一种基于自相关矩阵的 OFDM 信号同步参数盲估计算法

王 庆 葛临东 巩克现 (解放军信息工程大学信息工程学院 郑州 450002)

摘 要: 该文提出了利用自相关矩阵实现 OFDM 信号符号定时参数和频偏估计算法。该算法不需要数据辅助,通 过使得接收信号自相关矩阵非对角线元素的模值之和达到最小实现分数倍频偏的跟踪,通过判断对角线元素位置发 生的移动可以准确地估计整数倍频偏,同时通过使得对角线上对应虚载波位置的元素的模值之和最小实现符号同 步。文中给出了算法的推导过程和具体应用的步骤。仿真结果表明该算法具有较大的估计范围以及良好的估计精度。 关键词: 盲估计; OFDM 同步; 符号定时; 载波频率偏差; 虚载波 中图分类号: TN911.23 文献标识码: A 文章编号: 1009-5896(2008)02-0383-05

A Blind Estimation Algorithm of Synchronization Parameter for OFDM Signals Based on Auto-correlation Matrix

Wang Qing Ge Lin-dong Gong Ke-xian

(Institute of Information Engineering, The PLA Information Engineering University, Zhengzhou 450002, China)

Abstract: An algorithm using auto-correlation matrix of received data for OFDM timing and carrier frequency offset estimation is presented in this paper. The algorithm does not need training data. Fractional frequency offset tracking and frame synchronization are implemented by minimizing the modular sum of off-diagonal elements and diagonal elements whose position is corresponding to virtual carrier's number respectively. Integral frequency offset is estimated exactly based on the position movements of diagonal elements. Mathematical derivation is also provided in the paper. The simulation results show that the proposed algorithm has a large estimation range and a high resolution.

Key words: Blind estimation; OFDM synchronization; Symbol timing; Carrier frequency offset; Virtual carrier

1 引言

正交频分复用(OFDM)是一种使用相互正交的子载波进 行高速数据传输的调制技术,由于它具有良好的对抗多径能 力、频带利用率高以及实现简单等优点,成为未来第四代移 动通信的关键技术之一^[1]。

与单载波系统相比,OFDM系统的主要缺陷是对符号定 时误差以及载波频偏更加敏感。错误的符号定时将造成符号 间干扰(ISI),载波频偏使得各个子载波之间不再保持正交, 因而造成载波间干扰(ICI)。目前已有大量文献介绍了同步参 数的估计方法^[2-5]。这些方法主要分为基于数据辅助和非数 据辅助两类。前者通过发送已知的符号或是导频信号来估计 定时以及频偏,造成了带宽利用率的下降;后者只是利用了 接收到的OFDM信号自身统计特性,节省了带宽资源,因而 成为研究的热点。

文献[6]提出了一种利用伪自相关矩阵对角线准则实现 频偏估计的方法。该算法通过使得伪自相关矩阵非对角元素 的模值之和最小化进行频偏估计,然而是以符号定时完全同 步为前提的,它的最大估计范围不能超过子载波间隔,且仅 当子载波为BPSK时有效。本文采用了文献[6]的思想,利用自 相关矩阵代替文献中的伪自相关矩阵,不仅将原算法中分数 倍频偏估计的适用范围扩展到MPSK以及QAM信号,还利用 了其对角元素的信息分别提出了新的符号定时参数和整数倍 频偏的估计算法。该算法在低信噪比条件下具有良好的性能。

2 OFDM 的信号模型

在 OFDM 系统中,若具有 N 个子载波,发送数据中第 m 个 OFDM 符号在第 k 个子载波的调制数据记为 $\alpha_{m,k}$,则 第 m 个 OFDM 符号可以表示为 $\alpha_{m,k}$ 的 N 点 IFFT。为了克 服多径信道的影响,需要在两个 OFDM 符号之间加上保护 间隔,通常的方法是将原数据的后 L 点复制到每个符号的前 面,形成长度为 L 点的循环前缀(CP),因此发送端信号可以 表示为

$$s_{m,n} = \sum_{k=0}^{N-1} \alpha_{m,k} \exp\left(\frac{j2\pi kn}{N}\right)$$
, $n = -L, \cdots, 0, \cdots, N-1$ (1)

其中前 *L* 点是加入的 CP。在接收端去掉每个符号前的 CP, 再对所得数据做 *N* 点 FFT,即恢复出原始信号。然而实际 信道中存在频偏以及噪声,因此实际接收的数据 *r_{m,n}* 可以表 示为

