

被曳船の振れまわり運動シミュレーション

正員 安川 宏 紀* 正員 平 田 法 隆*
中 村 暢 昭** 松 本 之 良***

Simulations of Slewing Motion of a Towed Ship

by Hironori Yasukawa, Member Noritaka Hirata, Member
Nobuaki Nakamura, Yuki Yoshi Matsumoto

Summary

A simulation method for the maneuvering motion of a towed ship in still water is presented. A 2D lumped mass method is employed for expressing the dynamics of the towing cable. The motion equations of the towed ship and the cable are derived under the assumption that the motions are defined in the horizontal plane. Motion of a towing ship is assumed to be given. As a calculation example, a towing barge with/without skegs is selected. The captive model test is carried out to capture the hydrodynamic force characteristics of the barge. Using the force characteristics, simulations are made for various towing speeds, towing cable lengths and so on. The calculated results are compared with the model test results conducted in the towing tank. The results of the slewing motion frequency, changes of heading angle and yaw rate in time domain agree well with the experiments. The present method is useful for predicting the slewing motion of towed ship.

1. 緒 言

河川輸送等における曳船・バージの航行安全性や海難事故等により航行不能となった船舶の曳船に関連して、曳船・被曳船の操縦性の問題が多く研究者によって取り扱われてきた。特に、振れまわりと呼ばれる一種の自励振動の発生有無の判定とその防止法が焦点となっている。その際、振れまわり運動の精度良いシミュレーション計算用ツールが必要となる。

曳船・被曳船の運動を理論的にシミュレーションする方法として、船の操縦性の分野で用いられている手法を拡張したものが既に提案されている。その特徴は、通常の操縦運動の問題では生じない、曳航索による張力の取り扱い方法にある。振れまわりのない定常的な運動を考えるときには、被曳船の抵抗係数等を用いて索張力を類推できる。貴島・和田は、この考え方をベースに索張力の式を仮定し、風圧下における曳船・被曳船の操縦運動シミュレーションを行っている¹⁾。さらに、この方法をベースとしたシミュレーション計算例が多く発表されている²⁾³⁾⁴⁾。類似なものとして、索張力の推定に、静的なカテナリー理論を用いる方法

も提案されている⁵⁾⁶⁾。これらの方法では、索張力を準静的に取り扱うため、索の動的な影響さらには被曳船の加速度の影響が考慮されない。そのためか、被曳船の振れまわりのシミュレーション計算精度は十分とは言えないようである⁴⁾。

一方、重廣等は、被曳船の運動方程式から索の張力を誘導した新しい取り扱いを示した⁷⁾⁸⁾。この方法は曳航索を1本のトラスとみなしているものの、その仮定の下では力学的に一貫したものと考えられる。そのため、索張力の推定式は不要となる。旋回に関する曳船・被曳船系運動シミュレーションの結果は、実験結果と良い一致を示している⁸⁾。ただ、曳航索を1本のトラスとみなしているため、索の変形を取り扱うことはできない。

以上を概括し課題を整理すると、曳航索の変形とその動的な影響を考慮した被曳船の操縦運動シミュレーション計算法がないこと、シミュレーション計算精度の検証が不十分であること、が挙げられる。曳船・被曳船の運動シミュレーション計算法は、現状では、確立したとは言えないように思われる。

本論文では、索の変形を可能とする被曳船の操縦運動シミュレーション計算法について考える。定式化にあたって次の仮定を設ける。

- 曳船・被曳船ならびに索の挙動は二次元平面的な動きで表される。
- 索は有限個に分割された集中化マスのピン結合で表される。すなわち、索の曲げ、ねじり、伸びは無視できる。

索の挙動は二次元平面的なものであると仮定しているため、索の垂直方向への変形は考慮できない。しかし、索の重量や索張力の

* 広島大学大学院工学研究科

** 住友重機械マリンエンジニアリング

*** アイ・エイチ・アイ・マリンユナイテッド

垂直方向成分は、船の重量と比較して非常に小さく、被曳船への運動影響も小さいと予想される。また、二次元平面的に取り扱うことにより、大幅な演算時間の短縮が可能であるという利点も加わる。このような仮定の下、本論文では、被曳船と曳航索の運動方程式を導き、この方程式を数値的に解いて被曳船の振れまわり運動のシミュレーション計算を行う。特に、計算法の検証に力点を置き、水槽試験と同じ条件下でシミュレーション計算を行うため、曳船の運動は既知とする。

ここで提案する計算法の特徴は、索をいわゆるランプドマス法で取り扱っていることにある。ランプドマス法では、索は有限個の集中化されたマスがピンもしくははばねで結合されているとしてモデル化されており、それによって、索の変形が可能となる。藤野等は、単錨泊時の潮流による船体振れまわり運動のシミュレーション計算法において、係留索をランプドマス法で取り扱った⁹⁾。藤野等が用いたランプドマス法は、索を代表する集中化されたマスの運動を、索長一定という拘束条件(索の伸びを考慮しない場合)の下で、空間固定座標値を直接求めるものである¹⁰⁾。本論文で提案するランプドマス法は、ピン結合された集中化マスの傾斜角を未知数とした定式化を行うものであり、索の拘束条件は自動的に満足される¹¹⁾¹²⁾。このような方法で曳航索を取り扱うこととする。

この新しい計算法を用いて、バージ船を対象に振れまわり運動のシミュレーション計算を行う。計算結果は、曳航水槽で行われた実験結果と比較し、精度の確認を行う。その結果、本論文で提示した理論計算法は、振れまわり運動の予測において有益であることが示された。

2. 被曳船の運動方程式

被曳船の運動方程式を考えるに当たり、次の流れで進める。まず、索に関する運動方程式と船の操縦運動方程式を別々に求める。索と船は数式上索張力を介してつながっているため、次に、この2つの系の運動方程式から索張力を消去して新しい運動方程式を誘導する。以下にその詳細を示す。

2.1 座標系

Fig.1 に座標系を示す。空間に固定された座標系 $O - XY$ と、船に固定された座標系 $G - xy$ の2つの系を考える。図に示すように、索は N 個の集中化されたマスがピン結合されているものとし、マス間は N 個に分割された索(トラス)で連結される。さらに索は、 $N + 1$ 番目のトラスを介して、剛体として表される船体に結合される。集中化されたマスは、索の特性を代表するものとし、例えば索に作用する流体力は、この離散化されたマスに作用するものとする。

索の端点を (X_0, Y_0) 、 i 番目の集中化されたマスの座標を (X_i, Y_i) 、($i = 1, 2, \dots, N$)、空間固定座標系における船体との連結点を (X_{N+1}, Y_{N+1}) 、船の重心位置を (X_{N+2}, Y_{N+2}) とする。なお、索と船体との連結点は、船体固定座標系で (x_T, y_T) とする。また、空間固定座標系における X 軸とトラスがなす角度を θ_i ($i = 1, 2, \dots, N + 1$)、そのトラス長を l_i ($i = 1, 2, \dots, N + 1$) とする。索の連結点と船体重心位置との距離を l_{N+2} 、この2点を結ぶ線分と X 軸とのなす角度を θ_{N+2} とする。さらに、船の方角を ψ と表すそのとき、 i 番目の離散化されたマスの座標

