

文章编号:1000-6893(2007)05-1080-05

非线性二元机翼气动弹性近似解析研究

李道春, 向锦武

(北京航空航天大学 航空科学与工程学院 飞机所, 北京 100083)

Nonlinear Aeroelastic Analysis of Airfoil Using Quasi-analytical Approach

LI Daochun, XIANG Jinwu

(The Aircraft Institute, School of Aeronautic Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

摘 要: 建立了不可压流动中多项式迟滞非线性二元机翼的气动弹性运动方程, 然后利用谐波平衡法进行了求解。与数值积分结果比较分析表明, 在系统发生二次分叉以前, 谐波平衡法可以准确地预测极限环振荡的频率和振幅, 通过频谱分析与时间响应历程讨论了谐波平衡法产生误差的原因。另外还研究了弹性轴位置对颤振特性的影响, 随着弹性轴不断靠近翼弦中点, 俯仰振幅不断增大, 而沉浮振幅则存在一个极小值点。

关键词: 非线性气动弹性; 极限环振荡; 谐波平衡法; 迟滞非线性; 颤振

中图分类号: V215.3 **文献标识码:** A

Abstract: The dynamical equation of a two-dimensional airfoil with polynomial hysteresis nonlinearity is built in an incompressible flow. Then the harmonic balance method(HB) is used to solve the equation. According to a comparison with the results from numerical time marching integration, it is shown that the harmonic balance method can accurately predict the frequency and amplitude of flutter before the second bifurcation appeared. The power spectral density and time history are used to investigate the applicability of harmonic balance method. The effect of the elastic axis is also investigated. With the elastic axis closing to the airfoil midpoint, the pitch amplitude increases slightly while the plunge amplitude fluctuates with an extremum.

Key words: nonlinear aeroelasticity; limit circle oscillation; harmonic balance method; hysteresis nonlinearity; flutter

随着对飞行器性能要求的不断提高, 非线性气动弹性问题逐渐引起了国内外专家学者的重视, Lee^[1]总结了对二元机翼的非线性气动弹性问题的主要研究成果。气动弹性问题中的非线性因素主要来自气动和结构两个方面, 结构非线性又可分为分布非线性与集中非线性。目前对集中非线性问题的研究主要包括立方非线性^[2-3]、间隙非线性^[4-5]以及这两种非线性因素同时存在的情况^[6], 部分文献对双线性迟滞非线性^[7]也进行了一定的研究。以上对结构非线性气动弹性问题的研究主要是针对刚度非线性问题, 而忽略了阻尼的影响。根据振动测试^[8], 可以用多项式迟滞模型来描述翼面结构中的非线性因素, 但文献^[8]忽略了阻尼的影响, 将这种迟滞环简化成了结构刚度的间隙非线性。多项式迟滞非线性模型同时含有非线性刚度和非线性阻尼,

在文献^[9]中利用 Runge-Kutta 数值积分方法研究了俯仰方向含有多项式迟滞非线性二元机翼的颤振特性。数值方法首先需要模拟出状态空间变量随时间的响应历程, 然后再用 Fourier 变换等方法才能得出系统的颤振频率、振幅等特征。数值方法的一个主要缺点就是求解过程中的误差是难以避免的, 有时甚至会给出完全错误的结果。

本文利用谐波平衡法研究了俯仰方向含迟滞非线性二元机翼的颤振特性, 并与数值结果进行对比分析, 讨论了谐波平衡法产生误差的原因及其适用范围。

1 二元机翼运动方程

二元机翼简化模型如图 1 所示, 2 个自由度分别为沉浮自由度 h (向下为正) 和俯仰自由度 α (机翼前缘抬头为正); 机翼半弦长为 b , 弹性轴到翼弦中点的距离为 ab , 重心到弹性轴的距离为 db , 二者都是向后为正, 其中 a 和 d 均为量纲为 1 的系数; 自由来流速度为 U 。

收稿日期:2006-08-04; 修订日期:2006-12-16

基金项目:国家自然科学基金(10272012); 教育部新世纪优秀人才基金(NCET-04-0169)