²⁰⁰⁶⁻⁰⁷⁻²⁸ 收到, 2006-12-27 改回

国家部级基金(6130320)和河南省自然科学基金(0611051400)资助课题

$$r_{m,n} = s_{m,n} \exp\left(\frac{j2\pi\varepsilon n}{N}\right) + n_{m,n} \tag{2}$$

其中 ε 为归一化频率偏差,定义为实际偏差与子载波间隔之 比, $n_{m,n}$ 为复高斯白噪声。

OFDM系统的符号定时同步方式与单载波系统不同, 它采用FFT进行解调,因而符号同步就是确定FFT窗的最 佳起始点。假设FFT窗的起点为d,信道等效脉冲响应的 阶数为 $L_h(L_h < L)$ 。如图1所示:d = 0表示理想定时时刻; $L_h - L \le d < 0$ 表示FFT窗的起点位于CP内,此时解调结果 仅比真实数据发生了相位的旋转,也是较好的定时时刻; $-L \le d < L_h - L$ 表示FFT窗口包括了信道的多径扩展,将 产生ISI干扰; $0 < d \le N - 1$ 表明FFT窗口将跨越不同的 OFDM符号,将造成比较高的BER (比特错误率)。

← L→	← N►		
CP	第 m 个符号	CP	第 m+1 个符号
<i>d</i> ← FFT 窗 → ← 第 <i>m</i> 个 OFDM 符号 →			

图 1 OFDM 定时同步的 FFT 窗口起始点示意图

3 频偏估计算法

为了估计频偏带来的影响,首先假设符号定时是 理想的,此时d = 0。定义 FFT 窗口的数据向量 $r(m) = [r_{m,0} \cdots r_{m,N-1}]^{T}$,向量y(m)为r(m)经过FFT变换的结果,其第k个元素为

$$y_{m,k} = \sum_{n=0}^{N-1} r_{m,n} \exp\left(\frac{-j2\pi nk}{N}\right)$$
$$= C_0 \alpha_{m,k} + \sum_{\substack{l=0\\l=k}}^{N-1} C_{l-k} \alpha_{m,l} + N_{m,k}$$
(3)

 $N_{m,k}$ 为 $n_{m,n}$ 的傅氏变换。系数 C_{l-k} 表明第l个子载波对第k个子载波上数据的影响,由文献[7]可知

$$C_{l-k} = \frac{1}{N} \frac{\sin[\pi(l-k+\varepsilon)]}{\sin[\pi(l-k+\varepsilon)/N]} \exp\left[j\pi \frac{(N-1)(l-k+\varepsilon)}{N}\right] (4)$$

定义 $u_{i,j} = E[y_{m,i}y_{m,j}^*]$, 当系统频偏 $\varepsilon = 0$ 时,有 $u_{i,j} = 0$ ($i \neq j$)。频偏的存在使得各个子载波之间不再保持正交,将 不满足此关系,因而 $u_{i,j}$ 表示了频偏带来的影响。 $u_{i,j}$ 一般是 复数,因此可以使用实数变量 $|u_{i,j}|^2 = |E[y_{m,i} \cdot y_{m,j}^*]|^2$ 来表示 频偏对第i,第j个子载波之间正交性的破坏程度。由式(3), 式(4)可知,子载波间隔i - j不同时, $u_{i,j}$ 也不同,为了准确 反映频偏的整体影响,定义 $U = \sum_{i \neq i} |u_{i,j}|^2$ 。

假设 $\hat{\epsilon}$ 为估计的频偏, $\hat{r}_{m,n} = r_{m,n} \exp\left(\frac{-j2\pi\hat{\epsilon}n}{N}\right)$ 为频偏 校正后的数据, $\hat{y}(m) \ge \hat{r}_{m,n}$ 经过 FFT 变换后的结果。定义 自相关矩阵 $\mathbf{R}(m) = \mathrm{E}[\hat{y}(m) \cdot \hat{y}^{\mathrm{H}}(m)]$, 则

$$U(\hat{\varepsilon}) = \mid\mid \boldsymbol{R}(m) * (\boldsymbol{1}_N - \boldsymbol{I}_N) \mid\mid_F^2$$
(5)