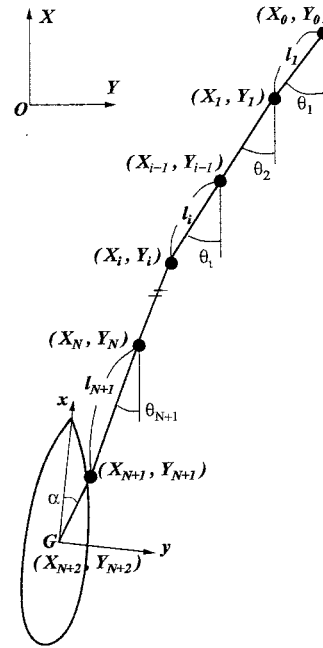


Fig. 1 Coordinate systems

(X_i, Y_i) は、 θ_i と l_i を介して次のように表される。

$$X_i = X_0 - \sum_{j=1}^i l_j \cos \theta_j \tag{1}$$

$$Y_i = Y_0 - \sum_{j=1}^i l_j \sin \theta_j \tag{2}$$

for $(i = 1, 2, \dots, N + 2)$

なお、 $\theta_{N+2} = \psi + \alpha$ であり、 $\alpha = \tan^{-1}(y_T/x_T)$ を意味する。

2.2 索の運動方程式

トラスで連結されたマスの具体的な運動方程式は、Lagrange の運動方程式から求める。それは次のように表される¹³⁾。

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial \theta_i} = Q_i \tag{3}$$

式中、 T は索の運動エネルギー、 Q_i は i 番目のマスに関する一般外力であり、 θ_i ($i = 1, 2, \dots, N + 2$) の関数として表される。 θ_i を求めることができれば、索の挙動が決まる。

索の軸方向には付加質量は作用しないとすれば、運動エネルギーは次のように表される。

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \{ m_i (\dot{X}_i^2 + \dot{Y}_i^2) \\ &\quad + m_i k_{Fi} (\dot{X}_i^2 \sin^2 \theta_i + \dot{Y}_i^2 \cos^2 \theta_i) \} \\ &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N (m_{si} \dot{X}_i^2 + m_{ci} \dot{Y}_i^2) \end{aligned} \tag{4}$$

m_i は i 番目のマスの質量、 k_{Fi} は付加質量係数である。ここで m_{si}, m_{ci} は、次を表す。

$$\begin{aligned} m_{si} &= m_i (1 + k_{Fi} \sin^2 \theta_i) \\ m_{ci} &= m_i (1 + k_{Fi} \cos^2 \theta_i) \end{aligned}$$

一般外力 Q_i の成分として、索が動くことによって流体から受ける抵抗と、索が船から受ける張力の2つがある。まず前者について考える。 i 番目のトラスに対する法線方向の速度 V_i と軸方向の速度 U_i は次のように表される。

$$V_i = -\dot{X}_i \sin \theta_i + \dot{Y}_i \cos \theta_i \quad (5)$$

$$U_i = \dot{X}_i \cos \theta_i + \dot{Y}_i \sin \theta_i \quad (6)$$

抵抗は運動とは逆方向に作用するので、法線方向の抵抗を R_{Ci} 、索の軸方向の抵抗を F_{Ci} とすれば、

$$R_{Ci} = -\frac{1}{2} \rho S_i C_{Di} |V_i| V_i \quad (7)$$

$$F_{Ci} = -\frac{1}{2} \rho S_i C_{Fi} |U_i| U_i \quad (8)$$

と表される。ここで、 C_{Di} は索の法線方向の抵抗係数、 C_{Fi} は索の軸方向の抵抗係数である。これを空間座標軸に関する成分別に表示すると、

$$R_{Xi} = -R_{Ci} \sin \theta_i, \quad R_{Yi} = R_{Ci} \cos \theta_i$$

$$F_{Xi} = F_{Ci} \cos \theta_i, \quad F_{Yi} = F_{Ci} \sin \theta_i$$

となる。

次に、第 N 点のマスに作用する船からの張力を考える。この力の大きさを P とすれば、その作用する方向は θ_{N+1} である。よって、空間座標軸に関する成分別に表示すれば次のように書ける。

$$P_X = -P \cos \theta_{N+1}, \quad P_Y = -P \sin \theta_{N+1}$$

よって一般外力は、その定義から次のように表すことができる。

$$Q_k = \sum_{i=1}^N \left\{ (R_{Xi} + F_{Xi}) \frac{\partial X_i}{\partial \theta_k} + (R_{Yi} + F_{Yi}) \frac{\partial Y_i}{\partial \theta_k} \right\} + P_X \frac{\partial X_N}{\partial \theta_k} + P_Y \frac{\partial Y_N}{\partial \theta_k} \quad (9)$$

さらに次の関係式

$$\frac{\partial X_i}{\partial \theta_k} = \begin{cases} 0 & i < k \\ \ell_k \sin \theta_k & i \geq k \end{cases} \quad (10)$$

$$\frac{\partial Y_i}{\partial \theta_k} = \begin{cases} 0 & i < k \\ -\ell_k \cos \theta_k & i \geq k \end{cases} \quad (11)$$

を考慮すると

$$Q_k = -\ell_k \sin \theta_k \sum_{i=k}^N (R_i \sin \theta_i - F_i \cos \theta_i) - \ell_k \cos \theta_k \sum_{i=k}^N (R_i \cos \theta_i + F_i \sin \theta_i) - P \ell_k \sin (\theta_k - \theta_{N+1}) \quad (12)$$

が得られる。

以上の諸式を用いると、索に関する運動方程式は、(3) 式より

$$\sum_{i=k}^N \left\{ \sum_{j=1}^i (m_{si} \sin \theta_k \sin \theta_j + m_{ci} \cos \theta_k \cos \theta_j) \ell_k \ell_j \ddot{\theta}_j \right\}$$

$$+ \ell_k \sin \theta_k \sum_{i=k}^N \left(\ddot{X}_0 + \sum_{j=1}^i \ddot{\theta}_j^2 \ell_j \cos \theta_j \right) m_{si} - \ell_k \cos \theta_k \sum_{i=k}^N \left(\ddot{Y}_0 + \sum_{j=1}^i \ddot{\theta}_j^2 \ell_j \sin \theta_j \right) m_{ci} + 2\ell_k \sum_{i=k}^N (\dot{X}_i \sin \theta_k + \dot{Y}_i \cos \theta_k) m_i k_{Fi} \dot{\theta}_i \sin \theta_i \cos \theta_i - (\dot{X}_k^2 - \dot{Y}_k^2) m_k k_{Fk} \cos \theta_k \sin \theta_k = Q_k \quad (13)$$

となる。

2.3 船の操縦運動方程式

船体固定座標系における船の操縦運動方程式は、次のように書かれる。

$$(m + m_x) \dot{u} - (m + m_y) v \dot{\psi} = F_x + F_{Tx} \quad (14)$$

$$(m + m_y) \dot{v} + (m + m_x) u \dot{\psi} = F_y + F_{Ty} \quad (15)$$

$$(I + J) \ddot{\psi} = M_z + M_{Tz} \quad (16)$$

式中、 m は船の質量、 I は慣性モーメント、 m_x, m_y は x 方向ならびに y 方向の付加質量、 J は付加慣性モーメントである。右辺の F_{Tx}, F_{Ty}, M_{Tz} は曳航されることによって索張力から受ける前後力、横力、回頭モーメントである。 F_x, F_y, M_z は索張力以外の船に作用する前後力、横力、回頭モーメントである。また、 u, v は船体固定系での速度成分であり、空間固定系との関係は次の通りである。

$$u = \dot{X}_{N+2} \cos \psi + \dot{Y}_{N+2} \sin \psi \quad (17)$$

$$v = -\dot{X}_{N+2} \sin \psi + \dot{Y}_{N+2} \cos \psi \quad (18)$$

索系と船体とを結ぶ張力を T_V とすれば

$$F_{Tx} = T_V \cos \gamma \quad (19)$$

$$F_{Ty} = T_V \sin \gamma \quad (20)$$

$$M_{Tz} = T_V r_T \quad (21)$$

と表される。ここで、 $\gamma \equiv \theta_{N+1} - \psi$ 、 $r_T \equiv x_T \sin \gamma - y_T \cos \gamma$ としている。 γ は船体固定座標系 x 軸に対する $N+1$ 番目の索の傾斜を表す。さらに、

$$M_x = m + m_x, \quad M_y = m + m_y$$

$$\hat{F}_x = F_x + M_y v \dot{\psi}, \quad \hat{F}_y = F_y - M_x u \dot{\psi}$$

とにおいて、運動方程式 (14)(15) を書き換え、 T_V を消去すると、

$$M_x \dot{u} \sin \gamma - M_y \dot{v} \cos \gamma = \hat{F}_x \sin \gamma - \hat{F}_y \cos \gamma \quad (22)$$

