

文章编号:1001-9081(2006)08-1848-03

基于简化 Mumford-Shah 模型的水平集图像分割算法

王 怡,周明全,耿国华

(西北大学 信息科学与技术学院,陕西 西安 710069)

(wy@nwu.edu.cn)

摘 要:为解决传统图像分割方法受噪声和边界轮廓影响而使分割效果不佳问题,基于简化的 Mumford-Shah 模型的水平集图像分割算法通过将曲线嵌入水平集函数,利用函数的求解以达到曲线演化和图像分割的目的。试验表明此分割算法与初始轮廓线位置无关、不受边界轮廓线连续性限制、对图像噪声具有很强的鲁棒性,对均质灰度目标分割效果良好。

关键词: Mumford-Shah 模型;水平集;图像分割

中图分类号: TP391.41 **文献标识码:** A

Level set image segmentation based on simple Mumford-Shah model

WANG Yi, ZHOU Ming-quan, GENG Guo-hua

(Institute of Information Science and Technology, Northwest University, Xi'an Shaanxi 710069, China)

Abstract: To overcome the deficiency of conventional methods in image segmentation influenced by image noise and edge contour, a level set approach to image segmentation was proposed on the basis of simplified Mumford-Shah model. Initial curve was embedded in the level set function, and image segmentation and curve evolution were accomplished when the function's solution was obtained. The experimental results show that it is a robust approach to image segmentation with noise, irrespective of edge continuous information and the curve initial position. Satisfactory effect has been achieved on image segmentation, especially homogeneous grayscale images.

Key words: Mumford-Shah model; level set; image segmentation

0 引言

图像分割是图像处理中的重要研究内容之一,由于背景的复杂性,目标特征的多样性以及图像噪声等影响,使图像分割成为图像处理技术中的难点。传统的图像分割方法如阈值法、边缘检测法、数学形态学法和基于区域处理方法等针对不同图像都取得了较好的效果,是目前应用比较普遍的方法。但是对于不同应用目的和不同图像特性,上述方法又表现出很大的局限性。例如阈值法虽简单易行,效率高,但对噪声很敏感,会误将噪声作为目标来处理;边缘检测算子存在边界不连续或边界不准确的问题;数学形态学方法虽然在一定程度上降低了噪声对图像的影响,但是开、闭、腐蚀和膨胀等运算会使图像过度平滑,导致图像变形及细节丢失。Snake 模型^[1]初始化过程比较复杂,内部约束使模型难以表达目标轮廓中曲率高的部分,而且由于形变模型是参数化的,其拓扑结构不易改变,不能很好地解决细微复杂的图像分割问题。

水平集(Level Set)方法^[2]可以避免演化过程中拓扑结构的变化,已在图像分割^[3]、内窥镜路径生成^[4]等领域中广泛应用。

本文介绍了水平集的基本原理和简化的 Mumford-Shah 模型,给出了模型的水平集表示以及求解步骤,最后用分割试验验证了该方法是一种效果明显的分割方法。

1 Level Set 方法

Level Set 方法的基本思想是将平面闭合曲线隐含地表达为二维曲面函数的水平集,即具有相同函数值的点集,通过

Level Set 函数曲面的进化隐含地求解曲线的运动。将初始曲线嵌入高一维的水平集函数中,这样将二维的曲线演化问题转化为三维空间中连续曲面的演化问题。嵌入的原始曲线所在平面设定为零水平集,曲线的收缩和扩张就转化为通过水平集函数来移动原始曲线,也就是让水平集函数上的圆环通过上升或者下降来表达,如图 1。