通讯作者:向锦武 E-mail: xingjwbj@sina.com.cn

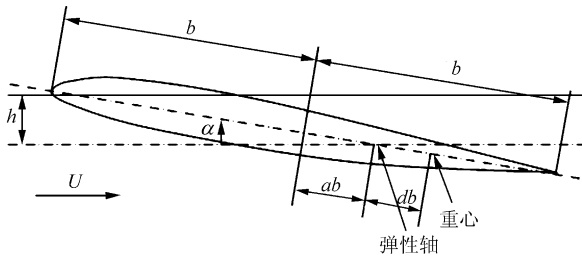


图 1 二元机翼模型

Fig. 1 Two-dimensional airfoil model

采用如下形式的非定常气动力^[10]:

$$C_L(\tau) = \pi(\lambda'' - a\alpha'' + \alpha') + 2\pi\left[\alpha(0) + \lambda'(0) + \left(\frac{1}{2} - a_h\right)\alpha'(0)\right]\phi(\tau) + 2\pi\int_0^\tau \phi(\tau - \sigma)\left[\alpha'(\sigma) + \lambda''(\sigma) + \left(\frac{1}{2} - a\right)\alpha''(\sigma)\right]d\sigma$$

$$C_M(\tau) = \pi\left(\frac{1}{2} + a\right)\left[\alpha(0) + \lambda'(0) + \left(\frac{1}{2} - a\right)\alpha'(0)\right]\phi(\tau) + \pi\left(\frac{1}{2} + a\right)\int_0^\tau \phi(\tau - \sigma)\left[\alpha'(\sigma) + \lambda''(\sigma) + \left(\frac{1}{2} - a\right)\alpha''(\sigma)\right]d\sigma + \frac{\pi}{2}a(\lambda'' - a\alpha'') - \left(\frac{1}{2} - a\right)\frac{\pi}{2}\alpha' - \frac{\pi}{16}\alpha''$$

迟滞非线性二元机翼的无量纲运动方程可以表示为^[9]

$$\left. \begin{aligned} m_0\lambda'' + m_1\alpha'' + m_2\lambda' + m_3\alpha' + m_4\lambda + m_5\alpha + m_6z_1 + m_7z_2 + m_8z_3 + m_9z_4 + d_\lambda\frac{\omega}{U_0}N_\lambda(\lambda') + \left(\frac{\omega}{U_0}\right)^2M_\lambda(\lambda) = 0 \\ n_0\lambda'' + n_1\alpha'' + n_2\lambda' + n_3\alpha' + n_4\lambda + n_5\alpha + n_6z_1 + n_7z_2 + n_8z_3 + n_9z_4 + \frac{d_\alpha}{U_0}N_\alpha(\alpha') + \left(\frac{1}{U_0}\right)^2M_\alpha(\alpha) = 0 \end{aligned} \right\} (1)$$

式中:无量纲位移 $\lambda = h/b$;无量纲时间 $\tau = Ut/b$;无量纲来流速度 $U_0 = U/(b\omega_a)$; ω_a 为俯仰方向非耦合自然频率; $m_i, n_i (i=0, 1, \dots, 9)$ 分别为系统参数的函数。详细推导过程可参阅文献[9]。

2 谐波平衡法

多项式迟滞非线性广义“力-位移”曲线如图 2

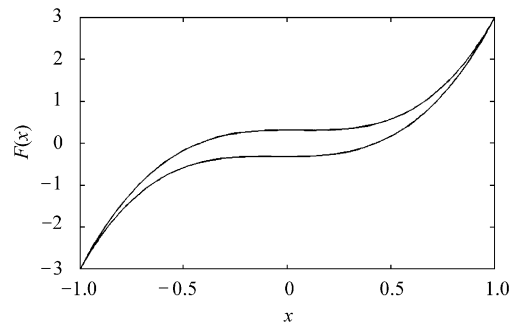


图 2 迟滞非线性

Fig. 2 Hysteresis nonlinearity

所示,对于沉浮方向为线性刚度,俯仰方向含有迟滞非线性的二元机翼^[9], $M_\lambda(\lambda) = \lambda$, $N_\alpha(\alpha') = A\alpha'^3$, $M_\alpha(\alpha) = B\alpha^3$ 。假设系统响应以一次谐波为主,则可表示为^[2]

$$\left. \begin{aligned} \alpha(\tau) &= a_0 \sin(\omega\tau) \\ \lambda(\tau) &= h_1 \sin(\omega\tau) + h_2 \cos(\omega\tau) \end{aligned} \right\} (2)$$

