

最適制御理論を用いたブローチングの研究

学生員 牧 敦 生* 正員 梅 田 直 哉*
正員 上 野 誠 也**

Investigation on Broaching-to Using Optimal Control Theory

by Atsuo Maki, *Student Member* Naoya Umeda, *Member*
 Seiya Ueno, *Member*

Summary

Broaching-to is a phenomenon in which a ship cannot keep her desired course despite the maximum steering effort. Once this dangerous phenomenon happens, she could capsize due to violent yaw motion. Generally a PID autopilot, however, has been used in model experiments and numerical simulations for investigating broaching-to although PID auto-pilot does not properly represent the “maximum steering effort”. This paper attempts to apply an optimal rudder control for a ship in following and quartering seas with high speed. We performed the numerical optimization of rudder control for higher speed region which includes surf-riding threshold, i.e. heteroclinic bifurcation point. To the trajectory optimization nonlinear programming method was applied in conjunction of the method based on calculus of variation, e.g. Sequential Conjugate Gradient-Restoration Algorithm (SCGRA). Numerical results indicate an example that a ship cannot prevent significant course deviation even with course keeping rudder control based on the optimal control theory. Calculation results also showed that the optimal rudder control during surf-riding takes opposite maximum value. As a result, it was concluded that if the yaw motion became unstable around stable equilibrium point, she could consequently face broaching-to in spite of rudder control process before a ship is surf-ridden.

1. 緒 言

追波・斜め追波中を船舶が高いフルード数で航行する際、波乗り現象やブローチング、バウダイビングなどの危険な現象が起こることは広く知られるとおりである^{1),2)}。なかでもブローチングは操縦不能現象の一種であり、急激な回頭運動による横傾斜モーメントにより転覆の危険性をはらんでいる。これまでブローチングに対しては、自由航走模型試験や拘束模型試験による実験的アプローチや、PID制御による保針運動を仮定した操縦運動方程式に対する非線形力学理論の応用により発生条件の解明が試みられてきた^{3),4)}。その結果、現在ではブローチングの発生をほぼ定量的に推定することが可能となった。

ブローチングは、最大限の保針努力によっても一定針路を維持できない現象と定義できる。ところがこれまで斜め追波

中の保針制御に関してはPID制御を前提とした研究しか行われていない。その一方、ブローチングが最大限の保針努力を前提としているため、斜め追波中の舵制御についてさらに検討を行う余地がある。

著者らが最近行った研究では、ブローチングが問題となるようなフルード数よりもやや低い速度域における保針制御問題に対して最適制御理論を適用し、針路偏差の分散値で定義される評価関数を最小とする意味において最適な操船法を得られることを確認した⁵⁾。そこで本論では同様の手法を用いて、ブローチングが実際に問題となる高い速度域における比例制御と最適制御下の船体運動を比較し、舵の制御則がブローチングに対していかなる影響を及ぼすかについて考察を行った。

2. 座標系と状態変数

本論で用いた座標系をFig.1に示す。1つは座標原点をある波の谷に固定し、波の進行方向に向かって ξ 軸をとった慣性座標 $o-\xi\eta\zeta$ であり、もう一方は船体重心を原点とする水平座標系 $G-xyz$ である。これらの座標系のもとで、船体運動に関わる状態ベクトルを次のように定義した。 ξ_g/λ は波の谷から船体重心までの ξ 方向距離を波長で無次元化した

* 大阪大学大学院工学研究科

** 横浜国立大学大学院環境情報研究院

ものであり、波と船との相対位置を表している。また u は縦方向速度、 v は横方向速度、 χ は波に対する出会い角、 r は Yaw 角速度、 ϕ は Roll 角、 p は Roll 角速度をそれぞれ表している。なお本論で用いた記号の補足は文末にも掲げた。

$$\mathbf{x}^T \equiv (\xi_G / \lambda, u, v, \chi, r, \phi, p) \in \mathbf{R}^7 \quad (2.1)$$

次に最適制御理論によって最適化する制御入力 \mathbf{u} を、研究の第一段階として舵角 δ に限定し

$$\mathbf{u}^T \equiv \delta \in \mathbf{R}^1 \quad (2.2)$$

と定義した。これとは別に船体運動の制御パラメータを次のように定義したが、これらは制御入力ではなく、最適化の対象ではない。またプロペラ回転数 n は時間的に一定とした。

$$\mathbf{b} \equiv (n, \chi_c)^T \quad (2.3)$$

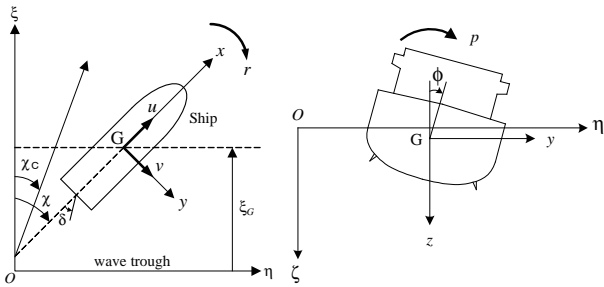


Fig.1 Coordinate systems

2.2 状態方程式

追波、斜め追波中操縦運動は、Surge-Sway-Yaw-Roll の 4 自由度についての状態方程式⁶⁾により表現した。ただし式中ドットは時間による微分を表している。