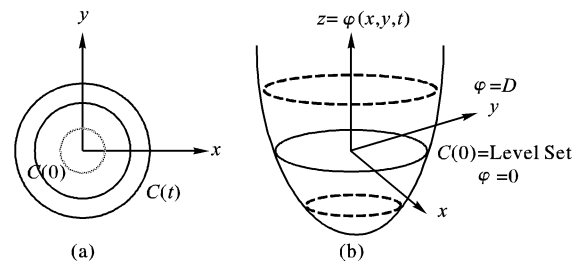


图 1 水平集方法示意图

在 $t = 0$ 时刻,曲线 C 是二维坐标系下的一个闭合圆周曲线,将它嵌入图 1(b) 所示水平集函数 $\phi(x, y)$ 所构造的曲面中,这样,曲线 C 表示为水平集函数 $\phi(x, y)$ 的某一函数值的点集,一般是零水平集,即 $\{\phi = 0\}$,即三维坐标系下初始平面 $z = \phi(x, y, t = 0)$ 。通常水平集函数 ϕ 用闭合曲线生成的符号距离函数(Signed Distance Function, SDF)表示,曲线 C 将平面划分为内部和外部区域,符号距离函数 $\phi(x, y) = \pm d, d$ 表示平面上的点 (x, y) 到曲线的距离,一般定义曲线内部的点的距离符号为负,曲线外部的点距离符号为正。由于曲线随时间演化,因此距离函数改写为 $\phi(x, y, t) = \pm d, \phi(x, y, t = 0) = 0$ 即对应初始零水平集。对于演化曲线上的点始终满足

收稿日期:2006-02-21;修订日期:2006-04-13 基金项目:国家自然科学基金资助项目(60372072)

作者简介:王怡(1971-),男,天津人,博士研究生,主要研究方向:图像处理;周明全(1954-),男,陕西人,教授,博士生导师,主要研究方向:图像处理、三维可视化技术;耿国华(1955-),女,山东人,教授,博士生导师,主要研究方向:人工智能。

式(1):

$$\phi(x, y, t) = 0 \quad (1)$$

对式(1)求偏导可得:

$$\phi_t + \phi_x \frac{dx}{dt} + \phi_y \frac{dy}{dt} = 0 \quad (2)$$

水平集的演化过程遵循 Hamilton-Jacobi 方程^[2],即满足式(3):

$$\phi_t + F|\nabla\phi| = 0 \quad (3)$$

$|\nabla\phi|$ 表示为函数的梯度范数, F 是沿法线方向的速度函数,一般包含与图像和曲线有关的项,如梯度信息、曲率信息等,速度函数控制曲线的演化,曲线上的点在其能量的作用下沿法矢方向扩展。

以水平集函数来进行曲线演化的优势在于:拓扑结构的变化不影响水平集的求解。即使嵌入在三维平面内的曲线发生裂变或者合并的变化,函数也可以有一个稳定的解,如图 2。

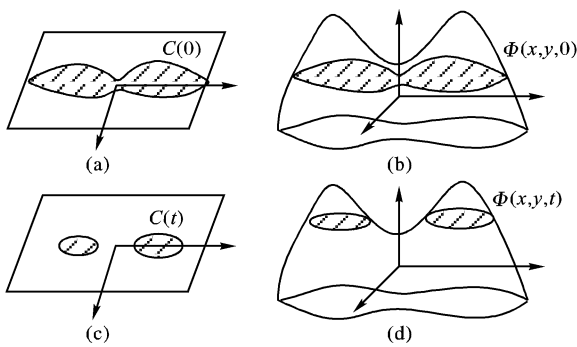


图 2 水平集演化使拓扑结构发生改变

为了求解水平集方程,首先对水平集方程进行时间和空间上进行离散化,将图像按像素划分为网格状,将时间划分为若干个时间段片断 Δt ,因此水平集方程转化为一种差分形式:

$$\frac{\phi_{i,j}^{n+1} - \phi_{i,j}^n}{\Delta t} + F|\nabla_y \phi_{i,j}^n| = 0 \quad (4)$$

解决水平集问题的数值算法有全局算法和窄带算法。全局算法就是在全部数据范围内应用水平集方法计算曲线的演化过程,需要计算每个 Δt 时刻,全图像范围内的各个网格点到当前轮廓曲线,求得距离为 0 的点,依次连接这些点构成新的曲线,反复迭代直到图像分割完成。由于水平集法是将曲线的演化转变成三维空间的曲面来进行处理,时间复杂度为 $O(NM)$, N 为图像离散化后所构成的网格点数, M 为曲线上的点数,计算量巨大。为了解决水平集的求解和提高演化速度, Osher 和 Sethian 提出了窄带的方法,窄带方法有效地避免了全局算法的缺陷。窄带算法只对初始曲线附近的一个邻域范围内的数据进行计算,时间复杂度降为 $O(kN)$, k 为窄带数目。文献[5,6]对文献[7]提出的源点扫描法进行了改进,使时间复杂度可以降到 $O(N)$ 。