将式(2)代入方程组式(1),分别提取 $\sin(\omega\tau)$ 项和 $\cos(\omega\tau)$ 项的系数,可以得到关于 a_0, h_1, h_2 以及 ω 的代数方程组:

$$d_1a_0 + e_1h_1 + f_1h_2 = 0 \quad (3)$$

$$d_2a_0 + e_2h_1 + f_2h_2 = 0 \quad (4)$$

$$d_3a_0 + e_3h_1 + f_3h_2 + \frac{3}{4}n_{11}Ba_0^3 = 0 \quad (5)$$

$$d_4a_0 + e_4h_1 + f_4h_2 + \frac{3}{4}n_{10}Aa_0^3\omega^3 = 0 \quad (6)$$

式中: $d_i, e_i, f_i (i=1, 2, 3, 4)$ 分别为系统参数和振动频率 ω 的函数,具体为

$$\left. \begin{aligned} d_1 &= -m_1\omega^2 + m_5 + m_6c_1t_1 + m_7c_2t_2 \\ d_2 &= m_3\omega - m_6\omega t_1 - m_7\omega t_2 \\ d_3 &= -n_1\omega^2 + n_5 + n_6c_1t_1 + n_7c_2t_2 \\ d_4 &= n_3\omega - n_6\omega t_1 - n_7\omega t_2 \end{aligned} \right\} (7)$$

$$\left. \begin{aligned} e_1 &= -m_0\omega^2 + m_4 + m_{10} + m_8c_1t_1 + m_9c_2t_2 \\ e_2 &= m_2\omega - m_8\omega t_1 - m_9\omega t_2 \\ e_3 &= -n_0\omega^2 + n_4 + n_8c_1t_1 + n_9c_2t_2 \\ e_4 &= n_2\omega - n_8\omega t_1 - n_9\omega t_2 \end{aligned} \right\} (8)$$

$$\left. \begin{aligned} f_1 &= -e_2, & f_2 &= e_1 \\ f_3 &= -e_4, & f_4 &= -e_3 \end{aligned} \right\} (9)$$

式中: $t_1 = (c_1^2 + \omega^2)^{-1}$; $t_2 = (c_2^2 + \omega^2)^{-1}$ 。

由式(3)和式(4)得:

$$h_1 = a_0H_1, \quad h_2 = a_0H_2 \quad (10)$$

式中:

$$\left. \begin{aligned} H_1 &= (f_1 d_2 - f_2 d_1) / (f_1 e_2 - f_2 e_1) \\ H_2 &= (e_2 d_1 - e_1 d_2) / (f_2 e_1 - f_1 e_2) \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

将式(10)和式(11)代入式(5)和式(6),消去 a_0 并整理后可以得到

$$\begin{aligned} An_{10}\omega^3(d_3 + e_3 H_1 + f_1 H_2) - \\ Bn_{11}(d_4 + e_4 H_1 + f_4 H_2) = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

式中: $d_i, e_i, f_i (i=1, 3, 4)$ 分别为 ω 的函数。因此式(12)是只含有未知数 ω 的代数方程。系统发生颤振时,求解该方程可以得到 ω 的两个正实根。将式(10)和式(11)代入式(5)和式(6)分别求出 a_0 ,

$$a_0 = \sqrt{\frac{4(d_4 + e_4 H_1 + f_4 H_2)}{3An_{10}\omega^3}} \quad (13)$$

$$\bar{a}_0 = \sqrt{\frac{4(d_3 + e_3 H_1 + f_3 H_2)}{3Bn_{11}}} \quad (14)$$

经检验, ω 的正实根最多只有 1 个满足 $a_0 = \bar{a}_0$, 即所求的颤振频率。 ω 值确定以后,可由式(13)或式(14)计算出俯仰振幅,沉浮振幅由式(10)可以求得

$$h_0 = a_0 \sqrt{H_1^2 + H_2^2} \quad (15)$$

3 算例分析

非线性模型参数 A 和 B 分别为 0.01 和 3, 机翼参数为^[7]: $a = -0.5, r = 0.5, d = 0.25, \mu = 100, \bar{\omega} = 0.2$ 。速度较小时,式(12)不存在正实根;随着来流速度的不断增大,当有正实根存在时表明系统已经发生颤振。Runge-Kutta 数值积分方法所用到的初始条件为 $\alpha(0) = 0.01$ 和 $\alpha'(0) = \lambda(0) = \lambda'(0) = 0$ 。

