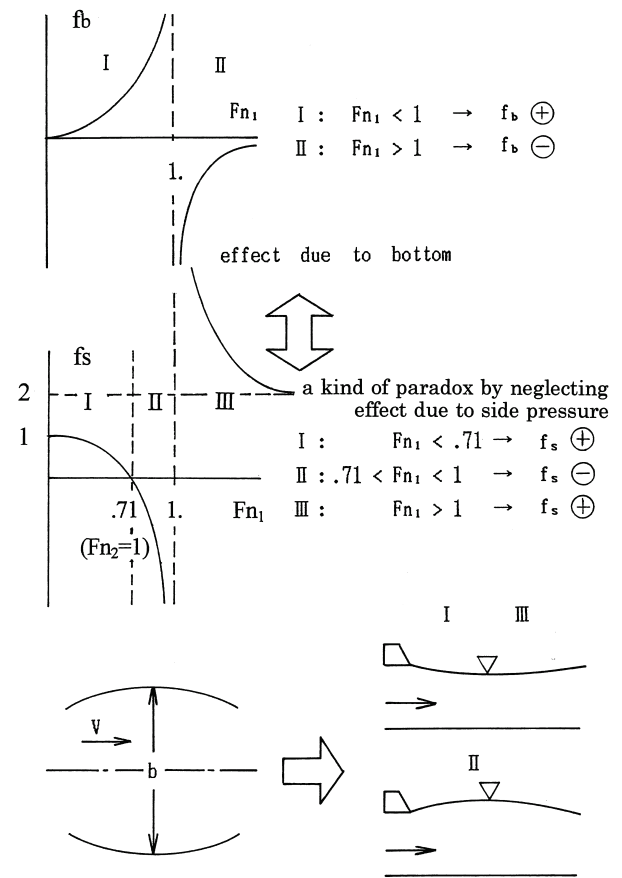


Fig.2 Effect due to bottom and side form

(7)式に対し以下の問題点を指摘できる。第一に側面が膨れた場合(Fig.2 参)、常流域では中央で圧力が上昇し、自由表面は凸型になると考えられるが、(7)式は実現象と逆の形態を示す。第二に Fn 数に対し常流、射流、常流の3領域が生じ、2種類の Fn 数が現れるが、其の理由づけができない。特に Fn_2 に関する半水深の物理的理由が分からない。第三に速度 $v=0$ で(7)式の右辺第3項は零に収束せず、それは静止状態で側面形状の影響項が零にならないことを意味し実現象と対応しない。

3. 側面の圧力の作用を考慮した展開

上記の展開では側面圧力の流れ方向成分を考慮していない。この作用は Fig.1 の下に示す $ph \, db$ で表現でき、この項を加えた(9)式を展開すると(10)、(11)式を得る。以下では Fn_1 に対し接尾辞 $_1$ を省略して Fn で表わす。

$$-\tau \, s \, dx - \rho \, g \, \sin \beta \, A \, dx - d(Ap) + ph \, db = \rho \, Av \, dv \quad (9)$$

$$\frac{dh}{dx} = \frac{1}{1 - \frac{v^2}{gh}} \left(-\frac{1}{\rho g} \frac{1}{A} \tau - \beta \right) + \frac{\frac{v^2}{gh}}{1 - \frac{v^2}{gh}} \frac{h}{b} \frac{db}{dx} \quad (10)$$

$$\theta = -\frac{1}{1 - Fn^2} \frac{1}{\rho g} \frac{1}{A} \tau - \frac{Fn^2}{1 - Fn^2} \beta + \frac{Fn^2}{1 - Fn^2} \frac{h}{b} \frac{db}{dx} \quad (11)$$

側面圧力の流れ方向への作用を考慮することにより、(10)式の右辺第3項はマイナスからプラスに変わる。また第2項と第3項の Fn 数の関数 fb と fs は同形となり側面の作用は底面と類似になる。常流域では fs は正となり、右辺第3項のプラスを考慮すると、側面が膨れたとき自由表面は凸型になり実現象を説明できる。半水深で定義される Fn 数は現れない。 $Fn \rightarrow 0$ で $fs \rightarrow 0$ となり合理的で実現象と対応する。従って、2.で述べた問題点は解消する。特に側面圧力の作用項 $ph \, db$ は(4)式の右辺第2項をキャンセルする効果を有し、本矛盾の原因は(4)式の同項にある。