其中 $||\cdot||_{F}$ 表示矩阵的Frobenius范数,*表示矩阵的Hadamard 积, 1_{N} 表示 N 阶全1矩阵, I_{N} 表示 N 阶单位矩阵。因此频 偏估计就是找出最佳的 $\hat{\varepsilon}$,满足: $\hat{\varepsilon} = \arg\min_{i} U(\hat{\varepsilon})$ 。

文献[6]在子载波调制方式为BPSK,并采用伪自相关矩 阵 $\mathbf{R}(m) = \mathrm{E}[\hat{\mathbf{y}}(m) \cdot \hat{\mathbf{y}}^{\mathrm{T}}(m)]$ 时,证明了:

 $U(\hat{\varepsilon}) = A_{\varepsilon} + B_{\varepsilon} \cos(2\pi\hat{\varepsilon}) + C_{\varepsilon} \sin(2\pi\hat{\varepsilon})$ (6)

其中 A_{ε} , B_{ε} , C_{ε} 是与 ε 有关的实数, 文献中给出了它的具体表示式和推导过程。在推导中利用了BPSK信号具有 $E[\alpha(m) \cdot \alpha^{T}(m)] = I_{N}$ 的性质。在MPSK(M > 2)或QAM信号时, 有 $E[\alpha(m) \cdot \alpha^{T}(m)] = 0$ 成立,因而该算法失效。然而对于以上信号均有 $E[\alpha(m) \cdot \alpha^{H}(m)] = I_{N}$,利用该性质,这里给出采用自相关矩阵情况下的具体结果:

$$U(\hat{\varepsilon}) = \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{N-1} |m_{kl}|^2 - \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{\substack{k'=0\\k-k'-l+l'=0}}^{N-1} \sum_{\substack{l=0\\k-k'-l+l'=0}}^{N-1} \sum_{\substack{k'=0\\k-k'-l+l'=N}}^{N-1} \sum_{\substack{k'=0\\k-k'-l+l'=N}}^{N-1} m_{kl} m_{k'l'}^* \bigg| \cos(2\pi\hat{\varepsilon}) - \frac{1}{N^2} \operatorname{Im} \left[\sum_{\substack{k=0\\k-k'-l+l'=N}}^{N-1} \sum_{\substack{k'=0\\k-k'-l+l'=N}}^{N-1} \sum_{\substack{k'=0\\k-k'-l+l'=N}}^{N-1} m_{kl} m_{k'l'}^* \right] \sin(2\pi\hat{\varepsilon})$$
(7)

其中 m_{kl} 为接收数据r(m)的自相关矩阵 $E[r(m) \cdot r^{H}(m)]$ 中 的元素,可以看到 $U(\hat{\varepsilon})$ 关于 $\hat{\varepsilon}$ 的变化曲线是周期为1的余弦关 系,可以通过 $U(\hat{\varepsilon})$ 曲线上3个不同点,确定 $U(\hat{\varepsilon})$ 的具体表达 式,再找出曲线达到最低点的位置,就是估计所得的频偏值。 下面给出利用-1/3,0,1/3这3点所得到的 ε 估计值表示 式:

$$\hat{\varepsilon} = \arg\min_{k=-1,0,1} \left\{ U \left\{ \frac{1}{2\pi} \right. \\ \left. \cdot \arctan\left\{ \frac{\sqrt{3}(U(1/3) - U(-1/3))}{2U(0) - U(1/3) - U(-1/3)} \right\} + \frac{k}{2} \right\} \right\}$$
(8)

图2给出了真实频偏 $\varepsilon = -0.2$ 时 $U(\hat{\varepsilon})$ 关于频偏估计值 $\hat{\varepsilon}$ 的变化曲线。从 $U(\hat{\varepsilon})$ 的变化规律可以看出, ε 的估计的最大范围为1,将其限定在区间(-0.5,0.5)内,因此可将系统频偏 ε 写成 $\varepsilon = M + \varepsilon'$,其中 $\varepsilon' \in (-0.5,0.5)$ 为分数倍频偏, $M \in Z$ 为整数倍频偏。当系统只存在整数倍频偏时, $\varepsilon = M$, 由式式(1)-式(3)可得 $y_{m,k} = \alpha_{m,k-M} + n_{m,k}$,可以看出整数倍频偏不会破坏子载波的正交性,但会造成FFT解调后各子载波上数据的移位。

实际传输中,为了避免频谱混叠失真,一般采用过采样,即实际传输的子载波数目小于系统总的子载波数目,把未使用的子载波称为虚载波^[8]。将系统中所有子载波编号,实际使用的子载波序号的集合记为 Φ_U ,虚载波序号的集合记为 Φ_N 。

