

# Designing Yarn Path on a Mold for Knot Formation

KIKURA Hiroataka, SHINTAKU Sukenori\*, KINARI Toshiyasu, SHIMOKAWA Tomotsugu

Graduate School of Natural Science and Technology, Kanazawa University,  
Kakuma-machi, Kanazawa 920-1192, Japan

Received 5 December 2007; accepted for publication 4 June 2008

## Abstract

Making knot is important work in the textile industry. Now, devices which make knots such as knotters and splicers are spread. However these devices cannot make all knots used in the textile industry, thus workers still make knots by their hand in some textile mills. These mills, therefore, demand to make knots automatically.

In this study, we used a set of parts which is called a mold to make various knots. Tracks corresponding to each knot must be carved on the surface of a mold. However experience by practice is needed to design a mold, thus a logical design process is demanded for anyone to design tracks. We used the knot theory and the Dowker notation to adapt the mold for each knot, then we tried to move and/or compose tracks in order to obtain the appropriate path.

*Key Words:* Knot, Mold, Path, Knot theory, Dowker notation

## 型を使用した結び目形成のための糸経路設計

木倉寛隆, 新宅救徳\*, 喜成年泰, 下川智嗣

金沢大学大学院自然科学研究科

### 1. 緒言

繊維産業において「繫ぐ」という作業は重要な要素の一つである。この繫ぐ方法には、糸と糸を撚り合わせる方法や接着する方法、そして結ぶ方法がある。現在、糸を繫ぐ装置にはノッター[1]やスプライサー[2]があり、既に完成度の高い製品として市販されている。しかし現場では未だ作業員の手によって結ばれている結び目も少なくない。そして、これらの結び目の中には機械的に結ぶことが求められているものもある。しかも、その結び目のほとんどは複雑なものであり、従来のようにメカトロニクスを主として製作しようとすれば、装置の複雑化やコストの高額化といった問題に直面し開発を断念せざるを得ないものも少なくない。そこで本研究では、従来のメカトロニクスの結び目を作る装置とは全く違った方法として、「型」という部品に着目する。この型は止め結び[3]や本結び[4]を結ぶ装置として過去に特許出願されている[5-9]が、他の結び目への発展は示されていない。そこで我々は様々な結び目に対応させるための研究を行い[10]、

型の設計のための論理的な手順を確立することが最も重要であることを見出した。そのためここでは、位相幾何学分野にある結び目理論[11]を利用して、型を設計する方法についての検討した結果を報告する。

### 2. 結び目理論

#### 2.1 射影図

Fig. 1は我々が日ごろ使用している結び目の中でも最も簡単なもので止め結びという。この止め結びの端Aと端Bを繋ぎ合わせるとFig. 2に示すような閉曲線となる。結び目理論ではこのような閉曲線のことを結び目と定義している。したがってFig. 1の止め結びのように結び目の端と端が繋がっていないものは工業的な結び目であり、結び目理論において結び目とはいえない。Fig. 2の結び目を三つ葉結び目といい、このような結び目を描いた図を射影図と呼ぶ。

射影図は太さがなく長さや形を自由に換えられる線によ

\* 連絡先：金沢大学大学院自然科学研究科機能機械科学専攻 920-1192 金沢市角間町  
E-mail: sintaku@t.kanazawa-u.ac.jp, Tel: +81-76-234-4693, Fax: +81-76-234-4695

て描かれており、曲線と交点で構成されている。交点は上下関係を表すために上の線を実線で描き下の線を白抜きにする。また、射影図は全ての結び目を表すことができる。

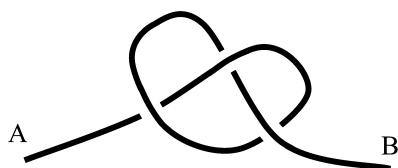


Fig. 1 Overhand knot.

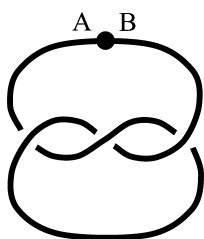


Fig. 2 Projection of trefoil knot.

## 2.2 ドウカーの表示法

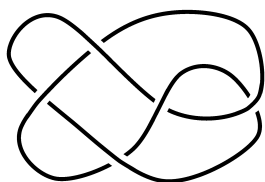
結び目を表現する手法としては様々な方法があり、数学的にはブレイド表示[12]が多く用いられているが、本研究においてはコンピュータ処理等に適した簡便な方法である「ドウカーの表示法」[11]を採用する。

まず交点5の交代結び目について考える。交代結び目とは Fig. 3(a)に示すように、一つの方向に結び目をたどっていくと、交点において交互に上, 下を通るような射影図を持つ結び目である。

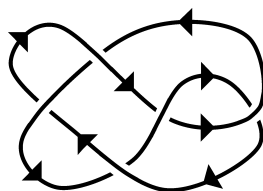
Fig. 3(b)に示すように、結び目に沿って矢印を描いて向きをつける。そして Fig. 3(c)に示すように、任意の交点を決定し、その交点を1, 次の交点を2というように順に番号を振っていく。結び目を1周し終わるまで交点に番号をつけていくと、交点は2回ずつ通るはずなので、各交点には2個の番号がついていることとなる。実際には、各交点には偶数と奇数の番号が1つずつ付いている。