4. 底面と側面形状の作用の性質

(10)、(11)式より側面影響の強さは底面に比べ幅水深比 h/b が縮小係数となる点で異なるが、 fb と fs は同形であるから同程度のオーダーと考えられる。最近の回流水槽では $h/b=0.5$ が多く、この条件では側面影響が底面よりも緩和される。

ここで低速における水面勾配の特徴を(11)式を用いて考える。せん断応力 τ をマンシングの式(12)式で表す。ここで n はあらさ係数である。関数 $Fn^2/(1-Fn^2)$ をテーラー展開す

れば $Fn \rightarrow 0$ で $Fn^2/(1-Fn^2) \rightarrow Fn^2$ になり、(13)式に簡単化できる。この形によれば水面勾配はあらさ係数、底面と側面の幾何形状で決定され、速度の二乗に比例する特徴を有する。

$$\tau = \rho g \frac{1}{\left(\frac{A}{s}\right)^{1/3}} n^2 v^2 \quad (12)$$

$$\theta \doteq Fn^2 \left\{ -gh \frac{1}{\left(\frac{A}{s}\right)^{4/3}} n^2 - \beta + \frac{h}{b} \frac{db}{dx} \right\} \quad (13)$$

(13)式によれば、水面勾配の船体抵抗に及ぼす作用は速度の二乗に比例する。制限水路影響の作用においても、例えば田村式は速度の二乗に比例する特徴となる。抵抗係数も速度の二乗による無次元量であるから、回流水槽の船体抵抗試験結果に対し単純に三次元解析を適用すれば、水面勾配と制限水路影響の作用は形状影響係数に集約されることになる。従って回流水槽試験で得られる形状影響係数には、本来の物理量である船体抵抗の粘性抵抗成分だけでなく、水面勾配と制限水路影響が介在することを意味する。

小型模型回流水槽試験と大型模型曳航水槽試験との関連について、形状影響係数に対しては小倉らの修正係数 β_K が知られる⁴⁾。ここで小倉らは修正係数を β で表現したが、2.で定義した底面勾配角 β と区別するため、形状影響係数 K を接尾辞として便宜的に β_K とする。 β_K が公表されておらずその詳細は不明であるが、数少ない事例⁴⁾では肥大船で $\beta_K=0.5 \sim 0.6$ 、細い船で $\beta_K=0.7 \sim 0.8$ である。 β_K には尺度影響の成分も含まれるので、水面勾配と制限水路影響の作用のみで β_K が決定されるわけではない。しかし上記の水面勾配と制限水路影響の形状影響係数への作用の性質、水面勾配が模型船の排水量に乘じ、制限水路影響が **Blockage** 比で決定されることを総合すると、 β_K が肥大船で小さく、細い船で大きくなる理由を説明できる。

5. Kreitner モデルとの比較考察

制限水路影響の考察に用いられた Kreitner⁵⁾モデルを用い上記3.の妥当性を考察する。摩擦を考慮せず、底面勾配を零とし、拡幅のみ許す。連続の条件、ベルヌーイの定理より(14)、(15)式を得る。ここで v_0 は上流の一樣流速である。

$$bh \, v_0 = (b + \Delta b)(h + \Delta h) \, v \quad (14)$$

$$\frac{1}{2} \rho \, v_0^2 = \frac{1}{2} \rho \, v^2 + \rho \, g \, \Delta h \quad (15)$$