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F}(\mathbf{x}, \mathbf{u}; \mathbf{b}) \equiv (f_1(\mathbf{x}, \mathbf{u}; \mathbf{b}), f_2(\mathbf{x}, \mathbf{u}; \mathbf{b}), \dots, f_7(\mathbf{x}, \mathbf{u}; \mathbf{b}))^T \quad (2.4)$$

$$f_1(\mathbf{x}, \mathbf{u}; \mathbf{b}) \equiv (u \cos \chi - v \sin \chi - c) / \lambda \quad (2.5)$$

$$f_2(\mathbf{x}, \mathbf{u}; \mathbf{b}) \equiv [T(u; n) - R(u) + X_w(\xi_G / \lambda, \chi)] / (m + m_x) \quad (2.6)$$

$$f_3(\mathbf{x}, \mathbf{u}; \mathbf{b}) \equiv [-(m + m_x)ur + Y_v(u; n)v + Y_r(u; n)r + Y_\phi(u)\phi + Y_\delta(\xi_G / \lambda, u, \chi; n)\delta + Y_w(\xi_G / \lambda, u, \chi; n)] / (m + m_y) \quad (2.7)$$

$$f_4(\mathbf{x}, \mathbf{u}; \mathbf{b}) \equiv r \quad (2.8)$$

$$f_5(\mathbf{x}, \mathbf{u}; \mathbf{b}) \equiv [N_v(u; n)v + N_r(u; n)r + N_\phi(u)\phi + N_\delta(\xi_G / \lambda, u, \chi; n)\delta + N_w(\xi_G / \lambda, u, \chi; n)] / (I_{zz} + J_{zz}) \quad (2.9)$$

$$f_6(\mathbf{x}, \mathbf{u}; \mathbf{b}) \equiv p \quad (2.10)$$

$$f_7(\mathbf{x}, \mathbf{u}; \mathbf{b}) \equiv [m_x z_H ur + K_v(u; n)v + K_r(u; n)r + K_p(u)p + K_\phi(u)\phi + K_\delta(\xi_G / \lambda, u, \chi; n)\delta + K_w(\xi_G / \lambda, u, \chi; n) - mg GM \phi] / (I_{xx} + J_{xx}) \quad (2.11)$$

これは高次流体力を無視した操縦運動方程式に、線形の細長体理論に基づいて計算した波浪強制力を足し合わせたものである。また転覆現象を扱うことは本論の主たる目的ではないため、復原力は線形項のみとした。対象船は ITTC Ship A-2 として知られる 135 トン型まき網漁船を用い、各流体力微係数には実験値を用いた。対象船の船体正面線図と主要目を Fig.2 と Table1 に示す。

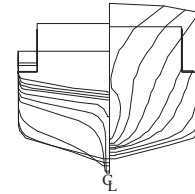


Fig.2 Body plan of the ITTC ship A-2

Table1 Principal particulars of the ITTC ship A-2

Items	Values
Length Between Perpendiculars	34.5 m
Moulded Breadth	7.60 m
Moulded Draught	2.65 m
Block Coefficient	0.597

3. ブローチングの判定基準

ブローチングは最大限の保針努力を行っても一定針路を維持できない現象であると定義できる。ところが実験や数値計算を行う際には、得られた船体運動を分類する必要からブローチングに対して数学的な判定基準を必要とする。

Renilson^{7), 8), 9)} はハスラー水槽における自由航走模型実験と数値計算結果を比較した。その際 Renilson は「指令針路角から 20 度を超える偏差を生じる」航走をブローチングとして分類した。梅田ら⁶⁾ はブローチングを「最大舵角をとってもなお反対舷への回頭速度と回頭角加速度が存在する」ならばブローチングであると考え、下式を提案している。

$$\begin{cases} \delta = \delta_{MAX} \\ r < 0 \\ \dot{r} < 0 \end{cases} \quad \text{or} \quad \begin{cases} \delta = -\delta_{MAX} \\ r > 0 \\ \dot{r} > 0 \end{cases} \quad (3.1)$$

このようなブローチングの判定基準は船体運動から得られる結果を用いた動的な定義といえることができるが、それとは別に非線形力学的観点からの静的な判定基準も存在する。元良ら¹⁰⁾ は実験的研究により、波による旋回モーメントが、最大舵角に対する舵による旋回モーメントを上回ることをブローチングの必要条件と考えた。また梅田ら¹¹⁾ は船舶が前後方向の安定平衡点に拘束されている間、舵角が最大値を取っても Yaw 方向に不安定になることをブローチングの必