が得られる。また、同様な手順で T_V を陽に表すと

$$T_V = M_x \dot{u} \cos \gamma + M_y \dot{v} \sin \gamma - \hat{F}_x \cos \gamma - \hat{F}_y \sin \gamma \quad (23)$$

となる。

(22) 式において、(17)(18) 式を用いて、 \dot{u}, \dot{v} を消去すると次式が得られる。

$$\begin{aligned} & \ddot{X}_{N+2} (M_x \sin \gamma \cos \psi + M_y \cos \gamma \sin \psi) \\ & + \ddot{Y}_{N+2} (M_x \sin \gamma \sin \psi - M_y \cos \gamma \cos \psi) \\ & = \hat{F}_x \sin \gamma - \hat{F}_y \cos \gamma - M_x \dot{\psi} v \sin \gamma - M_y \dot{\psi} u \cos \gamma \end{aligned} \quad (24)$$

これを

$$\ddot{X}_{N+2}M_{x1} + \ddot{Y}_{N+2}M_{y1} = -F_1 - F_2$$

ただし

$$\begin{aligned} M_{x1} &= M_x \sin \gamma \cos \psi + M_y \cos \gamma \sin \psi \\ M_{y1} &= M_x \sin \gamma \sin \psi - M_y \cos \gamma \cos \psi \\ F_1 &= -\hat{F}_x \sin \gamma + \hat{F}_y \cos \gamma \\ F_2 &= M_x \dot{\psi} \sin \gamma + M_y \dot{\psi} \cos \gamma \end{aligned}$$

のように書き、(1)(2)式を用いて X_{N+2}, Y_{N+2} を消去すれば、

$$\begin{aligned} & - \sum_{j=1}^{N+2} \ell_j (M_{x1} \sin \theta_j - M_{y1} \cos \theta_j) \ddot{\theta}_j \\ &= \sum_{j=1}^{N+2} \ell_j (M_{x1} \cos \theta_j + M_{y1} \sin \theta_j) \dot{\theta}_j^2 \\ &+ F_1 + F_2 + M_{x1} \ddot{X}_0 + M_{y1} \ddot{Y}_0 \end{aligned} \quad (25)$$

が得られる。これは、解くべき運動方程式のうちの一つである。

さらに(16)式において、 $I_z = I + J$ とおき、書き換えると、

$$\begin{aligned} I_z \ddot{\psi} - r_T (M_x \dot{u} \cos \gamma + M_y \dot{v} \sin \gamma) \\ = -r_T (\hat{F}_x \cos \gamma + \hat{F}_y \sin \gamma) + M_z \end{aligned} \quad (26)$$

が得られる。この式において、(17)(18)式を用いて、 \dot{u}, \dot{v} を消去すると次式が得られる。

$$\begin{aligned} I_z \ddot{\psi} - \ddot{X}_{N+2} r_T (M_x \cos \gamma \cos \psi - M_y \sin \gamma \sin \psi) \\ - \ddot{Y}_{N+2} r_T (M_x \cos \gamma \sin \psi + M_y \sin \gamma \cos \psi) \\ = -r_T (\hat{F}_x \cos \gamma + \hat{F}_y \sin \gamma) + M_z \\ + r_T (M_x v \cos \gamma - M_y u \sin \gamma) \dot{\psi} \end{aligned}$$

これを

$$I_z \ddot{\psi} - \ddot{X}_{N+2} I_{x1} - \ddot{Y}_{N+2} I_{y1} = M_1 + M_2$$

ただし

$$\begin{aligned} I_{x1} &= r_T (M_x \cos \gamma \cos \psi - M_y \sin \gamma \sin \psi) \\ I_{y1} &= r_T (M_x \cos \gamma \sin \psi + M_y \sin \gamma \cos \psi) \\ M_1 &= -r_T (\hat{F}_x \cos \gamma + \hat{F}_y \sin \gamma) + M_z \\ M_2 &= r_T (M_x v \cos \gamma - M_y u \sin \gamma) \dot{\psi} \end{aligned}$$

のように書き、整理すると、

$$\begin{aligned} I_z \ddot{\theta}_{N+2} + \sum_{j=1}^{N+2} \ell_j (I_{y1} \cos \theta_j - I_{x1} \sin \theta_j) \ddot{\theta}_j \\ = \sum_{j=1}^{N+2} \ell_j (I_{y1} \sin \theta_j + I_{x1} \cos \theta_j) \dot{\theta}_j^2 \\ + M_1 + M_2 + I_{x1} \ddot{X}_0 + I_{y1} \ddot{Y}_0 \end{aligned} \quad (27)$$

となる。これもまた、解くべき運動方程式のうちの一つである。

次に、(14)(15)(16)式における船に作用する力とモーメント (F_x, F_y, M_z) について考える。被曳船はプロペラ、舵等はなく、自力航行は不能であるとする、 F_x, F_y, M_z は次式で表される。

$$\left. \begin{aligned} F_x &= X_H - R_0 u^2 \\ F_y &= Y_H \\ M_z &= N_H - x_G Y_H \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

式中、 R_0 は直進時の船体抵抗、 X_H は斜航、旋回時の船体に作用する前後方向の流体力特性変化、 Y_H, N_H は斜航、旋回時の船体に作用する横力とミドシップ周りの回頭モーメントである。 x_G は船体重心位置の船体長さ方向の座標値である。 X_H, Y_H, N_H は次のように表す。

$$\left. \begin{aligned} X_H &= (1/2) \rho L d U^2 X'_H(\beta_m, r') \\ Y_H &= (1/2) \rho L d U^2 Y'_H(\beta_m, r') \\ N_H &= (1/2) \rho L^2 d U^2 N'_H(\beta_m, r') \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

なお、 ρ, L, d, U はそれぞれ水の密度、船の長さ、船の喫水、船速である。 U は合速度であり、 $U = \sqrt{u^2 + v^2}$ と定義される。 r は船の回頭角速度であり、 $r \equiv d\psi/dt$ と定義される。式中、 X'_H, Y'_H, N'_H が流体力係数に相当する。この流体力係数は、船のミドシップ位置における斜航角 β_m と無次元回頭角速度 $r' (\equiv rL/U)$ の関数として表示する。 X'_H は β_m と r' に関する2次形式で、 Y'_H, N'_H は β_m と r' に関する1次+3次形式の表示式を用いて次のように表す。

$$X'_H(\beta_m, r') = X'_{\beta\beta} \beta_m^2 + X'_{\beta r} \beta_m r' + X'_{rr} r'^2 \quad (30)$$

$$\begin{aligned} Y'_H(\beta_m, r') &= Y'_{\beta} \beta_m + Y'_r r' + Y'_{\beta\beta} \beta_m^3 + Y'_{\beta r} \beta_m^2 r' \\ &+ Y'_{\beta r r} \beta_m r'^2 + Y'_{r r r} r'^3 \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} N'_H(\beta_m, r') &= N'_{\beta} \beta_m + N'_r r' + N'_{\beta\beta} \beta_m^3 + N'_{\beta r} \beta_m^2 r' \\ &+ N'_{\beta r r} \beta_m r'^2 + N'_{r r r} r'^3 \end{aligned} \quad (32)$$