(14)式から(16)式を、(15)式から(17)式を求め、(16)x(17)より(18)式を得る。 w は拡幅率で、 $w = \Delta b/b \ll 1$ と仮定する。

$$(v_0/v)^2 = (1+w)^2 + 2(1+w) \frac{\Delta h}{h} \quad (16)$$

$$(v/v_0)^2 = 1 - 2 \frac{1}{Fn^2} \frac{\Delta h}{h} \quad (17)$$

$$\frac{\Delta h}{h} = \frac{Fn^2}{2\{Fn^2 - (1+w)\}} \frac{1 - (1+w)^2}{1+w} \doteq \frac{Fn^2}{1 - Fn^2} w \quad (18)$$

他方、(10)式の右边3項のみ取り上げると(18)式になり、Kreitnerモデルと一致する。(9)式は運動量の釣り合い、(15)式はエネルギーの保存則であるから、同結論に至るのは当然であるが、いずれにせよ水路の幅が拡大のとき、 $Fn < 1$ で $\Delta h/h$ はプラスとなり水位上昇に至る。

6. 側面形状の作用の計算

測定部の側面形状の作用を再計算することとし、(10)式をルンゲクッタ法で数値的に解いた。ただし底面の作用を除外するため(10)式の右边第2項(β の項)を除いた。非線型性を求めるため v 、 A 、 s を(19)式に示すように計算過程で得られる $b(x)$ 、 $h(x)$ で定義した。 A_0 、 v_0 は初期値である。流速を $1m/s$ 、 τ をマンニングの式で表現し、 $n=0.0114$ とした。

$$v(x) = \frac{A_0}{A(x)} v_0, \quad A(x) = b(x) h(x), \quad s(x) = 2h(x) + b(x) \quad (19)$$

計算で得た結果を Fig.3 の下側(present で記すカ所)に示す。ここで η は自由表面の変位で、Fig.1 に示すように原点(制波板エッジ)を基準に上方向を正とする。局所勾配 θ の図中の波線は模型船位置を前後方向に移動させたときの模型船領域(2.5m)の θ の平均値で、横軸は船体中央位置である。 b は深さ位置(5断面)を変えて得た横幅の算術平均で、この変形が水深方向に二次元的に変形していると仮定し、 x 方向の任意点の値をB-スプラインで補間した。水圧の作用(実線と一点鎖線の差)で最大5mm程度膨らんでいるが、すでに水のない状態で外側に膨らんでおり、水圧による変形よりも大きい。水圧及び製作の精度不良によって自由表面は測定部中央で凸型になる。自由表面の勾配を示す最下図における縦軸(θ)の単位 0.2×10^{-3} の値はそれ自体では無視できるオーダーである。しかし排水量100kgの模型船を用いると仮定した場合、剰余抵抗20gの作用を誘起するので、回流水槽で定量的な模型試験を行う場合には無視できず、解決すべき課題である。

比較のため前報²⁾の計算結果のうち、側面の作用を Fig.3 の上側(previous で記すカ所)に、底面の作用を Fig.4 に示す。ここで z_b は横方向位置(11断面)を変えて計測した底面の