2 基于 Mumford-Shah 模型的水平集图像分割

2.1 Mumford-Shah 模型的定义

图像分割的目的是将图像中的同质的区域 R 分离出来,并通过各个同质区域的边界来表达。传统的活动轮廓线模型分割效果取决于轮廓线的位置和轮廓线的形状,只是利用图像的局部信息而不是综合图像区域的全局信息。

文献[8]提出了一种简化的 Mumford-Shah 图像分割模型,该模型基于函数的分段恒定。设定义域为 Ω 的图像 $I(x, y)$ 被闭合边界 C 划分为目标 ω_o (C 的内部,下标表示 object) 和

背景 ω_b (C 的外部, b 表示 background) 两个同质区域,两个区域的平均灰度分别为 \bar{c}_o 和 \bar{c}_b ,曲线 $C \subset \Omega$,那么,曲线 C 用水平集表示为:

$$C = \{(x, y) \in \Omega, \phi(x, y) = 0\} \quad (5)$$

在曲线内部取正值,外部取负值。

能量函数定义为:

$$F(C, \bar{c}_o, \bar{c}_b) = \mu L(C) + \nu S_o(C) + \lambda_o \int_{\text{inside}(C)} |I - \bar{c}_o|^2 dx dy + \lambda_b \int_{\text{outside}(C)} |I - \bar{c}_b|^2 dx dy \quad (6)$$

其中, $L(C)$ 是轮廓闭合曲线 C 的长度, $S_o(C)$ 是 C 的内部区域的面积, $\mu, \nu \geq 0, \lambda_o, \lambda_b > 0$ 是各个能量项的系数权重。当能量函数为 0 值时曲线的演化终止,因此演化问题实质就是求解 $\inf_{c, \bar{c}_o, \bar{c}_b} F(C, \bar{c}_o, \bar{c}_b)$ 的最优化问题。

2.2 Mumford-Shah 模型水平集求解

由于模型基于分段恒定假设,因此引入海氏 (Heaviside) 函数 $H(z)$ 和狄夫克冲击函数 (Dirac) $\delta(z)$ 进行能量函数的规范化,二者定义如下:

$$H(z) = \begin{cases} 1 & z \geq 0 \\ 0 & z < 0 \end{cases} \quad \delta(z) = \frac{d}{dz} H(z)$$

因此公式(6)中:

$$L(C) = \int_{\Omega} |\nabla H(\phi(x, y))| dx dy = \int_{\Omega} \delta_o(\phi(x, y)) |\nabla \phi(x, y)| dx dy$$

$$S_o(C) = \int_{\Omega} (H(\phi(x, y))) dx dy$$

能量函数 $F(\phi, \bar{c}_o, \bar{c}_b)$ 改写为:

$$F(\phi, \bar{c}_o, \bar{c}_b) = \mu \int_{\Omega} \delta(\phi(x, y)) |\nabla \phi(x, y)| dx dy + \nu \int_{\Omega} H(\phi(x, y)) dx dy + \lambda_o \int_{\Omega} |I(x, y) - \bar{c}_o|^2 H(\phi(x, y)) dx dy + \lambda_b \int_{\Omega} |I(x, y) - \bar{c}_b|^2 (1 - H(\phi(x, y))) dx dy \quad (7)$$

Chan 和 Vese 以欧拉-拉格朗日方法推导出了上式的偏微分方程的解:

$$\begin{cases} \bar{c}_o(\phi) = \frac{\int_{\Omega} I(x, y) H(\phi) dx dy}{\int_{\Omega} H(\phi) dx dy} \\ \bar{c}_b(\phi) = \frac{\int_{\Omega} I(x, y) (1 - H(\phi)) dx dy}{\int_{\Omega} (1 - H(\phi)) dx dy} \\ \frac{\partial \phi}{\partial t} = \delta(\phi) \left[\mu \nabla \cdot \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} - \nu - \lambda_o (I(x, y) \bar{c}_o)^2 + \lambda_b (I(x, y) - \bar{c}_b)^2 \right] \\ \phi(0, x, y) = \phi_0(x, y) \end{cases} \quad (8)$$