$X'_{\beta\beta}, Y'_{\beta}, Y'_r$ 等は、操縦流体力微係数と呼ばれる。

2.4 索の運動方程式の最終形

(13)式で表される索に関する N 個の運動方程式と、船に関する運動方程式(25)(27)式の合計 $N+2$ 個の運動方程式を求めた。未知数は $N+2$ 個の θ_i であり、運動方程式の数と未知数の数は一致している。しかし、索の運動方程式(13)式の右辺項 Q_k の中には P という未知数が含まれている。索による張力は、索側と船側で作用反作用の関係があるので、当然 $P = T_V$ でなくてはならない。これを船の運動方程式から導いた T_V の表示式を用いて消去し、索の運動方程式の最終形を導出する。

まず、 T_V の式(23)式に(17)(18)式を代入して \dot{u}, \dot{v} を消去する。

$$\begin{aligned} T_V &= \ddot{X}_{N+2} (M_x \cos \gamma \cos \psi - M_y \sin \gamma \sin \psi) \\ &+ \ddot{Y}_{N+2} (M_x \cos \gamma \sin \psi + M_y \sin \gamma \cos \psi) \\ &+ (M_x v \cos \gamma - M_y u \sin \gamma) \dot{\psi} \\ &- \hat{F}_x \cos \gamma - \hat{F}_y \sin \gamma \end{aligned}$$

これを、

$$T_V = \ddot{X}_{N+2} M_{x2} + \ddot{Y}_{N+2} M_{y2} - T_{V2} - T_{V1}$$

ただし,

$$\begin{aligned} M_{x2} &= M_x \cos \gamma \cos \psi - M_y \sin \gamma \sin \psi \\ M_{y2} &= M_x \cos \gamma \sin \psi + M_y \sin \gamma \cos \psi \\ T_{V1} &= \hat{F}_x \cos \gamma + \hat{F}_y \sin \gamma \\ T_{V2} &= (-M_x v \cos \gamma + M_y u \sin \gamma) \dot{\psi} \end{aligned}$$

と書くことにして, 整理すれば,

$$\begin{aligned} T_V &= \sum_{j=1}^{N+2} \ell_j (M_{x2} \sin \theta_j - M_{y2} \cos \theta_j) \ddot{\theta}_j \\ &\quad + \sum_{j=1}^{N+2} \ell_j (M_{x2} \cos \theta_j + M_{y2} \sin \theta_j) \dot{\theta}_j^2 \\ &\quad + M_{x2} \ddot{X}_0 + M_{y2} \ddot{Y}_0 - T_{V1} - T_{V2} \end{aligned} \quad (33)$$

が得られる。

$P = T_V$ に注意して, これを (12) 式に代入すると次式が得られる。

$$\begin{aligned} Q_k &= Q_{0k} - \ell_k \sin(\theta_k - \theta_{N+1}) \\ &\quad \times \left\{ \sum_{j=1}^{N+2} \ell_j (M_{x2} \sin \theta_j - M_{y2} \cos \theta_j) \ddot{\theta}_j + T_{V3} \right\} \end{aligned}$$

ただし,

$$\begin{aligned} Q_{0k} &= -\ell_k \sin \theta_k \sum_{i=k}^N (R_{Ci} \sin \theta_i - F_{Ci} \cos \theta_i) \\ &\quad - \ell_k \cos \theta_k \sum_{i=k}^N (R_{Ci} \cos \theta_i + F_{Ci} \sin \theta_i) \\ T_{V3} &= \sum_{j=1}^{N+2} \ell_j (M_{x2} \cos \theta_j + M_{y2} \sin \theta_j) \dot{\theta}_j^2 \\ &\quad + M_{x2} \ddot{X}_0 + M_{y2} \ddot{Y}_0 - T_{V1} - T_{V2} \end{aligned}$$

従って, 索の運動方程式 (13) は,

$$\begin{aligned} \sum_{i=k}^N \left\{ \sum_{j=1}^i (m_{si} \sin \theta_k \sin \theta_j + m_{ci} \cos \theta_k \cos \theta_j) \ell_k \ell_j \ddot{\theta}_j \right\} \\ + \ell_k \sin(\theta_k - \theta_{N+1}) \sum_{j=1}^{N+2} \ell_j (M_{x2} \sin \theta_j - M_{y2} \cos \theta_j) \ddot{\theta}_j \\ = Q_{0k} - Q_{1k} - \ell_k T_{V3} \sin(\theta_k - \theta_{N+1}) \end{aligned} \quad (34)$$

となる。ただし,

$$\begin{aligned} Q_{1k} &= \ell_k \sin \theta_k \sum_{i=k}^N \left(\ddot{X}_0 + \sum_{j=1}^i \dot{\theta}_j^2 \ell_j \cos \theta_j \right) m_{si} \\ &\quad - \ell_k \cos \theta_k \sum_{i=k}^N \left(\ddot{Y}_0 + \sum_{j=1}^i \dot{\theta}_j^2 \ell_j \sin \theta_j \right) m_{ci} \\ &\quad + 2\ell_k \sum_{i=k}^N (\dot{X}_i \sin \theta_k + \dot{Y}_i \cos \theta_k) m_i k_{Fi} \dot{\theta}_i \sin \theta_i \cos \theta_i \\ &\quad - (\dot{X}_k^2 - \dot{Y}_k^2) m_k k_{Fk} \cos \theta_k \sin \theta_k \end{aligned} \quad (35)$$

2.5 曳船部での索張力

曳船部すなわち (X_0, Y_0) 位置における X, Y 方向の張力 (T_X, T_Y) は次のように表される。

$$T_X = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{X}_0} \right) - Q_{X0} \quad (36)$$

$$T_Y = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{Y}_0} \right) - Q_{Y0} \quad (37)$$

ここで,

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{X}_0} \right) &= \sum_{i=1}^N [m_i \ddot{X}_i (1 + k_{Fi} \sin^2 \theta_i) \\ &\quad + 2m_i \dot{X}_i k_{Fi} \sin \theta_i \cos \theta_i \dot{\theta}_i] \end{aligned} \quad (38)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{Y}_0} \right) &= \sum_{i=1}^N [m_i \ddot{Y}_i (1 + k_{Fi} \cos^2 \theta_i) \\ &\quad - 2m_i \dot{Y}_i k_{Fi} \sin \theta_i \cos \theta_i \dot{\theta}_i] \end{aligned} \quad (39)$$

また

$$Q_{X0} = \sum_{i=1}^N (-R_i \sin \theta_i + F_i \cos \theta_i) - P \cos \theta_{N+1} \quad (40)$$

$$Q_{Y0} = \sum_{i=1}^N (R_i \cos \theta_i + F_i \sin \theta_i) - P \sin \theta_{N+1} \quad (41)$$