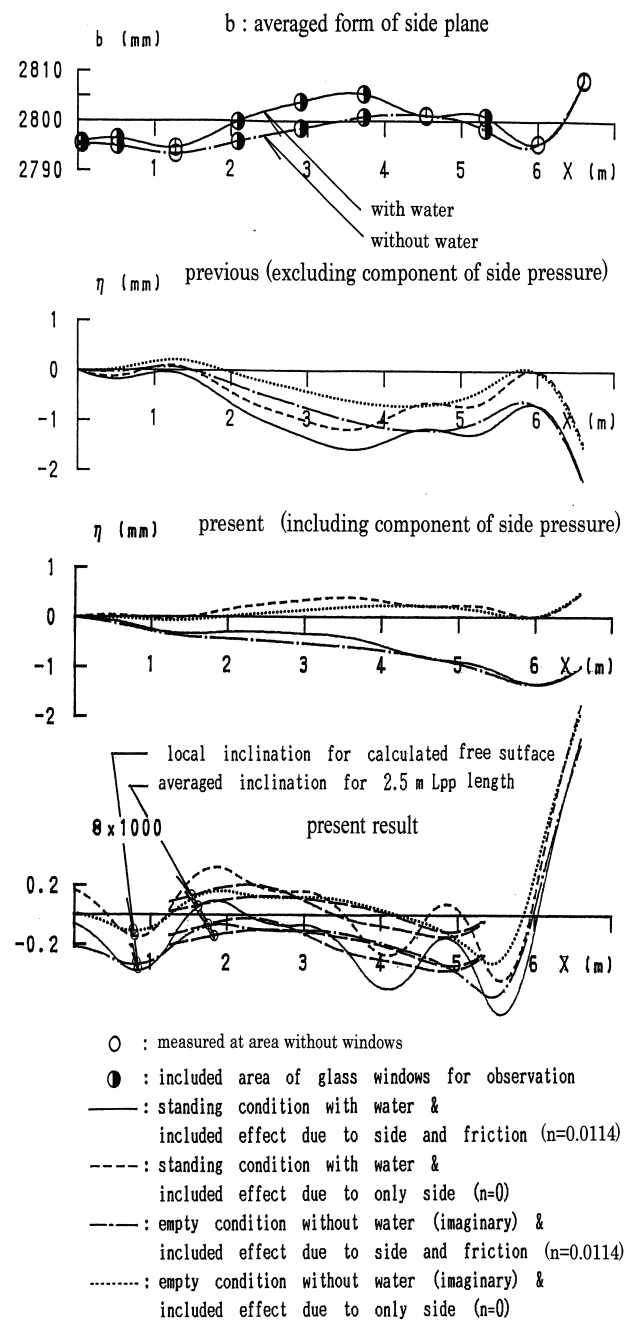


Fig.3 Calculated free surface elevation and inclination

算術平均で、原点(制波板エッジ)における底面を基準に上方向を正で定義している。この計算は(5)式によっている。前報では Fig.3 の上側の形(previous で記すカ所)より、側面の作用として全体として垂れ下がり傾向にあり、底面の自由表面を膨らませる理由の妥当性を補強すると結論した。しかし今回の計算結果(present で記すカ所)では、それは誤りで側面も底面と同様の作用のあることを示している。 η で分かるように底面形状は測定部前半($0 < x < 3m$)で凸型の作用を与え、側面は測定部中央($2 < x < 6m$)で凸型とし、作用量は同オーダーである。