式中 ϕ 表示轮廓线 C_0 构成的水平集函数, $\phi(0, x, y) = \phi_0(x, y)$ 定义了初始化轮廓曲线,为了方便计算,根据文献[7]中方法,对函数 H 和 δ 进行规格化,取:

$$H_{\varepsilon}(z) = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{2}{\pi} \arctan \left| \frac{z}{\varepsilon} \right| \right]$$

$$\delta_{\varepsilon}(z) = \frac{1}{\pi} \times \frac{\varepsilon}{\varepsilon^2 + z^2}$$

当 $\varepsilon \rightarrow 0$ 时, $H_{\varepsilon} \rightarrow H, \delta_{\varepsilon} \rightarrow \delta_0$, 这样就得到了规整化的水平

集,规格化后函数值域不变,函数定义在图像定义域内,具有全局特性。

从公式(6)~(8)可以看出,偏微分方程中包含的图像函数 $I(x,y)$ 以及 \bar{c}_o, \bar{c}_b 都定义在图像定义域内,具有全局特征,而传统的水平集方法依靠的是轮廓线上的曲率等局部特征。

对图像 $I(x,y)$ 进行离散化,设 h 为离散网格的步长, $(x_i, y_j) = (ih, jh), 1 \leq i, j \leq M, M$ 为图像离散后最大坐标, Δt 为时间步长, $\phi_{i,j}^n = \phi(x_i, y_j, n\Delta t)$ 是 $\phi(x, y, t)$ 的近似。采用有限差分作方程解,设:

$$\frac{\phi_{i,j}^{n+1} - \phi_{i,j}^n}{\Delta t} = \delta_h(\phi_{i,j}^n) \left[\frac{\mu}{h^2} \Delta_x^- \cdot \left(\frac{\Delta_x^+ \phi_{i,j}^{n+1}}{\sqrt{(\Delta_x^+ \phi_{i,j}^n)^2 / (h^2) + (\phi_{i,j+1}^n - \phi_{i,j-1}^n)^2 / (2h)^2}} \right) + \frac{\mu}{h^2} \Delta_y^- \cdot \left(\frac{\Delta_y^+ \phi_{i,j}^{n+1}}{\sqrt{(\Delta_y^+ \phi_{i,j}^n)^2 / (h^2) + (\phi_{i+1,j}^n - \phi_{i-1,j}^n)^2 / (2h)^2}} \right) - v - \lambda_o (I_{0,i,j} - \bar{c}_o(\phi^n))^2 + \lambda_b (I_{0,i,j} - \bar{c}_b(\phi^n))^2 \right] \quad (10)$$

通过 ϕ^n 求出 ϕ^{n+1} , 不断进行迭代求解得到最终演化结果。

2.3 算法描述

算法的基本步骤如下:

- (1) $n = 0$ 时,用初始水平集函数 ϕ_0 初始化 ϕ^0 。
- (2) 计算 $\bar{c}_o(\phi^n)$ 和 $\bar{c}_b(\phi^n)$ 。
- (3) 求解符号距离函数 ϕ , 得到 ϕ^{n+1} 。
- (4) 重新初始化 ϕ 为符号距离函数。
- (5) 检查解的稳定性, 输出分割图像, 如果不稳定, 则继续迭代。

在演化方程中, 函数 ϕ 更新后必须重新初始化符号距离函数, 此步为可选项, 仅少数分割需要重新初始化。

3 试验结果及分析

为了验证上述方法的分割效果, 对不同种类的图像作了试验, 试验环境为 P4 2.0 CPU, 256M 内存, 测试图像除图 3 为 128×100 , 其余均为 128×128 。参数分别取 $h = 1, \lambda_o = 1, \lambda_b = 1, \mu = 0.01 \times 255 \times 255, v = 0$ 。在规范化 Heaviside 函数 H_ϵ 及 Dirac 函数 δ_ϵ 中参数 $\epsilon = 1, h = 1$ 。试验中初始化水平集函数 $\phi_0(x, y)$ 不同, Δt 不同。为了简化测试, 初始函数均选一个闭合的绿色圆周曲线。