前述と同様に P を消去すると, 次式が得られる。

$$\begin{aligned} T_X &= \sum_{i=1}^N \left[m_{si} \sum_{j=1}^i \ell_j (\sin \theta_j \ddot{\theta}_j + \cos \theta_j \dot{\theta}_j^2) \right. \\ &\quad + m_{si} \ddot{X}_0 + 2m_i \dot{X}_i k_{Fi} \sin \theta_i \cos \theta_i \dot{\theta}_i \\ &\quad \left. + R_i \sin \theta_i - F_i \cos \theta_i \right] \\ &\quad + \left\{ \sum_{j=1}^{N+2} \ell_j (M_{x2} \sin \theta_j - M_{y2} \cos \theta_j) \ddot{\theta}_j + T_{V3} \right\} \cos \theta_{N+1} \end{aligned} \quad (42)$$

$$\begin{aligned} T_Y &= -\sum_{i=1}^N \left[m_{ci} \sum_{j=1}^i \ell_j (\cos \theta_j \ddot{\theta}_j + \sin \theta_j \dot{\theta}_j^2) \right. \\ &\quad + m_{ci} \ddot{Y}_0 - 2m_i \dot{Y}_i k_{Fi} \sin \theta_i \cos \theta_i \dot{\theta}_i \\ &\quad \left. + R_i \cos \theta_i + F_i \sin \theta_i \right] \\ &\quad + \left\{ \sum_{j=1}^{N+2} \ell_j (M_{x2} \sin \theta_j - M_{y2} \cos \theta_j) \ddot{\theta}_j + T_{V3} \right\} \sin \theta_{N+1} \end{aligned} \quad (43)$$

3. 水槽試験の概要

シミュレーション計算において必要な被曳船の船体に作用する操縦流体力特性ならびにシミュレーション計算法を検証するために使用する被曳船の振れまわり運動や索張力の水槽試験を行った。なお, 被曳船の振れまわり運動や索張力の水槽試験を行った例として, 原等の研究¹⁴⁾¹⁵⁾があることを付記しておく。試験は広島大学工学部船型試験水槽にて実施された。

3.1 対象船

本論文では、Table 1に主要目をに示すバージ船("1B"と呼ぶ)ならびに1Bを2つ横に並べた船("2B"と呼ぶ)の2つを対象とした。実船と模型船の縮尺比は1/50である。Fig.2に1Bのボディプランを示す。1Bは米国で使用されるプッシャー・マルチバージ用のユニットバージとして設計されたものである。そのため、バージとしては、 L/B が大きなものとなっている。一方、2Bは我が国で広く使用されているバージに近い要目比となっている。また、振れまわり運動に及ぼす船尾スケグの影響を把握するため、2Bを対象にスケグを装着した場合としない場合の試験を行った。スケグは、2Bの最後端の側方に左右2枚取り付け付けた。Fig.3にスケグを装着したバージの後方ならびに側方図を示す。

Table 1 Principal dimensions of 1B

	Fullscale	Model
Ship length L (m)	60.96	1.219
Breadth B (m)	10.67	0.213
draft d (m)	2.74	0.0548
Volume(m^3)	1646.2	0.01317
lcb from AE(m)	29.44	0.5888
Block coeff. C_b	0.924	0.924

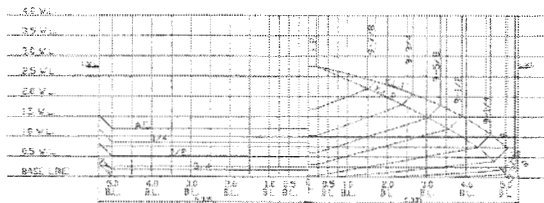


Fig. 2 Body plan of 1B

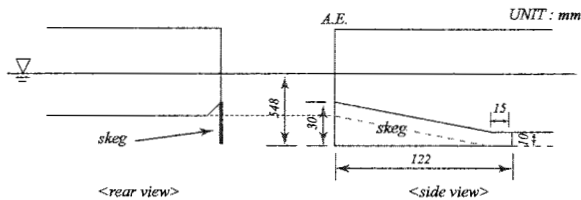


Fig. 3 Skeg arrangement

3.2 拘束模型試験の概要

シミュレーション計算に必要な被曳船の操縦流体力特性を把握するため、拘束模型試験を実施した。計測にあたり、船体沈下やトリム変化と横傾斜(ヒール)は固定とした。模型船の船速 U は 0.509m/s (実船で 7kn 相当)と設定し、斜航試験と Circular Motion Test(CMT)を実施した。得られた計測結果から、最小自乗法を用いて操縦流体力微係数を求めた。Table 2に得られた抵抗係数、操縦流体力微係数、さらに付加質量係数と針路安定性指数を示す。表中の C は次式で定義される針路安定性指数である。

$$C = \frac{N'_r}{Y'_r - m'_x - m'_y} - \frac{N'_\beta}{Y'_\beta} \quad (44)$$

スケグを取り付けることによって C が増加しており、針路安定の方向に変化したことが分かる。付加質量係数 (m'_x, m'_y, J') は、剛壁自由表面条件の下、特異点分布法で求めた計算値である。ただし、スケグの装着によって、それらは変化しないとした。なお、これら流体力係数は船の操縦性の分野で通常用いられる L, d, U をベースに無次元化している。

Table 2 Resistance coefficient, hydrodynamic derivatives on maneuvering, added mass coefficients and course stability index

symbol	1B w/o skegs	2B w/o skegs	2B with skegs
R'_0	0.0579	0.0982	0.0988
$X'_{\beta\beta}$	-0.0006	-0.0188	-0.1152
$X'_{\beta r} - m'_y$	-0.2601	-0.2265	-0.3266
X'_{rr}	0.0726	-0.0272	-0.1311
Y'_β	0.4452	0.4027	0.3973
$Y'_r - m'_x$	0.0043	0.0177	0.0764
$Y'_{\beta\beta\beta}$	0.2133	0.2159	0.7265
$Y'_{\beta\beta r}$	0.3328	0.4840	0.3263
$Y'_{\beta rr}$	0.0	-0.4950	0.2424
Y'_{rrr}	0.0	-0.8469	-0.4167
N'_β	0.1122	0.1160	0.0691
N'_r	-0.0342	-0.0237	-0.0542
$N'_{\beta\beta\beta}$	-0.0460	-0.0458	0.0067
$N'_{\beta\beta r}$	-0.1039	-0.0578	-0.2486
$N'_{\beta rr}$	0.0	-0.2099	-0.0360
N'_{rrr}	0.0	-0.0982	0.0000
m'_x	0.0145	0.0391	0.0391
m'_y	0.1948	0.2180	0.2180
J'	0.0116	0.0124	0.0124
C	-0.145	-0.251	-0.079

3.3 振れまわり運動計測の概要

シミュレーション計算の精度確認のため、模型船 1B, 2B を用いて、振れまわり運動の計測を行った。水槽試験では、被曳船の方位角と回頭角速度ならびに索張力を計測した。方位角、回頭角速度は模型船に載せた方位ジャイロで計測した。そのとき、模型船 1B と 2B の慣動半径はそれぞれ $0.327L, 0.252L$ であった。索張力は水槽曳引車に設置した抵抗動力計を用いて、索の曳航部における進行方向の張力成分、すなわち(36)式で表される T_x を計測した。索の模型として、直径 1.5mm 、単位長さ当たりの重量 9.0gf/m のワイヤーを使用した。