(1) 颤振频率与振幅

在 $U_0 \in [0.8, 2.5]$ 的范围内分别用谐波平衡法和数值方法进行求解,颤振频率和振幅随来流速度变化如图 3 和图 4。随着来流速度的增大,系统最先发生颤振时的速度即为临界颤振速度。可以发现,两种方法所确定的临界颤振速度并不完全一致,当无量纲来流速度达到 0.9 左右时式(12)就已经存在正实数根,说明系统已经发生颤振,而数值结果则显示来流速度继续增大到 1.1 以后才出现极限环振荡。这主要是因为数值方法求解时不仅和来流速度有关,还与所用的初始条件有关,而谐波平衡法不能考虑初始条件的影响。

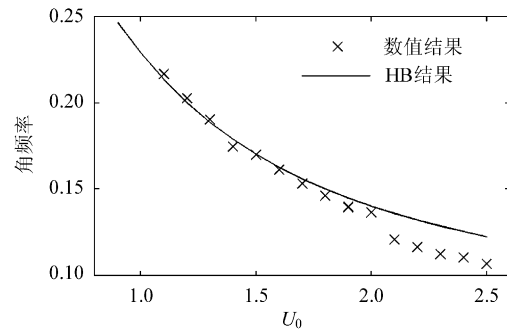


图 3 频率随速度变化

Fig. 3 Fundamental frequency versus velocity

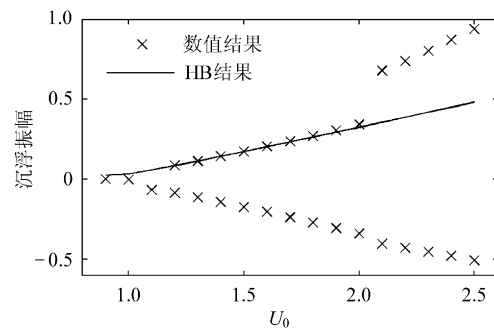
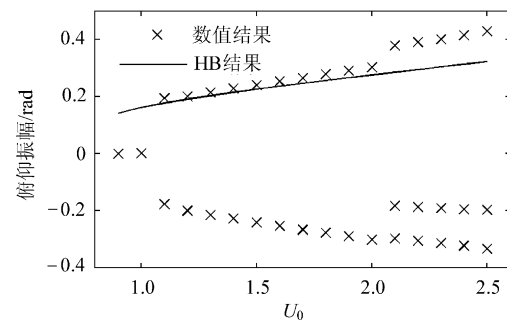


图 4 振幅随速度变化

Fig. 4 Amplitude versus velocity

由图 3 和图 4 可见,在 1.1~2.0 的速度范围内,HB 结果与数值结果是比较吻合的。但随着速度的不断增加,两种结果之间的偏差有增大的趋势。数值结果显示,当来流速度达到 2.0 时,振动频率和振幅同时出现跳跃现象,而 HB 结果并不能预测这一现象。

在 2 个典型区间选取速度点 1.8 和 2.2,对 2 个方向的响应历程分别进行频谱分析。由图 5 可见,沉浮运动只有一阶谐波,而俯仰运动在跳跃现象之前的二阶振动分量就已经比较明显。这也是图 4 中二次分叉以前俯仰振幅偏差明显大于沉浮振幅的原因。由图 6 发现,系统发生二次分叉后沉浮响应中依然没有高阶分量产生。这也说明俯

仰方向的非线性因素并不能导致沉浮方向的高阶振动分量。而二次分叉后俯仰方向的运动形式更加复杂,已经出现了 5 阶分量。由于本文所使用的谐波平衡法仅含有一阶分量,因此所得出的近似解析结果只能在系统发生颤振至二次分叉之间的范围内才能使用。

(2) 弹性轴位置对颤振的影响

根据式(12)~式(15),可以比较直接地研究二元机翼系统参数对颤振特性的影响。本文主要研究了弹性轴到翼弦中点的距离对颤振频率和振幅的影响,其他参数也可做类似研究。