要条件として与えている。ところが上に記したブローチングの判定基準はブローチングや波乗りに至るまでの操船プロセスに関する言及がなされていない。そこで本研究では、舵制御の観点からブローチングについて考察する。

4. 最適制御理論について

4.1 最適制御問題の数値解法

最適制御とは事前に定められた評価関数を最小ないしは最大とするように動的システムを制御する方法といえる。著者らが以前行った研究⁵⁾では、変分法に基づく数値最適化手法である SCGRA 法¹²⁾を用いて、斜め追波中の最適な船体運動に対する考察を行った。このような手法は、航空機・宇宙機の誘導制御分野において様々な問題に適用されている。それとは別に最適制御問題を、静的な問題である数理計画法に変換して解く手法も以前より用いられている^{13), 14)}。この解法では入力変数、場合によっては状態変数も離散化して最適化問題の設計変数として取り扱う。著者らの以前の研究では、変分法により Bang-Bang 型の舵入力を得たが⁵⁾、今回のようなブローチングに関わる高速域では計算が収束しない事例が見られた。そこで本研究では同様の変分法を用いた解法に加え、数理計画法による最適化手法も併用して検討を行った。

4.2 数理計画法による最適制御問題の数値解法

最適制御問題の定式化は以前の著者らの研究⁵⁾と同一であり、次のように表される。評価関数は指令針路角と時々刻々の出会い角の分散とし、また制約条件は舵角の絶対値が最大舵角の絶対値を超えないことを課している。また制御入力は舵角に限定しているため、状態方程式を (2.4) 式から改め (4.1) 式として表記し直している。

$$\text{状態方程式} : \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F}(\mathbf{x}, \delta; \mathbf{b}) \quad (4.1)$$

$$\text{初期条件} : \mathbf{x}(0) = \mathbf{Specified} \quad (4.2)$$

$$\text{終端条件} : \mathbf{x}(t_f) = \mathbf{Free} \quad (4.3)$$

$$\text{評価関数} : J = \frac{1}{t_f} \int_0^{t_f} (\chi - \chi_c)^2 dt \quad (4.4)$$

$$\text{制約条件} : -\delta_{MAX} \leq \delta \leq \delta_{MAX} \quad (4.5)$$

この定式化は連続変数に対するものであり、数理計画問題として解くためには問題を離散化する必要がある。その方法には大別して二種類あり、一つは状態変数と入力変数を離散化する手法¹⁵⁾、もう一つは入力変数のみを離散化する手法¹⁶⁾である。本論では後者の入力変数のみを離散化する手法により最適制御問題を解くこととした。

数理計画問題では最適化変数を \mathbf{X}_p 、目的関数（評価関数）を $\Phi(\mathbf{X}_p)$ 、制約関数 $\mathbf{g}(\mathbf{X}_p)$ とすれば次の問題を解くことになる。

$$\text{Minimize} : \Phi(\mathbf{X}_p) \quad (4.6)$$

$$\text{Subject to} : \mathbf{g}(\mathbf{X}_p) \leq \mathbf{0} \quad (4.7)$$

上述した最適制御問題は次の手順により数理計画問題に変換できる。まずは時間 $t \in [0, t_f]$ を終端時間 t_f により

$$\tau = \frac{t}{t_f} \quad (4.8)$$

として無次元化し $\tau \in [0, 1]$ としておく。そして次のように無次元時間間隔 $[0, 1]$ を $N+1$ 個の要素に分割し、

$$\tau_i = \frac{i}{N} \quad (i=0, 1, 2, \dots, N) \quad (4.9)$$

として各要素接点(Node)での時間を定義する。そして時間接点での状態変数を $\mathbf{x}_i = \mathbf{x}(\tau_i)$ 、入力変数を $\delta_i = \delta(\tau_i)$ として定め、数理計画法により最適化する変数 \mathbf{X}_p を

$$\mathbf{X}_p = [\delta_0, \delta_1, \dots, \delta_N]^T \quad (4.10)$$

として定める。 \mathbf{X}_p は未知数であるが、数値的に解くため初期値が与えられ、繰り返し計算の中で \mathbf{X}_p の値は更新される。そして各繰り返し段階での \mathbf{X}_p の値を用いて状態方程式を初期値積分することで状態変数を計算する。ただし各時間接点間 (Segment) において入力変数は線形に変化すると考える。次に評価関数は離散的表現として次のように定義する。

$$\Phi(\mathbf{X}_p) = \sum_i \Delta t [\chi_i(\mathbf{X}_p) - \chi_c]^2 \quad (4.11)$$

ここで $\Delta t = 1/N$ であることを考慮して、 $N \rightarrow +\infty$ の極限を考えると

$$\lim_{N \rightarrow +\infty} \frac{1}{N} \sum_i [\chi_i(\mathbf{X}_p) - \chi_c]^2 = \int_0^1 (\chi(\tau) - \chi_c)^2 d\tau \quad (4.12)$$