実験のパラメータとして、曳航速度、索長、スケグの有無、ブライドルの有無を選んだ。スケグの影響、ブライドルの影響については、模型船 2B を用いて水槽試験を行った。索長 l は 3 種類 ($1L, 2L, 3L$) 変化させた。なお、ここで言う索長にはブライドル部を含むものとする。曳航速度 U は 3 種類 ($0.364, 0.509, 0.655\text{m/s}$) 変化させた。3 種の実船で $5, 7, 9\text{kn}$ に相当する。スケグの詳細については、先述の通りであり、スケグを設けた場合には、ブライドル曳航の試験は実施せず、いわゆる一点曳航のみの試験とした。そのとき、索の取り付け位置は、船体中心線上の F.P. 位置とした。ブライドル曳航の試験では、曳航点と被曳船部での索連結点との距離を $l = 1L$ 一定とし、ブライドル部の長さ (l_b) を $0.25l, 0.5l, 0.75l, 1.0l$ と変化させた。Fig.4 に、2B におけるブライドル部の長さ l_b 、索長 l の定義を示している。 $l_b = 1.0l$ というのは、索全てがブライドルとなっている

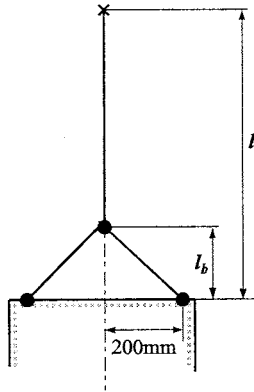


Fig. 4 Bridle for 2B

ことを意味する。ブライドル部の半幅は 200mm とした。

4. 計算結果と考察

運動方程式の数値解法には Newmark's β 法を用いた。被曳船の振れまわり運動のシミュレーション計算は、模型船ベースに行うこととした。計算に必要な供試船の流体力係数として、Table 2に示した値を用いた。また、索に関する流体力係数として、 $C_D = 1.0$, $C_F = 0.01$, $k_F = 1.0$ の値を用いた。索は常に水中に没していると仮定した。

4.1 索分割数の影響

索分割数が計算結果に及ぼす影響を把握しておく。一点係留時の 1B スケグ無し模型船を対象に、索分割数を 10, 20, 30 さらに索長を 1L から 5L まで変更して数値計算を行った。曳航速度は 0.509m/s とした。結論を言えば、索分割数を 20 とすれば十分であることが分かった。計算結果の一例として、索長 3L の場合の索先端部における張力の結果を Fig.5に示す。索張力において、0 に近い状態から衝撃的なピークまでが現れているが、3つの索分割数の計算結果にほとんど差の無いことが分かる。以降の計算では、索分割数 20 を採用した。

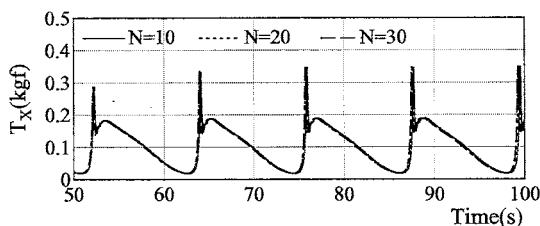


Fig. 5 Influence of division number of the cable for 1B ($U = 0.509\text{m/s}$, $l/L = 3$)

4.2 一点曳航時の振れまわり運動

まず、スケグ無し、一点曳航時のシミュレーション計算結果と水槽試験結果の比較を行う。Figs.6, 7に、 $l/L = 1$, $U = 0.509\text{m/s}$ における 1B と 2B を対象とした振れまわり運動時の方位角 (ψ), 回頭角速度 (r), 索張力 (T_x) の時刻歴変化を示す。

1B における方位角と回頭角速度の計算波形は、水槽試験におけるそれらとおおよそ一致している。しかし、振れまわりの周期に差異が見られる。索張力の計算結果は、索がたるんで張力が 0

に近づきその後衝撃的な力が発生する傾向を捉えている。しかしながら、計算における索張力のピーク値が実験値に比べて過大である。これは、索の伸びを考慮していないという本計算法の不備から来ると考えられる。しかしながら、この衝撃的な張力は瞬時であるため、これによる方位角や回頭角速度の大きな運動変化は見られない。索張力に現れる瞬時の衝撃力は、被曳船の振れまわり運動の予測に大きな影響を及ぼさないようである。

2B における方位角と回頭角速度の計算波形もまた水槽試験におけるそれらとおおよそ一致している。1B では振れまわり周期に差異が見られたが、2B では振れまわり周期においても良い一致を示している。索張力の計算結果は、そのピーク値やピークが現れる周期において、水槽試験結果と一致しており、加えて張力の波形もおおよそその一致を示している。ただ、水槽試験では索張力がほとんど 0 になり、索がたるむ寸前であるのに対し、計算結果ではそこまで達していない。

得られた時刻歴結果から、振れまわり運動の円周波数 (ω), 最大方位角 (ψ_{max}), 最大回頭角速度 (r_{max}) を求め、それらを曳航索の長さ (l) ベースに図示したものが Fig.8である。なお、2B においては、湯川等の方法⁴⁾によって計算した値も図示している (図中, "yukawa" と記載)。湯川等の方法では、被曳船の抵抗係数等を用いて索張力を仮定する方法を採用している。 ω と r_{max} は次式に従って無次元化した。

$$\omega' = \frac{\omega l}{U}, \quad r'_{max} = \frac{r_{max} l}{U}$$

シミュレーション計算によって得られるこれらの値は、理論上、曳航速度 U や船長 L に関わらず一定となる。水槽試験によって得られた振れまわりの無次元周波数, 最大方位角, 無次元最大回頭角速度は U と無関係のようであり、理論を裏付けるものとなっている。なお、振れまわりの無次元周波数が U に関わらず一定となることは、原等の結果¹⁵⁾とも合致している。

1B の振れまわりの周波数の計算結果は、水槽試験結果よりも大きめであるが、2B のそれは良い一致を示している。最大方位角と最大回頭角速度の計算結果は、水槽試験結果よりもやや大きめであるが、湯川等の方法による計算結果よりも一致度は良好である。湯川等の方法による計算結果は、最大方位角, 最大回頭角速度, 振れまわり周波数において、全般的に大きめであり、水槽試験結果との一致度が劣る。

4.3 船尾スケグの効果

振れまわり運動を抑えるためには、船尾部にスケグを装備することが有効であることが知られている¹⁶⁾¹⁷⁾。次に、2B を対象にして船尾スケグの効果について調査してみる。シミュレーション計算では、スケグの影響は、Table 2に示した微係数の変化として考慮される。

Fig.9に、 $l/L = 1$, $U = 0.509\text{m/s}$ における振れまわり運動時の方位角 (ψ), 回頭角速度 (r), 索張力 (T_x) の時刻歴変化を示す。計算結果は水槽試験結果と良い一致を示している。Fig.6と比較すると、振れまわり運動が小さくなり、張力の変動がほとんどなくなっていることが分かる。しかし、振れまわり運動は完全にはなくなっておらず、今回計画したスケグは、少し小さすぎたものと考えられる。

重廣によると、被曳船の振れまわりの安定性を判別する式の 1

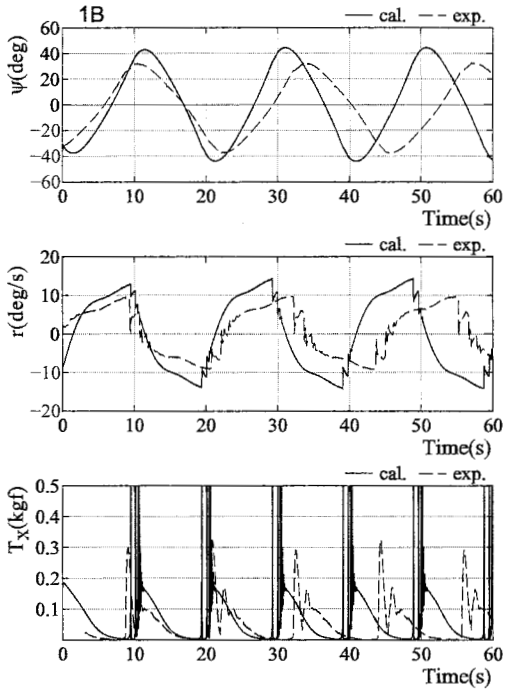


Fig. 6 Comparison of time histories of heading angle, yaw rate and cable tension for 1B ($\ell/L = 1, U = 0.509\text{m/s}$)