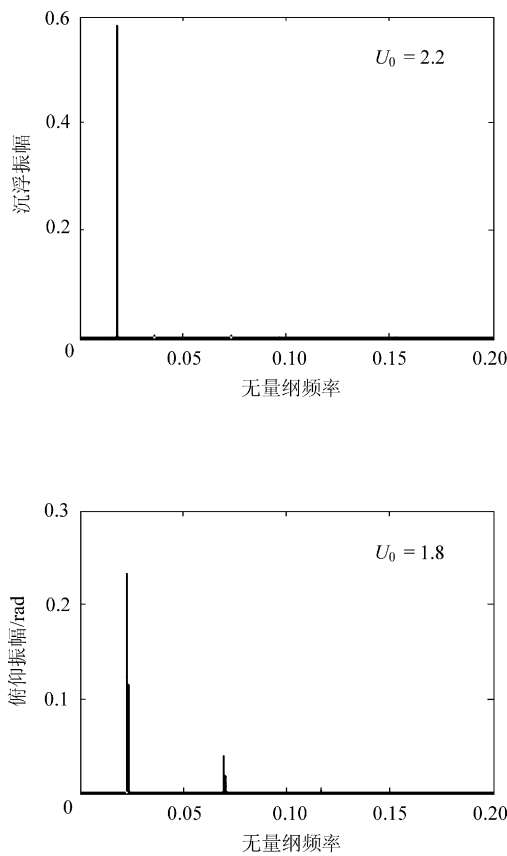


图 5 频谱分析

Fig. 5 Power spectral density

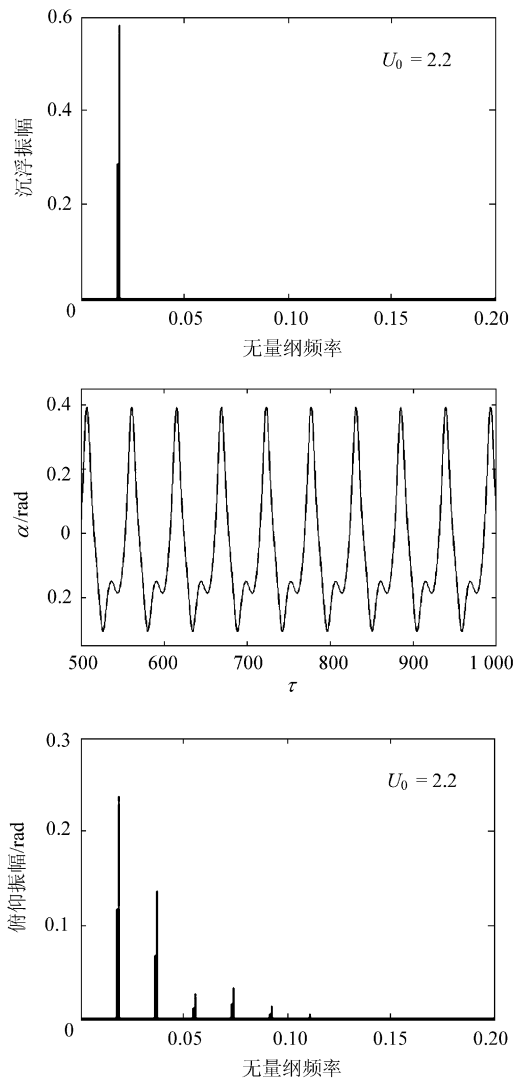
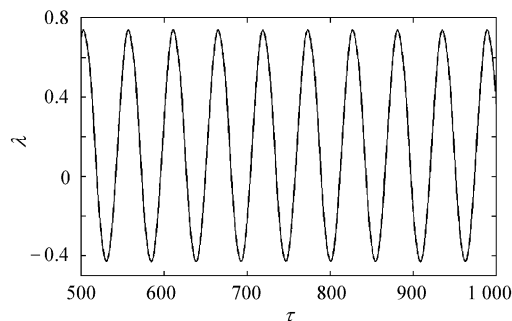
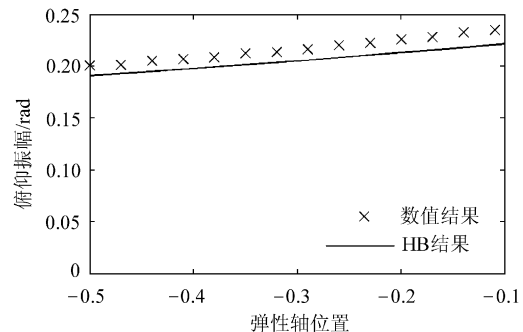


图 6 二次分叉后的响应历程与频谱分析

Fig. 6 Time histories and power spectral densities after the second bifurcation

固定来流速度为 1.2,令 a 在 $[-0.5, -0.1]$ 的范围内取值,求解式(12)发现颤振频率几乎没有变化,只是在 0.200 2 至 0.201 9 这一很小的范围内轻微波动。颤振振幅的变化如图 7 所示,随着弹性轴不断靠近翼弦中点,俯仰振幅逐渐增大,而沉浮振幅则在 $a = -0.3$ 左右存在一个极小值点,数值方法也给出了相同的结果。