となるため、分割を細かく設定すれば数理計画問題による解法と変分法による解法が同一となることが理解できる。最後に制約関数は

$$g_i = \delta_i^2 - \delta_{MAX}^2 \leq 0 \quad (4.13)$$

として定義し、これで最適制御理論のすべての条件が数理計画問題に変換されたことになる。ただし (4.13) 式中、 g_i は制約関数 \mathbf{g} の i 番目要素を表している。

数理計画問題の数値計算アルゴリズムとしては、逐次二次計画法¹⁷⁾ (SQP 法 : Successive Quadratic Programming Method) を採用した。この方法は一般的な非線形計画問題を逐次的に二次計画問題で近似し、Lagrange 関数の二次勾配からなる Hesse 行列 (Hessian) を BFGS 公式により一次勾配を用いて近似する手法である。アルゴリズム中には評価関

数の入力変数についての微分が存在する。土屋ら¹⁶⁾はこれを感度微分方程式によって計算する手法を提案しているが、本論では数値差分によって求めた。

5. 数値計算と考察

5.1 変分法と数値計画法の比較

Figs.3-4に变分法を用いた解法と数値計画法による解法による計算結果の比較を示す。両図では横軸に ξ_G をとった相空間の射影図を用い、波との出会い角 χ と舵角 δ を縦軸にそれぞれプロットしている。計算条件はノミナルフルード数を $Fn=0.3$ とし、オートパイロットコース χ_C を15度とした。ここでノミナルフルード数 Fn とは、そのプロペラ回転数によって平水中を自航するときの速度を、垂線間長 L と重力加速度 g によって無次元化を施したフルード数である。

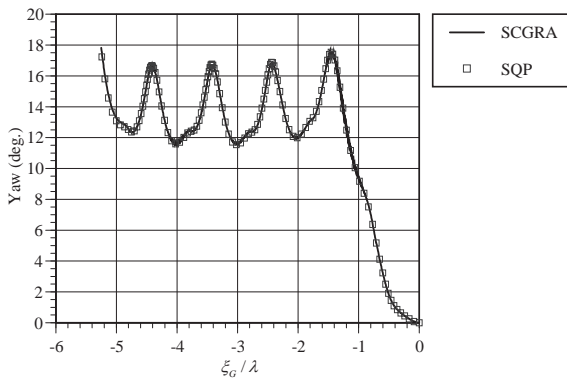


Fig.3 Comparison of heading angles as a function of longitudinal ship position between the mathematical programming method and the variation method with the nominal Froude number of 0.3.

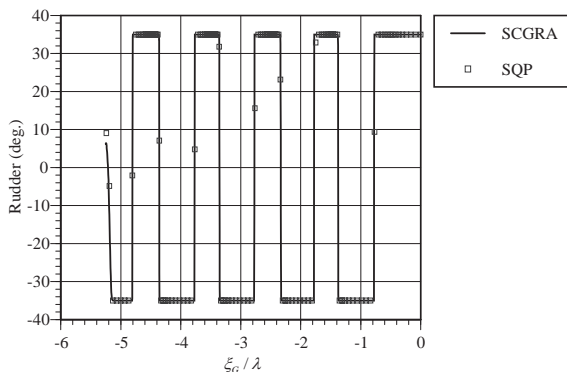


Fig.4 Comparison of rudder angles as a function of longitudinal ship position between the mathematical programming method and the variation method with the nominal Froude number of 0.3.

初期値としては波の谷において大変低い前進速度 $u=0.1$ m/sで横傾斜せず直進している状態を用いた。また海象条件は本論を通じ、自由航走模型実験でブローチングが確

認されている波長船長比 $\lambda/L=1.637$ 、波岨度 $H/\lambda=0.1$ を選んで計算を行った。なお数値計画法問題を用いた解法を適用するにあたっては、舵角入力を2Hzで離散化している。

両図より両者の計算手法に大きな差異が見られないことが読み取れ、計算精度には高い信頼性があることが分かる。本論で用いた状態方程式の下では、最適な舵角入力はPontryaginの最小値原理¹⁸⁾によりBang-Bang入力となることは以前の検討⁵⁾から判明しており、変分法および数値計画法による計算結果が、Bang-Bang入力の特徴を完全に捉えているといえる。数値計画法問題を用いた解法の数値的収束が良好であったことから、本論ではこれ以後の検討をより安定な数値計画法による解法を用いて行った。