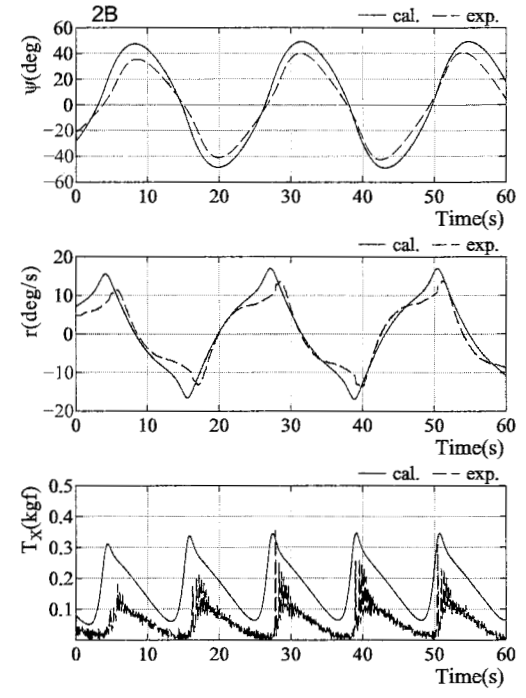


Fig. 7 Comparison of time histories of heading angle, yaw rate and cable tension for 2B ($\ell/L = 1, U = 0.509\text{m/s}$)

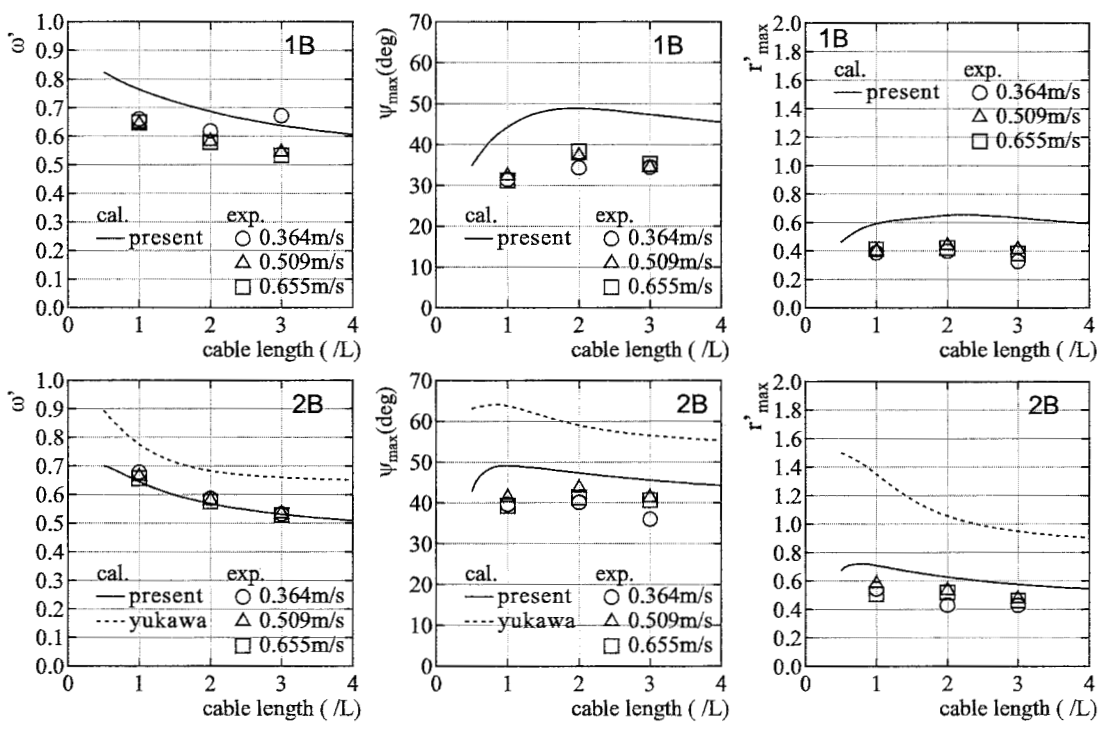


Fig. 8 Comparison of slewing frequency, maximum heading angle and maximum yaw rate

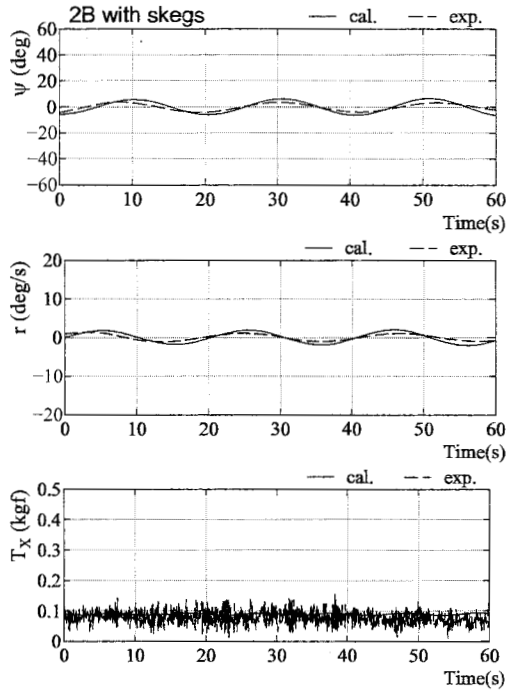


Fig. 9 Comparison of time histories of slewing motion for 2B with skegs ($\ell/L = 1, U = 0.509\text{m/s}$)

つは次式で表される⁸⁾。

$$C_{tow} = \ell' \left(\frac{N'_r}{Y'_r - m'_x - m'_y} - \frac{N'_\beta}{Y'_\beta} \right) + R'_0 \frac{x'_T(\ell' + x'_T)(m' + m'_y) + I' + J'}{Y'_\beta(m' + m'_x - Y'_r)} \quad (45)$$

C_{tow} が正の時に理論上振れまわりは発生しなくなる。この式を用いてスケグの効果の説明する。スケグを装着すると船自身の針路安定性が改善され、(45)式右辺第1項が大きくなり、その結果 C_{tow} もまた大きくなる。振れまわり運動は、船自身の針路安定性が重要であることが分かる。加えて、(45)式右辺第2項から、船の抵抗係数 R'_0 が大きいほど安定であることが分かる。スケグの装着により、わずかながら抵抗係数が増加しており、これも振れまわり運動の安定に寄与している。

4.4 ブライドルの効果

2B を対象として、振れまわり防止のためのブライドルの効果調べた。ブライドル部を含めた索長 ℓ を $1L$ に固定し (Fig.4 参照)、ブライドル部長さ ℓ_b を種々変更させたシミュレーション計算を行った。 ℓ_b が大きいほど、ブライドル部が大きくなる。シミュレーション計算では、被曳船における索との連結点 $(x_T, 0)$ を前方に移動させるといった簡便な方法で、ブライドルの効果模擬することとした。