当系统正确定时同步时,在 $\varepsilon = 0$ 时自相关矩阵 R(m)



图 2 代价函数 $U(\hat{\varepsilon})$, $\varepsilon = -0.2$, SNR=10dB

对角线上第*i*个元素 $u_{i,i} = \delta_{\alpha,i}^2 + \delta_n^2$,它表示的是第*i*个子载 波上的信号与噪声功率之和。当系统仅存在整数倍频偏 $M(\epsilon'=0)$ 时, $u_{i,i} = \delta_{\alpha,i-M}^2 + \delta_n^2$ 表示了第*i*-M个子载波 上的信号与噪声功率之和,这说明 R(m)的对角线上元素均 沿对角线向右移动 M 位。根据虚载波的特点有以下关系:

$$\delta_{\alpha,i}^2 = \begin{cases} 0, & i \in \Phi_N \\ \delta_{\alpha}^2, & i \in \Phi_U \end{cases}$$
(9)

因此可以通过比较对角线上元素的大小估计是否存在 整数倍频偏。假设系统实际使用了 N' 个子载波,实际传输 中一般这 N' 个子载波的序号都是连续的,因此在估计出 **R**(*m*)后,找出对角线上序号连续的 N' 个值最大的元素起始 位置,定义如下代价函数:

$$J(k) = \sum_{i=k}^{k+N'-1} u_{i,i} \left/ \left(\sum_{i=0}^{k-1} u_{i,i} + \sum_{i=k+N'}^{N-1} u_{i,i} \right) \right.$$
(10)

使得 J(k) 最大的 k 值可认为是经过整数倍频偏影响后, 所占据的子载波的开始序号,它与实际所使用的子载波序号 Φ_{t} 进行比较,所得位置之差就是 M。

4 定时同步算法

根据式(7), $U(\hat{\varepsilon})$ 的变化规律在系统未能正确定时同步时仍然满足,然而自相关矩阵 $E[\mathbf{r}(m) \cdot \mathbf{r}^{H}(m)]$ 发生变化造成了参数 A_{ε} , B_{ε} , C_{ε} 的变化,从而影响频偏估计的性能。

在正确定时同步的情况下,此时 FFT 窗内数据恰好属 于同一个 OFDM 符号,因而在此 FFT 窗的时间段内各个子 载波的信号能量集中在其载波周围。 $\mathbf{R}(m)$ 对角线上元素 $u_{i,i} = \delta_n^2 (i \in \Phi_N)$, $u_{j,j} = \delta_n^2 + \delta_\alpha^2 (j \in \Phi_U)$ 。然而当定时同 步不正确时,FFT 窗将跨越不同 OFDM 符号,其间各个子 载波上符号都将发生跳变,产生能量的泄漏将使虚载波上的 信号能量不再为零,因而此时的 FFT 变换结果能够反映出 子载波上的能量泄漏,那么由此 FFT 结果所得到的 $\mathbf{R}(m)$ 中的 $u_{i,i} > \delta_n^2 (i \in \Phi_N)$,因此可以通过找出 FFT 后的虚载波 能量 $u_{i,i} = d$ 的关系来估计出最佳的 FFT 起点点,下面就来 分析图 1 中的 FFT 起点位置 $d = u_{i,i} (i \in \Phi_N)$ 的关系。

首先考虑单载波情况,因为 OFDM 可以看作是多个 单载波信号的叠加。FFT 的起始点位置对能量泄漏结果的 观察有着重要的影响。设一个载频为 K₀ 的单载波信号:

 $x(n) = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} \alpha_i \exp\left(\frac{j2\pi K_0 n}{N}\right), 它的符号周期恰好是一个 FFT 长度, 采用矩形成形, 符号 \alpha_i 统计独立, FFT 将从 x(n) 的$

第*i*个符号的第*d*个样点开始,到第*i*+1个符号的第*d*-1 个样点结束,

$$\begin{split} X(k) &= \sum_{n=d}^{N-1+d} x(n) \exp\left(\frac{-j2\pi nk}{N}\right) \\ &= \sum_{n=d}^{N-1} \alpha_i \exp\left(\frac{j2\pi K_0 n}{N}\right) \exp\left(\frac{-j2\pi kn}{N}\right) \\ &+ \sum_{n=0}^d \alpha_{i+1} \exp\left(\frac{j2\pi K_0 n}{N}\right) \exp\left(\frac{-j2\pi kn}{N}\right) \end{split}$$