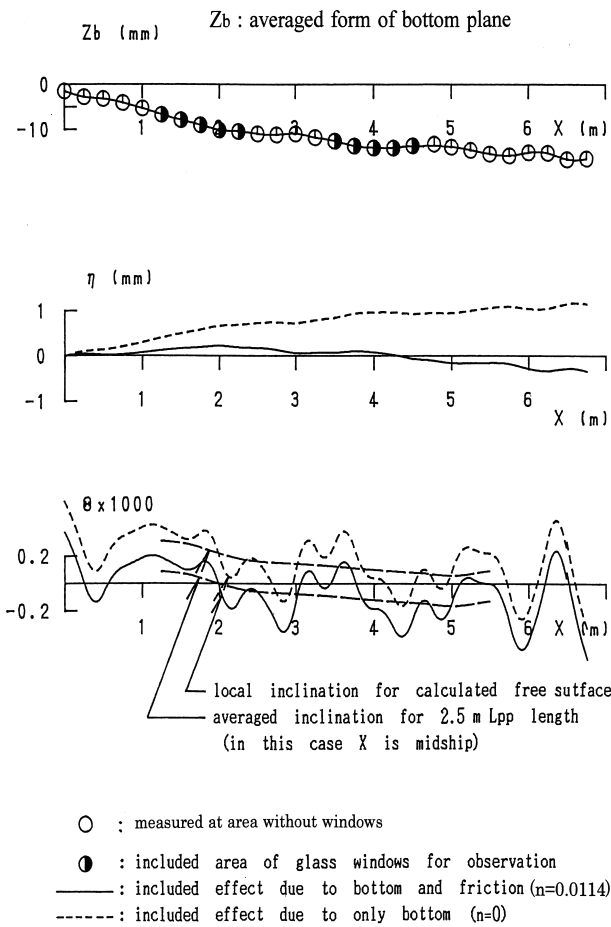


Fig.4 Calculated free surface elevation and inclination²⁾

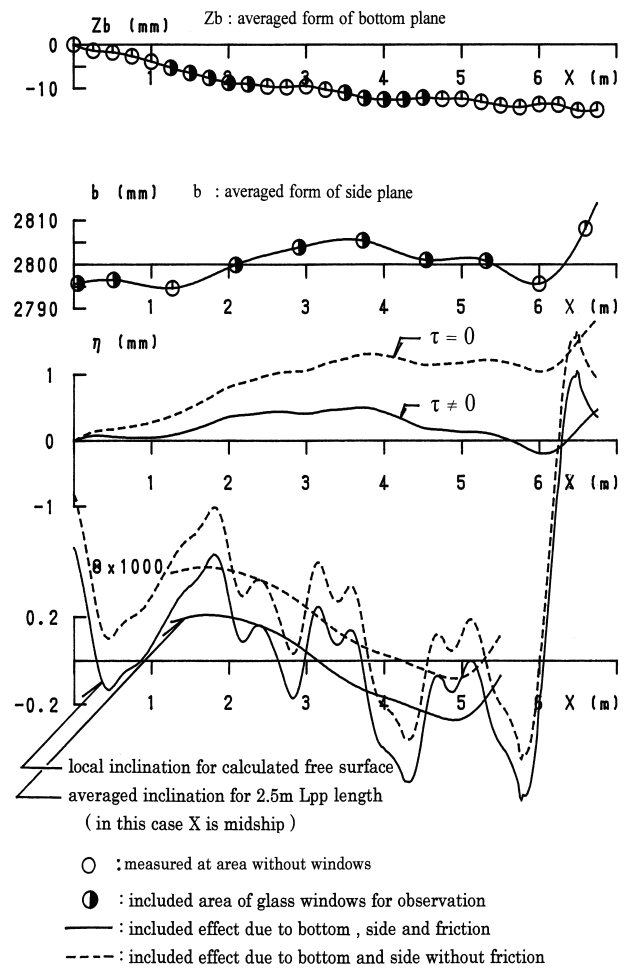


Fig.5 Calculated free surface elevation and inclination

次に(10)式を解き、摩擦、底面、側面の作用を含めた計算を行った。この結果を Fig.5 に示す。底面と側面の凸型の作用が重合して測定部中央部で膨らみ現象が得られている。実線と波線を比べると摩擦の作用が膨らみの形態に不可欠であることが分かる。比較のため水量を系統的に変えて波形を計測した結果⁶⁾を Fig.6 に示す。同図中の中央の M25 は波高最小条件の結果である。破線は定在波の作用を除くためフーリエ解析を行い、定在波の周波数より低次の成分を用いて逆解析して得た波形である。ただし制波板エッジにおける流出条件を考慮していないので、上流の部分は比較に使えない。このような事情を認めた上で、本計算結果を比較して Fig.7 に示す。最上図が計算の結果である。ただし其の条件で水量が異なるので、次段以下の図では比較を容易にするため、 η を $1 < x < 5\text{m}$ の領域で積分し M25 の値になるように単純に差し引きをして表示した。また制波板を水平(R)、波高最小の最適条件(M)、意図的に下げた条件(S)の3状態に対し、水量最適の波形に対し上記解析を適用して得た結果との比較を Fig.8 に示す。自由表面の変位に関しては、測定部中央でオーダー $\eta = 0.5\text{mm}$ と