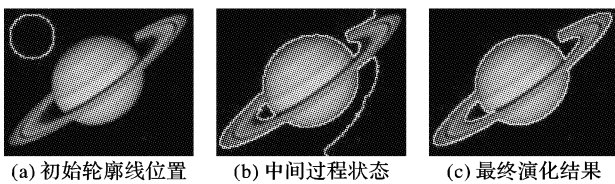


图3 $\phi_0(x, y) = 15 - \sqrt{(x - 20)^2 + (y - 20)^2}, \Delta t = 0.8$

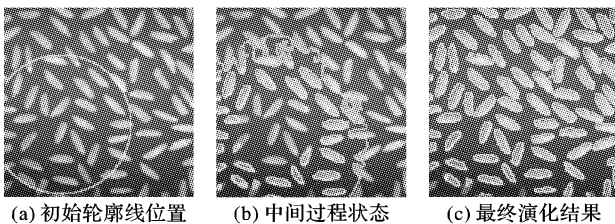


图4 $\phi_0(x, y) = 47 - \sqrt{(x - 80)^2 + (y - 40)^2}, \Delta t = 0.5$

试验表明, 对于灰度值比较接近的目标的分割, 初始轮廓线位置选择可以是任意的, 都可以获得很好的分割效果, 分割的结果与初始曲线无关, 而且对于噪声很鲁棒。在图 3 中无论初始曲线选在何处都可以将土星分割出来。图 4 是一个灰度和光照都非常不均匀的图像, 待分割的米粒不但有粘连而

$$\Delta_x^- \phi_{i,j} = \phi_{i,j} - \phi_{i-1,j} \quad \Delta_x^+ \phi_{i,j} = \phi_{i+1,j} - \phi_{i,j}$$

$$\Delta_y^- \phi_{i,j} = \phi_{i,j} - \phi_{i,j-1} \quad \Delta_y^+ \phi_{i,j} = \phi_{i,j+1} - \phi_{i,j}$$

$\nabla \cdot \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|}$ 为斜率, 且:

$$\nabla \cdot \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} = \frac{\phi_{xx}\phi_y^2 - 2\phi_{xy}\phi_x\phi_y + \phi_{yy}\phi_x^2}{(\phi_x^2 + \phi_y^2)^{3/2}} \quad (9)$$

式(9)可由差分运算解出, 将偏微分方程解的形式用离散化表示为:

且有相互重叠现象, 采用本文方法获得了很好的效果, 目标边界清晰连贯。左下角个别米粒分割效果不佳是因为本算法基于分段恒定, 能量函数采用基于平均灰度, 而该位置的灰度梯度很小的原因。

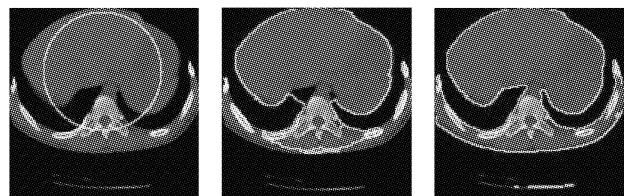


图5 $\phi_0(x, y) = 40 - \sqrt{(x - 44)^2 + (y - 64)^2}, \Delta t = 0.1$

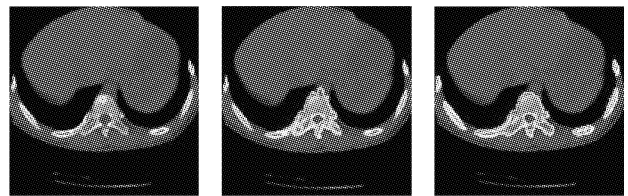


图6 $\phi_0(x, y) = 2 - \sqrt{(x - 64)^2 + (y - 64)^2}, \Delta t = 0.1$

图 5(a) 和图 6(a) 是同一幅采自某红十字会医院的人体胸部 CT 影像数据, 这是一种多灰度级嵌套的影像。脊柱, 椎管, 肋骨和胸腔灰度均不同, 而且互相包围, 且受设备影响像带有一定噪声干扰, 图 5(c) 和图 6(c) 分别为轮廓和骨质对象采用不同初始化函数分两次进行分割获得较好效果。