5.2 ブローチングが問題となる速度域での計算

高速域におけるブローチング発生の必要条件の一つは波乗り現象であることはよく知られる通りである。波乗り現象については分岐理論による解析がこれまで詳細に行われており^{3,4)}、この海象条件における χ_C が15度での波乗り限界が $Fn=0.3408$ として求められている。従って本章ではこれよりも高い速度域を対象に行った計算を示す。Figs.5-9は比例制御と、最適制御理論による計算結果との比較である。このうちFigs.5-6は出会い角 χ と舵角 δ を時系列として表し、Figs.7-9はそれぞれ波方向速度 u_ξ 、 χ および δ を縦軸に取り、 ξ_G を横軸に取った相空間の射影図として表している。ここで比例制御によるオートパイロットは

$$\dot{\delta} = [-\delta - K_R(\chi - \chi_C)] / T_E \tag{4.1}$$

により表わし、 $K_R=1.0$ を用いて計算を行った。海象条件はFigs.3-4と同一とし、またノミナルフルード数は波乗り限界速度より高い $Fn=0.35$ として行った。この条件下では波乗りが続いてブローチングを起こすが、出会い角が大きくなることで波に抜かれ、その後また波乗りとブローチングを周期的に繰り返すことが数値シミュレーションで確認されている。従ってこの計算における初期値は、周期的にブローチングを繰り返している状態を選んだ。

Figs.7-9より比例制御、最適制御のいずれにおいても、船は波の谷において一度波乗りとブローチングを起こした後、波に完全に抜かれていることが読み取れる。そして比例制御下では最大舵角にもかかわらず回頭角が増大する傾向を示している。すなわちこれは梅田の判定条件の下でのブローチングに他ならない。それに対し最適制御理論を適用して得た解では、終端時間付近において回頭角度が比例制御に比して小さくなっているものの、ブローチング中の大きな回頭運動を防ぎ得ていないことが理解できる。また平衡点に拘束される直前から回頭角が大きく発達するまでの間、反対舷への最大舵角を取っていることも理解できる。

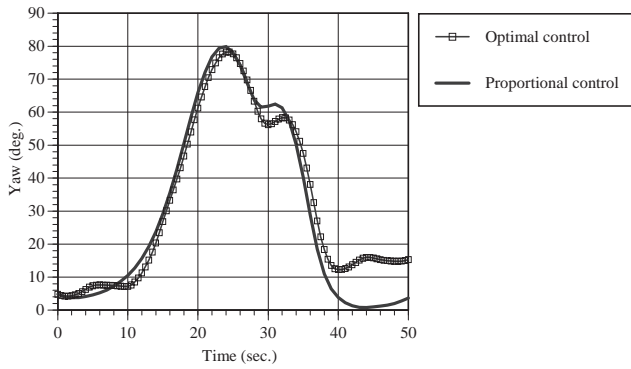


Fig.5 Comparison of heading angle as a function of time between the optimal control and the proportional control with the nominal Froude number of 0.35.

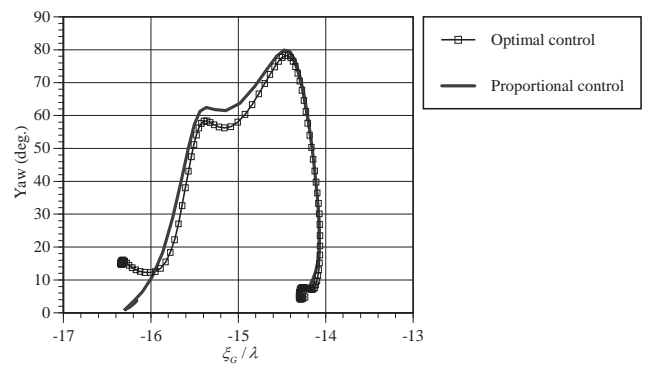


Fig.8 Comparison of heading angle as a function of longitudinal ship position between the optimal control and the proportional control with the nominal Froude number of 0.35.

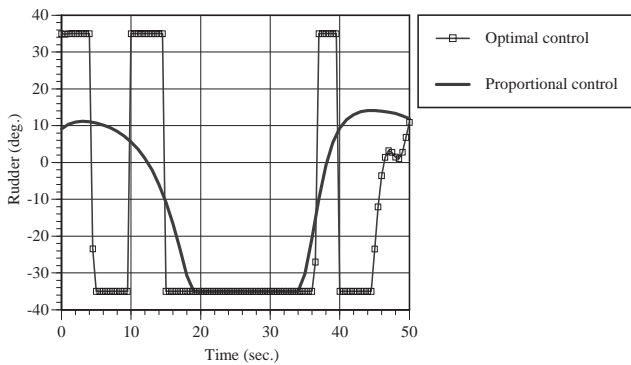


Fig.6 Comparison of rudder angle as a function of time between the optimal control and the proportional control with the nominal Froude number of 0.35.