可以求得 x(n) 在频点 K_0 位置的能量: $E_{K_0} = \lim_{k \to K_0} E[X(k)X^*(k)] = \delta_{\alpha}^2 (d^2 + (N-d)^2)$ (11)

式(11)表明,在频点 K_0 位置所能观测到x(n)的能量与FFT 起点d的关系。因为FFT并不改变信号能量,因此所能观 测到的泄漏的能量与d的关系为 $E_{\text{leak}} = \delta_{\alpha}^2 N^2 - E_{K_0} = 2\delta_{\alpha}^2 d(N-d)$ 。

在多载波的 OFDM 系统中,虽然其中某一子载波泄漏 的能量并没有全部泄漏到虚载波上,并且不同的虚载波受到 能量泄漏的影响也不尽相同,但由于子载波与虚载波的数目 一般都不少,从总体统计的角度出发,FFT 变换所反映出的 各个虚载波上能量之和应满足以下关系:

$$E_{N} = \sum_{i \in \Phi_{N}} u_{i,i} = \begin{cases} (N - N')\delta_{n}^{2} + 2\delta^{2}d(N - d), \\ 0 \le d \le N - 1 \\ (N - N')\delta_{n}^{2}, \\ -L \le d \le -1 \end{cases}$$
(12)

其中 N' 为实际使用的子载波数目, δ² 是与虚载波最大所能 接收到泄漏的信号能量有关的常数,因为本文只关心它们的 变化关系,并不需要计算δ² 的具体值。

由式(12)可以看出,通过改变 FFT 窗的起始位置,计算 FFT 变换后数据的自相关矩阵,当 $E_N = \sum_{i \in D} u_{i,i}$,即达到最

小时,此时的 FFT 起点 \hat{d} 就是要估计的定时时刻。同时还 可以看出,当 FFT 起点位于循环前缀(保护间隔)内时 E_N 基 本保持不变,然而当d位于信道多径扩展区间内时,解调数 据会受到 ISI 的影响。为消除 ISI 的影响,在算法的实际使 用时可使用两个 FFT 窗,起点分别为d和d - L/2,并且 假设信道多径扩展 $L_h \leq L/2$ (实际 OFDM 系统中一般该条 件都可以得到满足)。计算 FFT 窗的起点为d时的 E_N ,记 为 J_1 ,起点为d - L/2时记为 J_2 。理论上当 $J_1 - J_2 = 0$ 时, 系统达到同步,实际中当 $|J_1 - J_2| < \xi$ 时,可以认为系统已 经达到同步,其中 ξ 为容差门限,是一很小的正数。 $J_1 - J_2 > \xi$ 时,同步位置d应向稍前移动,反之应将 FFT 窗向后滑动。

5 算法的具体步骤及其仿真结果比较

为了得到该算法的估计性能,首先定义归一化频偏均方 误差 MSE($\hat{\varepsilon}$) = E[$|\varepsilon - \hat{\varepsilon}|^2$]。设系统最理想定时时刻为d,

定义归一化定时均方误差 MSE
$$(\hat{d}) = E \left\| \frac{d - \hat{d}}{N} \right\|^2$$
。

图 3 首先给出两种算法在 BPSK 时频偏估计的性能,由于原算法的适用范围仅限于 BPSK,图 4 仅给出了新算法在 QPSK 以及 16QAM 时的性能比较,其中 N = 128, CP 长 度 L = 34。

从图 3 中可以看出, 在使用 BPSK 调制时两种算法的性能相当。从图 4 可以看出, 新算法在高信噪比条件下, 对于 MPSK 调制的估计性能要优于多幅度的 QAM 信号。



由算法推导过程可知,理论上频偏估计误差受信噪比影 响不大,然而实际中估计精度与数据样本的长度有很大关 系。图 5 分别给出了使用 50 个及 100 个 OFDM 符号得到的 频偏估计误差比较。结果表明在低信噪比时,使用更多的数 据样本将明显改善算法性能,在高信噪比时,使用更多的数 据样本对 MPSK 信号影响不大,却可以提高 QAM 信号的估 计效果。这说明该频偏估计算法用于 MPSK 时的性能要优 于多幅度的 QAM 信号。