在试验中发现, 参数 μ 是一个全局性粒度参数, 取值越小小检测目标约多, 在试验中均取值 0.01, 发现大于此数值后, 分割曲线不光滑。如过对众多目标中的大目标进行筛选, 则可取 μ 值大些。但同时也发现, 由于演化是一个不断迭代的过程, 算法的效率还有待提高, 特别是对于超过 256×256 的图像分割, 效率较低, 演化时间较长。算法主要思想是将二维平面的闭合曲线视为三维空间连续函数曲面的一个水平层, 将二维计算转化为三维, 因此使时间复杂度倍增, 主要时间耗费在初始距离的计算, 通过文献[5]中方法可加以改进。

从实验来看, 对于边界不连续或者含有噪声的图像的分割, 本算法分割效果优于阈值法、数学形态学法和微分算子等已有分割算法, 对图 3 的土星分别采用阈值法、prewitt 算子、canny 算子和数学形态学法进行分割结果如图 7 所示。

Mumford-Shah模型本身就是针对解决现代数学中的不连 (下转第 1853 页)

1096幅图像,每次随机抽取 $896 \times 5 + 896$ 幅作训练,剩下 $200 \times 5 + 200$ 幅作测试,重复 30 次。

5.2 JPEG 压缩图像

采用 CorelDraw 图像库 1096 幅图像(本实验用彩色)。对 1096 幅图像以 75% 图像质量进行 JPEG 压缩作为“无嵌入图”;对图像进行 Jsteg^[11]、F5^[12] 和 Outguess^[13] 嵌入,嵌入数据大小为 1kB(相当于 0.021bpp)、2kB(0.041bpp)和 4kB(0.083bpp)。训练测试比例同 5.1 节。

6 结语

预测误差图像的引入,丰富了特征提高识别率,并且有效地去除图像像素间的相关性,一定程度上对图像本身的内容不敏感,增强了隐写分析方法的泛化能力。而支持向量机的应用,使识别率有一定程度的提高。实验结果说明,本文提出的隐写分析,对非压缩图像和 JPEG 压缩图像都具有很好的隐写分析性能,优于现有的主流方法。

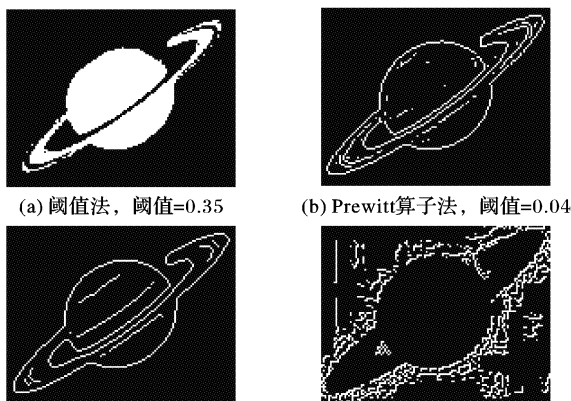
参考文献:

- [1] FARID H. Detecting hidden messages using higher-order statistical models[A]. Proceedings of the IEEE Int'l. Conference on Image Processing 02[C]. New York: IEEE, 2002.
- [2] LYU S, FARID H. Detecting Hidden Messages Using Higher-Order Statistics and Support Vector Machines[A]. 5th International Workshop on Information Hiding[C]. Noordwijkerhout, The Netherlands, 2002.
- [3] XUAN GR, SHI YQ, GAO JJ, *et al.* Steganalysis Based on multiple features formed by statistical moments of wavelet characteristic functions[A]. Information Hiding Workshop (IHW05)[C]. Springer-Ver-