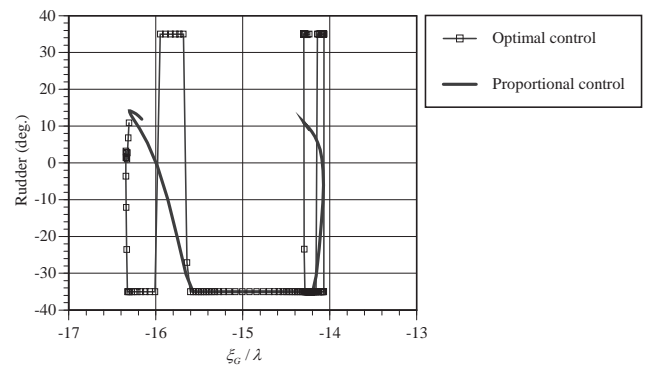


Fig.9 Comparison of rudder angle as a function of longitudinal ship position between the optimal control and the proportional control with the nominal Froude number of 0.35.

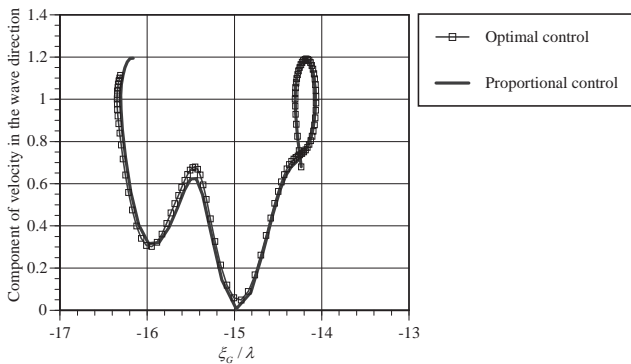


Fig.7 Comparison of component of velocity in the wave direction as a function of longitudinal ship position between the optimal control and the proportional control with the nominal Froude number of 0.35.

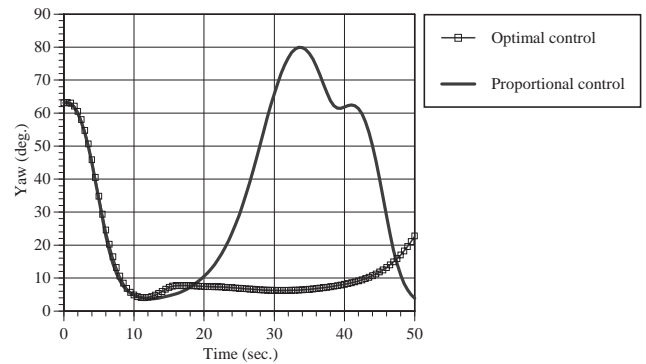


Fig.10 Comparison of heading angle as a function of time between the optimal control and the proportional control with the nominal Froude number of 0.35 and slightly different initial condition for Figs.5-9.

この計算条件下での舵角入力ほぼ Bang-Bang 制御に近い傾向を示しており、これは Pontryagin の最小値原理から導かれる結果と符合している。従って、示した最適解が必ずしも大域的最適解であることの保証はないものの、数値計算結果が最適解の傾向を実現できていると考えられる。

Figs.10-14 は最適制御理論を適用する区間を Figs.5-9 から

10 秒前にずらして行った計算結果であり。これらは Figs.5-9 と同様、Figs.10-11 は時系列、Figs.12-14 は相空間の射影図を表している。これらより比例制御下ではすぐさまブローチングを起こし、波に抜かれているにもかかわらず、最適制御下では安定波乗り落ち着いたように見える。しかしながらこのときの波との出会い角は反対舷へ最大限の舵をき

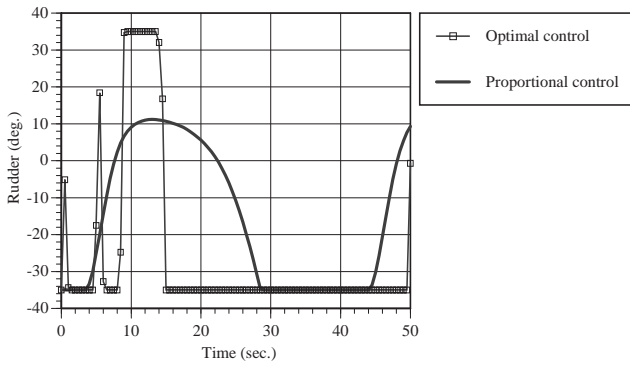


Fig.11 Comparison of rudder angle as a function of time between the optimal control and the proportional control with the nominal Froude number of 0.35 and slightly different initial condition for Figs.5-9.

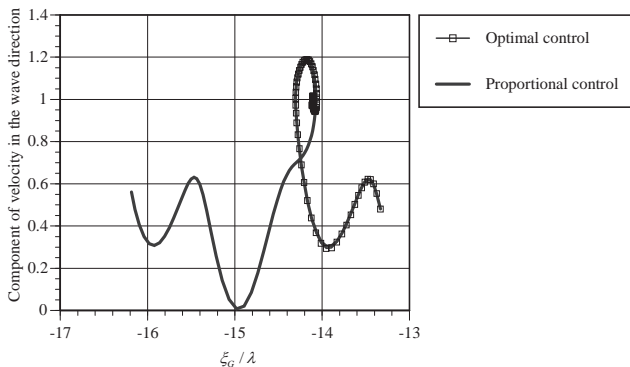


Fig.12 Comparison of component of velocity in the wave direction as a function of longitudinal ship position between the optimal control and the proportional control with the nominal Froude number of 0.35 and slightly different initial condition for Figs.5-9.