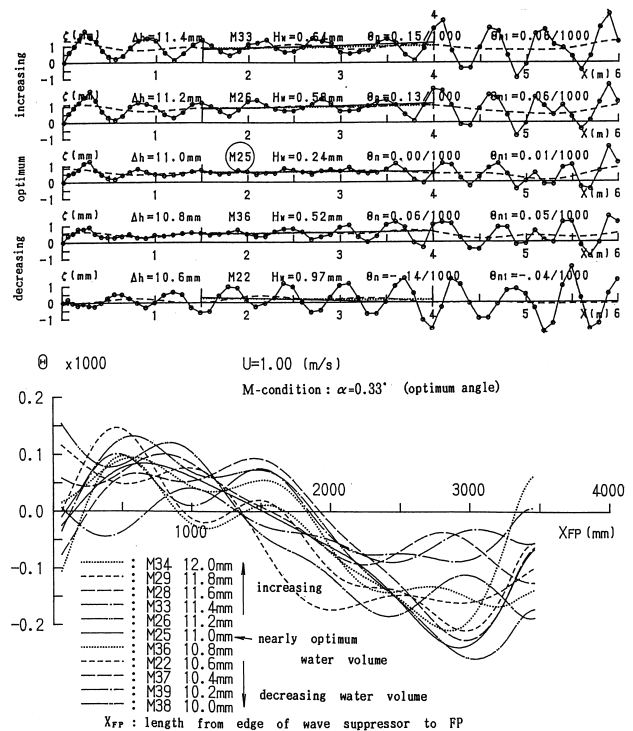


Fig.6 Measured free surface elevation and inclination⁶⁾

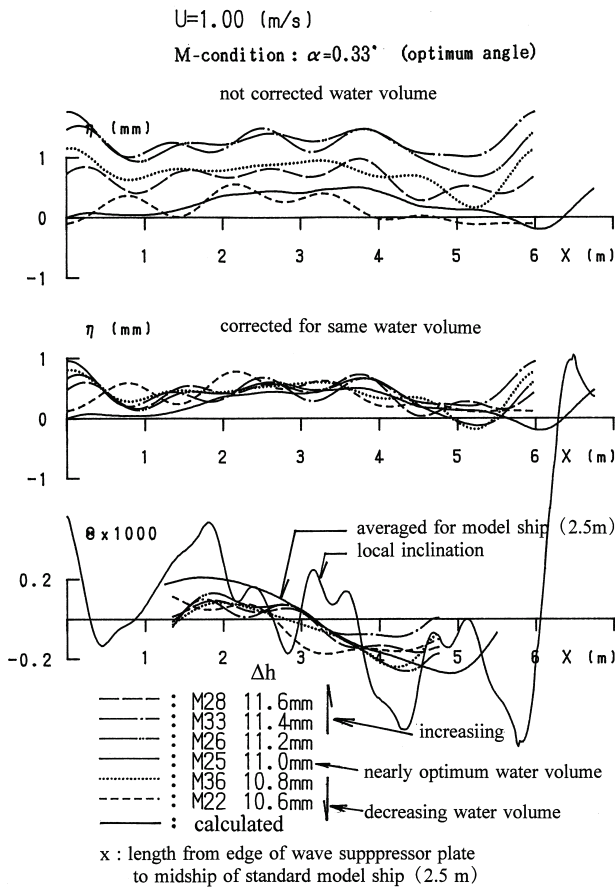


Fig.7 Compared free surface elevation and inclination

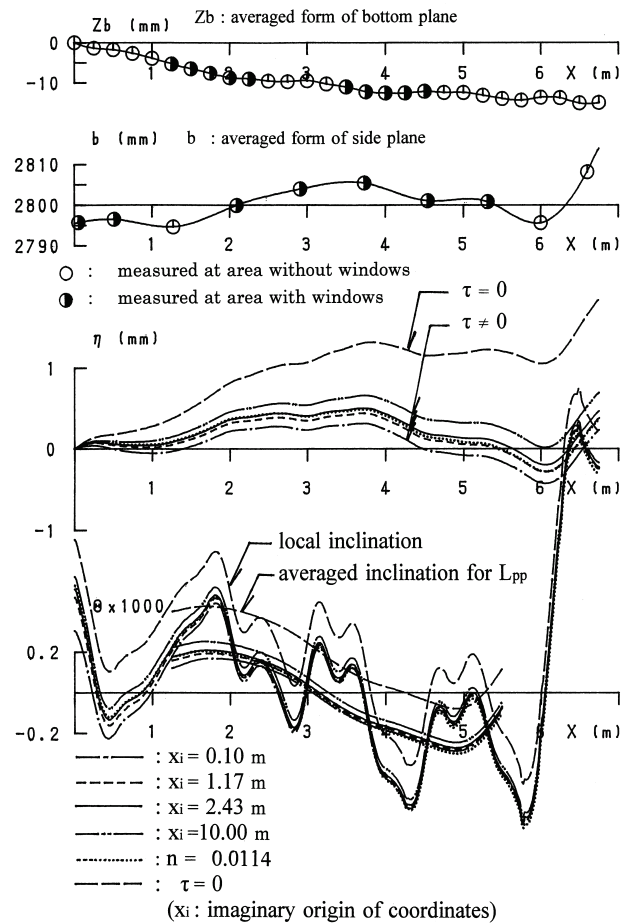


Fig.9 Effect due to friction on free surface

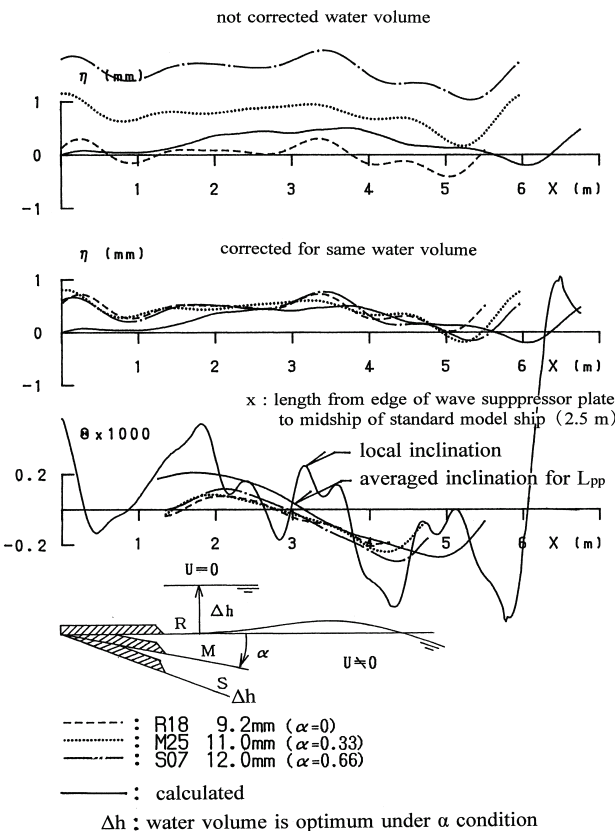


Fig.8 Compared free surface elevation and inclination

なっている点、 $x=5m$ で $\eta=0$ になり以後マイナスとなる形態、局所勾配に対しては、 $x=3m$ で $\theta=0$ となり、その前後でオーダーは $\theta=\pm 0.1\sim 0.2 \times 10^{-3}$ で、実験と計算は定量的に一致している。従って開水路理論は簡単な一次元理論であるが、摩擦、底面、側面形状の作用の主要部を表現しているものと考えられる。

以上の計算で、摩擦はマンシングの(12)式によった。あらか係数nの算出根拠について、代表流速(1m/s)において原点より1.5m下流(模型船首位置)の境界層の速度分布を計測し、指数則と対数則の両方から間接的に局所摩擦係数 C_f の抽出を試みた。次にぬれ縁方向に順番に計測場所を変えて C_f の分布を求め、平均値 $C_f=2.93 \times 10^{-3}$ を得た。平板の摩擦式を用い、 $C_f=2.93 \times 10^{-3}$ が原点より $x_i=1.17m$ 前方(仮想原点)を乱流への遷移位置とする平板の境界層と等価であることを見いだした。そこで(20)式を用いて測定部全長に対する摩擦の平均値を求め、(12)式より $n=0.0114$ を算出した¹⁾。なお(20)式で ρ は流体密度、 ν は動粘性係数、 x_i は相当平板の乱流遷移位置と原点までの距離で、 $x+x_i$ は遷移位置からの距離である。あらか係数を用いることの妥当性