- lag GmbH, 2005. 262 - 277.
- [4] XUAN GR, GAO JJ, SHI YQ, *et al.* Image Steganalysis Based on Statistical Moments of Wavelet Subband Histograms in DFT Domain [A]. IEEE International Workshop on Multimedia Signal Processing (MMSPO5)[C]. Shanghai, China, 2005.
- [5] CALDERBANK AR, DAUBECHIES I, SWELDENS W, *et al.* Wavelet Transforms That Map Integers to Integers[A]. Applied and Computational Harmonic Analysis[C]. 1998. 332 - 369.
- [6] OSU SVM Toolbox for MATLAB[EB/OL]. <http://sourceforge.net/projects/svm/>, 2006.
- [7] CorelDraw Software[EB/OL]. <http://www.corel.com>, 2006.
- [8] COX JJ, KILIAN J, LEIGHTON T, *et al.* Secure Spread Spectrum Watermarking for Multimedia[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 1997, 6(12): 673 - 1687.
- [9] PIVA A, BARNI M, BARTOLINI E, *et al.* DCT-based Watermark Recovering without Resorting to the Uncorrupted Original Image [A]. Proceedings of the 1997 International Conference on Image Processing(ICIP '97)[C]. 1997.
- [10] HUANG J, SHI YQ. An adaptive image watermarking scheme based on visual masking[J]. IEE Electronic Letters, 1998, 34(8): 748 - 750.
- [11] Steganography software for Windows[EB/OL]. <http://members.tripod.com/stego/software.htm>, 2006.
- [12] WESTFELD A. High Capacity Despite Better Steganalysis(F5 - A Steganographic Algorithm) [A]. Proceedings of 4th Int'l Workshop Information Hiding[C]. Springer-Verlag, 2001. 289 - 302.
- [13] PROVOS N, HONEYMAN P. Detecting Steganographic Content on the Internet[R]. CITI Technical Report 01-11, 2001.

(上接第 1850 页)

续问题而构造,对于分割边界不连续图像尤为适合,对于灰度均质目标可以很容易划分为内外两个区域,通过能量函数(式(6))中内外两项的约束使曲线向着边界演化,当能量最小时收缩到边界上,能量函数中参数 c_a, c_b 均定义在图像定义域内,具有全局特征,参数 μ 也是一个全局性粒度参数,因此,本算法具有全局性,受图像中存在的噪声等局部性因素影响较弱。



(a) 阈值法, 阈值=0.35 (b) Prewitt算子法, 阈值=0.40
(c) Canny算子法, 阈值=0.2 (d) 数学形态学法, 结构元素为 2×2
图 7 各算法的分割结果

4 结语

本文提出的基于简化 Mumford-Shah 模型的水平集图像分割方法,不依靠边界轮廓信息,而是基于图像的全局性质使演化曲线最终停留在目标的边界,不受初始轮廓线位置和噪声影响,不必包围待分割部分,具对模糊图像有较强的鲁棒性。

但是由于这种分割方法基于函数分段恒定,损失了图像本身的灰度起伏性和边缘的不规则性,在处理目标单一、没有交叉点的图像分割效果良好。对于具有多目标、多灰度重叠、有交叉的目标分割不能一次完成,同时算法在分割大尺寸图像时效率不高,这是进一步研究的重点。此外修正能量函数,解决有交叉多目标的分割也是以后研究的目标。

参考文献:

- [1] KASS M, WITKIN A, TEZOPOULOS D. Snake: Active Contour Models[J]. International Journal of Computer Vision, 1988, 1(4): 321 - 331.
- [2] OSHER S, SETHIAN JA. Fronts propagating with curvature dependent speed: algorithms based on Hamilton-Jacobi formulation [J]. Journal of Computer Physics, 1988, 79(1): 12 - 49.
- [3] MALLADI R, SETHIAN JA, VEMURI BC. Shape modeling with front propagation: A level set approach [J]. IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1995, 7(2): 158 - 175.
- [4] DESCHAMPS T, COHENT LD. Fast Extraction of Minimal paths in 3D images and applications to virtual endoscopy[J]. Medical Images Analysis, 2001, 5(4): 281 - 299.
- [5] 李俊, 杨新, 施鹏飞. 基于 Mumford-Shah 模型的快速水平集图像分割方法[J]. 计算机学报, 2002, 25(11): 1175 - 1183.
- [6] 贾迪野, 黄凤岗, 文小芳. 一种全局优化的水平集图像分割方法 [J]. 中国图像图形学报, 2005, 10(1): 25 - 30.
- [7] TSAI YH. Rapid and accurate computation of the distance function using grids[J]. Journal of Computational Physics, 2002, 178(1): 175 - 195.
- [8] CHAN FT, VESE L. Active Contours without edges[J]. IEEE Trans Image Processing, 2001, 10(2): 266 - 277.