っているにもかかわらず、なお増大する傾向をみせている。従ってこの後は出会い角がさらに大きくなり波に抜かれる、すなわちブローチングが生じるものと考えられる。

Figs.5-9 と Figs.10-14 では同じ海象条件とプロペラ回転数にもかかわらず、初期値の違いにより運動の傾向が大きく異なるように見えるものの、最終的にブローチングが発生するという点では定性的に同じといえよう。また、安定平衡点付近に拘束されている間に反対舷への最大舵角をとる点はいずれの条件の最適制御でも共通している。このことは状態変数がつくる相空間内において Yaw 方向に運動が発達するか否かが、波乗り中の静的な釣合の問題に帰着されることを意味している。すなわち最適制御を適用しても、結果的に波乗り中に Yaw 方向へ不安定となるのであればブローチングに移行することになり、その場合にはそれ以前の操船プロセスが比例制御か最適制御であるかには大きく依存しないと考えられる。よってこの条件におけるブローチングは最適制御

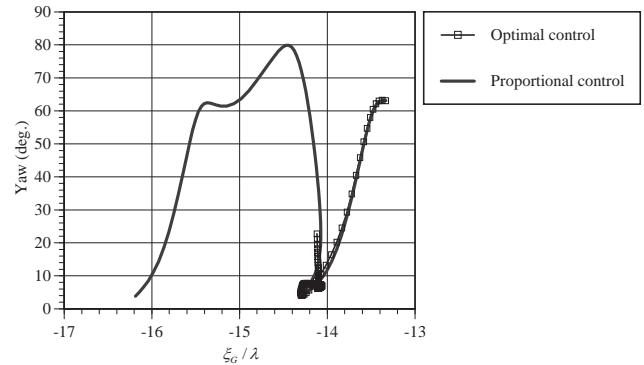


Fig.13 Comparison of heading angle as a function of longitudinal ship position between the optimal control and the proportional control with the nominal Froude number of 0.35 and slightly different initial condition for Figs.5-9.

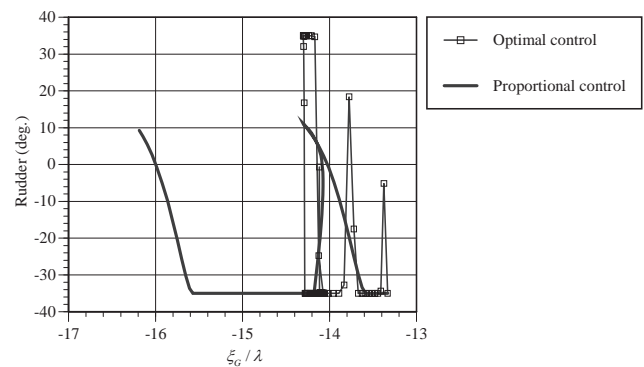


Fig.14 Comparison of rudder angle as a function of longitudinal ship position between the optimal control and the proportional control with the nominal Froude number of 0.35 and slightly different initial condition for Figs.5-9.

によっても防ぎ得ないと考えられ、元良ら¹⁰⁾や梅田ら¹¹⁾のブローチングの必要条件の考え方が適用可能であると考えられる。

6. 結言

本論で得られた主な結論を以下のように列記する

1. 数値計画法による解法と変分法に基づく数値最適化の比較を行った。その結果計算法の違いによる差がないことを確認し、計算精度に高い信頼性があることを示した。
2. ブローチングが問題となる海象条件下における船体運動について、数値計画法による最適制御理論を用いた計算を行った。その結果、最適な保針制御を行ってもなお大回頭を防ぎえない例を示した。
3. 本論で用いた計算条件下においてブローチングが生じるか否かという問題は、それまでの保針制御が比例制御か最適制御かに依存せず、Yaw 方向の静的釣合の安定