の確認のため、 n による(12)式、 C_f による(20)式を用いた場合との比較を行った。この結果を Fig.9 に示す。 $n=0.0114$ の値は C_f の平均値より定義しているの両者は等価で、異なる点は一定値か分布量かである。しかし計算の結果では、摩擦をあらさ係数で表現しても計算結果には大差のないことが判明し、本論の計算であらさ係数を用いていることに問題はないと判断した。なお同図には仮想原点を $x_i=1.17m$ 以外に、意図的に大きめ($x_i=2.43, 10.0m$)、小さめ($x_i=0.10m$)にした計算結果も示している。この結果では、底面と側面形状の作用が摩擦の影響に増して大きく、本計算でも測定部形状の重要性が得られている。

$$\begin{aligned} \tau &= 0.5 \rho C_f v_0^2 \\ &= 0.0288 \rho v_0^2 (v/v_0)^{0.2} (x+x_i)^{-0.2} \end{aligned} \quad (20)$$

なお本計算では、測定部境界層の排除厚の影響を考慮していない。回流水槽の境界層が無限に長い壁面の作用を受け、厚さ一定で測定部壁面にへばりつくるとすれば、流路の縮小、流速の増大、圧力の低下を誘起し、自由表面を一定量下げる作用を与える。他方、逆に発達過程であれば排除影響は流れ方向に増大し、流速の増加を誘起し、下流に従い自由表面を下げることも考えられる。さらに開水路理論は一次元理論のため、底面と側面の境界条件を満たしていない。圧力、流速に対しても二次元の扱いをしなければ深さ方向の変化を考慮できない。このように流体静力学の手法を骨子とする開水路理論に対し、流体動力学の境界値問題の観点から考えると明らかに不備である。他方で、代表流速 v で流場を表現し、摩擦を一定値のあらさ係数 n で扱うなどの曖昧さが、結果的に排除影響に相当する成分を取り入れた形になっているのではないかとも考えるが、現時点では確たる根拠を持つに至っておらず今後の課題にさせていただく。

7. 結言

底面形状と側面形状の作用を取り入れた開水路理論を用い、回流水槽の自由表面流れに視点をのこした検討を行い、以下の結論を得た。

- 1)側面圧力の作用を考慮しない場合、Kreitner モデルと対応しないなど、実現象と異なる定式展開となる。
- 2)側面の作用は、底面に比べ幅水深比が関係する点で異なるが、強さは横幅の微分で表現でき、 F_n の関数も底面と同形態になる。
- 3)底面、側面の作用は低速で速度の二乗に比例する形態にあり、水面勾配の船体抵抗に及ぼす作用に対し扱いが容易

になる。

- 4)側面の作用は底面と同様に自由表面に重要な作用を及ぼし、測定部形状の問題は解決すべき課題である
- 5)水産工学研究所の回流水槽の中央部で膨れる現象は、底面形状、側面形状、摩擦の作用の重合による。
- 6)実験で得た波形と比較した結果、定量的に一致した。開水路理論で回流水槽の波流れの基本特徴を説明できる。

本研究において定式の矛盾の発見は第二筆者による。また既発表の誤りは第一筆者によっており深くお詫びする。KK 西日本流体技研の恋塚初氏から有益な文献を紹介いただいたことを記してお礼を申し上げる。

参考文献

- 1)川島敏彦:回流水槽の測定部流れの基本性質に関する研究、関西造船協会論文集、No230(1998)
- 2)川島敏彦:回流水槽の測定部流れの基本性質に関する研究(続報)、関西造船協会論文集、No230(1998)
- 3)例えば日野幹雄:明解 水理学、丸善株式会社(1983)
- 4)小倉理一、松井志朗、玉島正裕、西本 仁:新型回流水槽の諸特性と抵抗試験について、西部造船会々報、No64(1982)
- 5)久住昇三、土屋好寛、金井誠、梶谷 尚:Blockage Effect に関する一考察、西部造船会々報、No72(1986)
- 6)川島敏彦:回流水槽の水面勾配に関する研究、関西造船協会論文集、No221(1994)