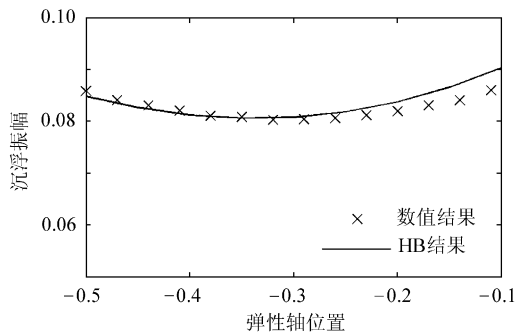


图7 弹性轴位置对振幅的影响

Fig. 7 Amplitude versus the distance from elastic axis to the airfoil midpoint

4 结论

利用谐波平衡法研究了迟滞非线性二元机翼的颤振特性。首先推导出以颤振频率为未知数的高次代数方程,由此方程解出颤振频率后,即可求出2个自由度的颤振振幅。虽然由于气动弹性系统的复杂性,未能以显式的形式给出颤振频率,但仍可以避免数值积分过程中的积累误差。

本文所用到的谐波平衡法虽然只含有一次谐波,但仍能够在气动弹性系统发生高次分叉之前比较准确地预测颤振频率和振幅。为了研究非线性气动弹性系统响应中的高次分叉,可以增加谐波平衡法中的高阶谐波分量。与数值积分方法相比,谐波平衡法不仅推导过程复杂,而且不能考察初始条件对颤振特性的影响。

参 考 文 献

- [1] Lee B H K, Price S J, Wong Y S. Nonlinear aeroelastic analysis of airfoil: bifurcation and chaos[J]. Progress in Aerospace Science, 1999, 35(3): 205-334.
- [2] Lee B H K, Liu L, Chung K W. Airfoil motion in subsonic flow with strong cubic nonlinear restoring forces[J]. Journal of Sound and Vibration, 2005, 281: 699-717.
- [3] Liu L, Dowell E H. The secondary bifurcation of an aeroelastic airfoil motion: effect of high harmonics[J]. Nonlinear Dynamics, 2004, 37: 31-49.
- [4] 赵永辉, 胡海岩. 具有操纵间隙非线性二维翼段的气动弹性分析[J]. 航空学报, 2003, 24(6): 521-525.
Zhao Yonghui, Hu Haiyan. Aeroelastic analysis of a two dimensional airfoil with control surface freeplay nonlinearity[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2003, 24(6): 521-525. (in Chinese)
- [5] Yang Z C, Zhao L C. Analysis of limit cycle flutter of an airfoil in incompressible flow[J]. Journal of Sound and Vibration, 1988, 123: 1-13.
- [6] Zhao Y H, Hu H Y. Aeroelastic analysis of a non-linear airfoil based on unsteady vortex lattice model[J]. Journal of Sound and Vibration, 2004, 276: 491-510.
- [7] Liu L, Wong Y S, Lee B H K. Nonlinear aeroelastic analysis using the point transformation method, part 2: hysteresis model[J]. Journal of Sound and Vibration, 2002, 253: 471-483.
- [8] Lee B H K, Tron A. Effects of structural nonlinearities on flutter characteristics of the CF-18 aircraft[J]. Journal of Aircraft, 1989, 26(8): 781-786.
- [9] 李道春, 向锦武. 迟滞非线性二元机翼颤振特性分析[J]. 航空学报, 2007, 28(3): 600-604.
Li Daochun, Xiang Jinwu. Aeroelastic analysis of a two-dimensional airfoil with a hysteresis structural nonlinearity [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2007, 28(3): 600-604.
- [10] Fung Y C. An introduction to the theory of aeroelasticity [M]. New York: Dover Publication Inc, 1993.

作者简介:



李道春(1980—) 男, 博士研究生。主要研究方向: 非线性气动弹性分析与控制。
Tel: 010-82338786
E-mail: lidc@ase.buaa.edu.cn

向锦武(1964—) 男, 教授, 博士生导师。主要研究方向: 飞行器总体设计、结构设计、气动弹性与振动控制等。
Tel: 010-82317543
E-mail: xiangjwbj@sina.com.cn

(责任编辑: 刘振国)