性に帰着できると考えられる。

4. そして波乗り中に Yaw 方向へ不安定となるのであれば、最終的にはブローチングに移行し、これは最適制御によっても必ずしも防ぎ得ないと考えられる。

謝 辞

本研究の一部は日本学術振興会科学研究費補助金（基盤 B：18360415）によった。ここに記して謝意を表する次第である。

参 考 文 献

- 1) 梅田直哉：実海域の復原性能，日本造船学会誌，第 884 号，2005.
- 2) Umeda, N., Hashimoto, H., Maki, A., Hori, M., Matsuda, A. and Momoki, T. : Prediction Methods for Broaching and Their Validation –Final Report of SCAPE Committee (Part6)–, Proceedings of the 6th Osaka Colloquium on Seakeeping and Stability of Ships, pp.307-313, 2008.
- 3) Umeda, N. : Nonlinear Dynamics on Ship Capsizing due to Broaching in Following and Quartering Seas, Journal of Marine Science and Technology, Vol.4, 1999.
- 4) Maki, A. and Umeda, N. : Numerical Prediction of the Surf-riding Threshold of a Ship in Stern Quartering Waves in the Light of Bifurcation Theory, Journal of Marine Science and Technology, DOI 10.1007/s00773-008-0017-2, 2008.
- 5) 牧敦生, 梅田直哉, 上野誠也：追波中保針問題に対する最適制御理論の応用，日本船舶海洋工学会論文集，第 7 号，2008.
- 6) Umeda, N. and Hashimoto, H. : Qualitative Aspects of Nonlinear Ships Motions in Following and Quartering Seas with High Forward Velocity, Journal of Marine Science and Technology, Vol.6, 2002.
- 7) Renilson, M.R. and Driscoll, A. : Broaching – An Investigation into the Loss of Directional Control in Severe Following Seas, Trans. RINA, 1982.
- 8) Renilson, M.R. : An Investigation into the Factors Affecting the Likelihood of Broaching-to in Following Seas, Proceeding of the Second International Conference on Stability of Ships and Ocean Vehicles, Tokyo, 1982.
- 9) Renilson, M.R. : Summary of Discussion on Session 1, (Surf-riding, Broaching and Capsizing in Following/Quartering Seas), Proceeding of the Second Workshop on Stability and Operational Safety of Ships, Osaka, 1996.
- 10) 元良誠三, 藤野正隆, 小柳雅志朗, 石田茂資, 島田和彦, 牧岳彦：ブローチング現象発生機構に関する考察，日本造船学会論文集，第 150 号，1981.
- 11) Umeda, N. and Renilson, M.R., “Broaching - A Dynamic Analysis of Yaw Behavior of a Vessel in a Following Sea”, in Maneuvering and Control of Marine Craft (Wilson, P.A. eds.), Computational Mechanics Publications (Southampton), 1992.
- 12) Miele, A. and Wu, A. K. : Sequential Conjugate Gradient Restoration Algorithm For Optimal Control Problems with Non-Differential Constraints and General Boundary Conditions, Part1, Optimal Control Applications and Methods, Vol.1, 1980.
- 13) Bryson, A. E. and Ho, Y. C. : Applied Optimal Control, Blaisdell Publishing Company, 1969.
- 14) 鈴木真二：最適制御問題の数値解法，計測と制御，第 36 巻，第 11 号，1997.
- 15) Hargraves, C. R. and Paris, S. W. : Direct Trajectory Optimization Using Nonlinear Programming and Collocation, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol.10, No.4, 1987.
- 16) 土屋武司, 鈴木真二：数理計画法を用いた最適制御問題解法に関する研究（その 1）感度微分方程式の導入，日本航空宇宙学会誌，第 45 巻，第 519 号，1997.
- 17) 茨城俊秀, 福島雅夫：FORTRAN77 最適化プログラミング，岩波書店，1991.
- 18) 加藤寛一郎：工学的最適制御，東京大学出版会，1988.

本文中の記号の補足

c	波の位相速度
g	重力加速度
GM	メタセンター高さ
I_{xx}	Roll 運動に関する慣性モーメント
I_{zz}	yaw 運動に関する慣性モーメント
J_{xx}	Roll 運動に関する付加慣性モーメント
J_{zz}	yaw 運動に関する付加慣性モーメント
K_p	roll 角速度についての Roll 流体力微係数
K_r	yaw 角速度についての Roll 流体力微係数
K_R	舵の比例制御ゲイン

K_v	y方向速度についてのRoll流体力微係数	t_f	終端時間
K_w	波によるRollモーメント	u	前進速度
K_δ	舵角についてのRoll流体力微係数	v	横速度
K_ϕ	Rollの復原力係数	X_w	波によるx方向の力
m	船体重量	Y_r	yaw角速度についてのy方向流体力微係数
m_x	x方向付加質量	Y_v	y方向速度についてのy方向流体力微係数
m_y	y方向付加質量	Y_w	波によるy方向の力
n	プロペラ回転数	Y_δ	舵角についてのy方向流体力微係数
N_r	yaw角速度についてのyaw流体力微係数	Y_ϕ	Roll角度についてのy方向流体力微係数
N_v	y方向速度についてのyaw流体力微係数	χ	波に対する出会い角
N_w	波によるyawモーメント	χ_c	波に対する指令針路角
N_δ	舵角についてのyaw流体力微係数	δ	舵角
N_ϕ	Roll角についてのyaw流体力微係数	δ_{MAX}	最大舵角
p	Roll角速度	χ_c	波に対する指令針路角
r	Yaw角速度	ϕ	Roll角
R	船体抵抗	λ	波長
T	プロペラ推力	ξ_G	波の谷から船体重心までの ξ 方向距離
T_E	操舵機の時定数		