图 5 归一化频偏误差与信噪比的变化曲线

图 6 则给出了 QPSK 调制时, 定时估计误差随信噪比的 变化关系。结果表明定时估计算法随信噪比降低误差逐渐增 大, 但影响不大, 在低信噪比条件下仍具有良好的性能。



图 6 定时误差与信噪比的变化曲线

以上频偏估计算法的推导是假设符号定时完全同步,而符号定时估计算法的推导是假设无偏时进行的,实际中频偏估计误差和定时误差相互影响。图7,图8给出了该算法中频偏估计误差与符号定时误差之间的相互影响,仿真条件为SNR=10dB,采用QPSK调制。

从图中可以看出,当 FFT 窗的起点位于 CP 内时,频 偏估计误差比较小,而当 FFT 窗跨越不同 OFDM 符号时, 估计误差迅速增大。相比之下,符号定时同步算法受频偏的 影响则小得多。因而实际使用时可先使用定时同步算法进行 定时参数的粗估计,即使在分数倍频偏比较大的情况下,经 过一次定时估计,一般都可以保证 FFT 窗的起点位于 CP 内, 此时定时误差对频偏估计性能的影响已经非常小。然后在进 行频偏估计,之后再做定时估计就可以达到比较好的性能。



图 9 给出 ε = 2.45, FFT 窗起点 d = 20, SNR=0dB 条 件下用于估计整数倍频偏 M 的代价函数 J(k) 的曲线,此时 实际使用的子载波开始序号为 13。



图 9 J(k) 的变化曲线

从图 9 曲线可以看出, *J*(*k*) 最大值出现在 15, 而实际 使用的子载波开始序号为 13, 因此 *M* = 2。此外还可以看 出,在低信噪比以及符号定时误差与分数倍频偏都比较大 时,该曲线仍呈现明显的尖峰。因此可在进行定时估计和分 数倍频偏估计之前进行整数倍的捕获。

6 结束语

本文从接收数据的自相关矩阵出发,推导了该矩阵中非 对角线元素与分数倍频偏的关系,以及对角线元素与符号定 时误差以及整数倍频偏的变化关系,提出了一种利用该矩阵 进行 OFDM 系统同步参数的估计算法,该算法不需要数据 辅助,只需知道发送端所使用的子载波序号。理想的定时和 载波同步使得该矩阵的非对角元素为零,并且对角线上与虚 载波对应的元素也会达到最小。仿真结果表明该算法具有良 好的性能,估计误差受信噪比的影响比较小。

参考文献

- Wang Z and Giannakis G B. Wireless multicarrier communications: Where Fourier meets Shannon[J]. *IEEE* Signal Processing Magazine, 2000, 17(3): 29–48.
- [2] Beek J J V D, Sandel M, and Borjesson P O. ML estimation of time and frequency offset in OFDM systems[J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1997, 45(7): 1800–1805.
- [3] Lashkarian N and Kiaei S. Class of cyclic-based estimators for frequency-offset estimation of OFDM systems[J]. *IEEE Trans. on Commun*, 2000, 48(12): 2139–2149.
- [4] Helmut B. Blind estimation of symbol timing and carrier frequency offset in pulse shaping OFDM systems[A]. IEEE ICASSP'99, Phoenix, USA, 1999, 5: 2749–2752.
- [5] Chang Sekchin and Powers E J. Blind estimation of frequency

offset in OFDM systems using a nonlinear adaptive filter[A]. MILCOM 2000. 21st Century Military Communications, Los Angeles, USA, 2000, 2: 917–921.

- [6] Roman T and Koivunen V. Blind CFO estimation in OFDM systems using diagonality criterion[A]. IEEE ICASSP'04, Montreal, Canada, 2004, 4: 369–372.
- [7] 佟学俭,罗涛编著. OFDM 移动通信技术原理与应用[M]. 北京:人民邮电出版社,2003年6月,第三章.
 Tong Xue-jian and Ruo Tao. Principle and Application of OFDM Mobile Communication Technology. Beijin: Posts and Telecom Press, Jane, 2003, Chapter 3.
- [8] Chen B. Maximum likelihood estimation of OFDM carrier frequency offset[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2002, 9(4): 123–126.
- 王 庆: 男, 1981年生, 硕士生, 专业为信号与信息处理.
- 葛临东: 男,1946年生,教授,博士生导师,主要研究方向为软件无线电、通信信号处理.
- 巩克现: 男, 1976年生, 讲师, 博士生, 专业为信号与信息处理.