時刻歴計算結果から、振れまわり運動の最大方位 (ψ_{max})、最大回頭角速度 (r_{max})、最大張力 (T_{max}) を求めて、水槽試験結果と比較したのが Fig.10 である。図中、 T_{max} は次式で無次元表示される。

$$T_{max}' = \frac{T_{max}}{(1/2)\rho L d U^2}$$

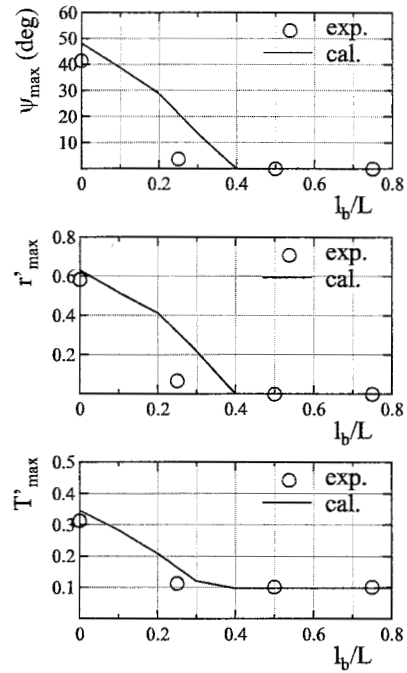


Fig. 10 Effect of length of the bridle part on the maximum heading angle, maximum yaw rate and maximum tension for 2B ($\ell/L = 1, U = 0.509\text{m/s}$)

なお、 $\ell_b = 0$ はブライドルのない一点曳航を、 $\ell_b = 1L$ は曳航索が全てブライドルになっていることを意味する。 ℓ_b が大きくなると、被曳船の運動は小さくなり、水槽試験では $\ell_b = 0.3L$ 付近で、シミュレーション計算では $\ell_b = 0.4L$ 付近で、振れまわり運動は発生しなくなる。シミュレーション計算は、ブライドルの効果は低めに見積もっているが、これは、ブライドルの影響を、被曳船における曳航点の違いとして簡易に取り扱っているためと考えられる。しかしながら、このような簡便な取り扱いでも、おおよその予測は可能であることが分かる。

次に、(45)式を用いてブライドルの効果について考える。 x'_T が大きくなり、索の連結点が前方に移動すると針路安定側へ変化する。また、(45)式中、 ℓ' はブライドル部を含まない索長である点に注意すると、今回のシミュレーション計算のように、ブライドルを含めた索長を一定としたままブライドル部を長くすると、結果的に ℓ' は小さくなる。本船のようなスケグのない針路不安定船において、(45)式右辺第1項は負であるので、 ℓ' は小さいほど針路安定側へ変化することとなる。本船におけるブライドルの効果は、連結点が前方に移動したことに加え、 ℓ' が短くなったものによると考えられる。

5. 結 言

曳船・被曳船ならびに索の挙動は水面上の二次元平面的な動きで表されるとの仮定の下、索をランブドマス法で取り扱った場合の曳航索と被曳船の運動方程式を導いた。この方程式を数値的に解き、被曳船の振れまわり運動をシミュレートする新しい計算方法を提案した。本計算法は、索張力の推定式を使用する必要がなく、索の変形や動的運動影響を考慮できる点が特徴である。本計算法により、曳航バージを対象とした振れまわり運動の計算を行

い、水槽試験結果と比較した。その結果、索張力のピーク値を除き、計算結果は水槽試験結果と良好一致を示し、船尾スケグやブライドルの効果を実用上の精度で予測できることが分かった。本理論計算法は、従来法よりも精度的に優れており、被曳船の振れまわり運動シミュレーションツールとして有効であることが分かった。

なお本計算法では、曳船の運動を既知として取り扱っており、今後は曳船の操縦運動との連成を考慮する必要がある。また、今後一層の精度向上を図るためには、索の鉛直方向の変形を考慮する必要があると考えられる。引き続き検討を行う。

謝 辞

本研究の実施に当たり、広島大学大学院工学研究科教授小瀬邦治先生から貴重な御助言を賜った。心よりお礼申し上げます。本論文中における水槽試験は、稲岡真和君による平成17年度広島大学卒業研究の一環として実施されたものである。ここに記して感謝の意とする。

参 考 文 献

- 1) 貴島勝郎, 和田洋二郎: 風圧下における被曳船の針路安定性, 日本造船学会論文集 第153号 (1983), pp.117-126.
- 2) 貴島勝郎, 前川和義, 田中浩一郎: 浅水域における曳船・被曳船系の針路安定性, 西部造船会々報 第84号 (1992), pp.85-95.
- 3) 貴島勝郎, 古川芳孝, 岸本 隆: 損傷船舶の曳航に関する研究, 日本造船学会論文集 第188号 (2000), pp.191-199.
- 4) 湯川和浩, 星野邦弘, 原 正一, 山川賢次: 転覆した船に働く流体力とその曳航法に関する研究, 日本造船学会論文集 第186号 (1999), pp.145-156.
- 5) 岸本 隆, 貴島勝郎: 損傷船舶の曳航に関する研究 (第2報), 日本造船学会論文集 第191号 (2002), pp.77-85.
- 6) 湯川和浩, 星野邦弘, 原 正一, 山川賢次: 荒天下における折損タンカーの曳航について, 日本造船学会論文集 第191号 (2002), pp.87-96.
- 7) 重廣律男, 上田耕平, 有井俊彦, 中山 博: 風圧下での高速曳航いけすの針路安定性能, 関西造船協会誌 第228号 (1997), pp.167-174.
- 8) 重廣律男: 曳航・被曳航船系の操縦運動モデル, 関西造船協会誌 第230号 (1998), pp.153-164.
- 9) 藤野正隆, 牧 岳彦: 単錨泊時の潮流による船体振れまわり運動の実用的計算法, 日本造船学会論文集 第154号 (1983), pp.295-304.
- 10) 中嶋俊夫, 元良誠三, 藤野正隆: 係留浮体の運動を考慮した係留ラインの動的挙動について, 日本造船学会論文集 第150号 (1981), pp.266-277.
- 11) Yasukawa, H., Ikegami, K. and Minami, T.: Simulation Study on Motions of a Towed Collector for a Manganese Nodule Mining System, Proc. ISOPE-Ocean Mining Symposium, Tsukuba (1995), pp.61-67.
- 12) Yasukawa, H., Ikegami, K. and Minami, T.: Motion Analysis of a Towed Collector for Manganese Nodule Mining in Ocean Test, Proc. 9th International Society of Offshore and Polar Engineers (ISOPE), Vol.I, Brest (1999), pp.100-107.
- 13) 守屋富次郎, 鷲津久一郎: 改訂版 力学概論, 培風館 (1968).
- 14) 原 正一, 山川賢次, 星野邦弘: 曳航時の索張力に関する研究 —第1報: 平水中における挙動—, 関西造船協会誌 第219号 (1993), pp.103-110.
- 15) 原 正一, 山川賢次, 星野邦弘, 湯川和浩: 損傷船舶の曳航に関する研究, 関西造船協会誌 第233号 (2000), pp.71-78.
- 16) 井上正祐, 貴島勝郎, 村上正義, 坂田公男, 林 承治: 被曳船・バージ船型の針路安定性に関する一考察, 西部造船会々報 第50号 (1975), pp.65-74.
- 17) 竹川正夫, 永松秀一, 元良誠三: 曳航 Barge の保針性能について, 日本造船学会論文集 第137号 (1975), pp.186-195.