したがって、この交点の番号付けによって、1から10までの奇数と偶数を対にしたと考えることができる。 Fig. 3(c)の例では次のようになる。

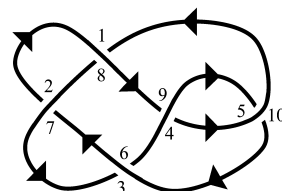
1	3	5	7	9
8	6	10	2	4



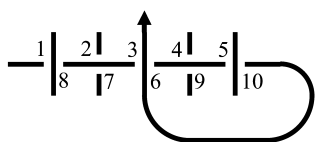
(a) Alternating knot



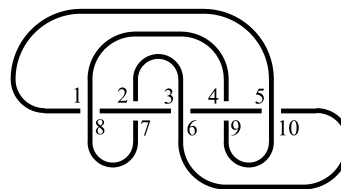
(b) Draw arrows to decide direction



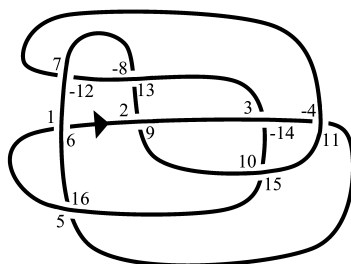
(c) Draw numbers on intersections



(d) Constitution of knot from Dowker notation



(e) Knot which consists of progression "8 6 10 2 4"



(f) non-alternating knot which consists of progression "6 -14 16 -12 2 -4 -8 10"

Fig. 3 Explanation of Dowker notation.

これを簡単に“8 6 10 2 4”と書くこともある。この数列の意味は、1と8が対になっている、3と6が対になっている、等々ということを表している。つまり、奇数を小さい方から上列に並べ、その奇数と対になる偶数を下列に並べてある。即ち、結び目の射影図から偶数からなる数列が得られたことになる。しかもこの偶数の数列の個数は結び目の交点の数と一致する。

今度は逆に交代結び目の射影図を表す偶数の数列“8 6 10 2 4”が与えられた時、どのようにすれば射影図が描けるかということを考える。まず、Fig. 3(d)に示すように、1と8という番号の付いた最初の交点から描き始め、この交点の下を通る道を伸ばして次の2という番号の付いた交点に移る。2は7と対になっているので、この交点では今伸ばした道は、上を通ることになる。この道をさらに伸ばして次の交点に移る。ここでは、下を通ることになる。また、この交点には3という番号と、それと対になっている6という番号が付いている。そして、その次の番号がすでに出てきた交点に付いた番号になるまでこの方法を続けていく。結び目は次にその交点を通らないとならないので旋回することになる。このような操作を1に戻るまで続けることでFig.3(e)に示す射影図を得ることができる。

次に交代結び目でないとき、すなわち非交代結び目について考える。まず、Fig. 3(f)に示すように、以下に示す規則で偶数の数列に正負の符号を付け足すことにする。各交点には偶数と奇数の2つの番号が付くことになるが、ある交点に偶数の番号をつけるときにその線が交点の上を通ればその偶数は正にし、下を通ればその偶数は負にする、と定義する。したがって、Fig. 3(f)の結び目では14, 12, 4, 8が負になり、対応する数列は次のようになる。

1	3	5	7	9	11	13	15
6	-14	16	-12	2	-4	-8	10

この数列をFig. 3(e)のように描きなおすことは当然可能である。描き方は前述の通りであるので変形後の図は省略する。

ドウカーの表示法によって、結び目の射影図を数列としてコンピュータに認識させることができる。仮に14交点の結び目を分類したいとする。14個の偶数2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28の順列の個数は14!個である。これは約870億個である。さらに、各偶数に正か負の符号をつけると、この $2^{14}$ 倍になる。もちろん14交点の結び目の個数はこれほど多くはない。これは同じ結び目を表す数列がいくつもあるからである。しかし、結び目の一覧表を作る上で、このドウカーの表示法は良い方法である。

### 3. 結ぶ方法

本研究で考案した「型」の概念を以下に示す。

まず中空で自由に曲げることのできるゴムホースの様なも

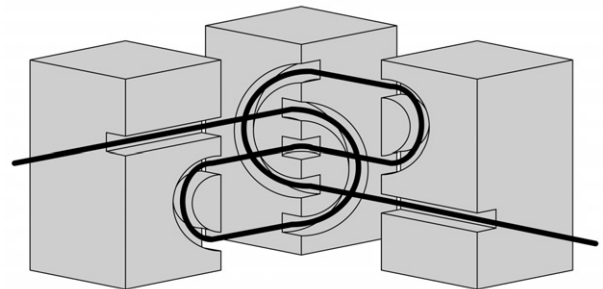
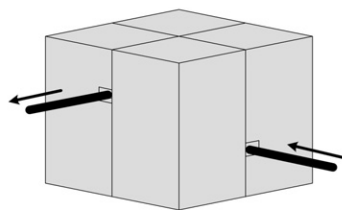
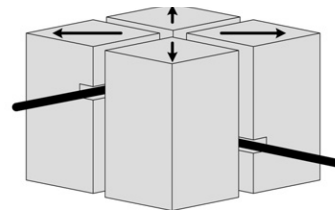


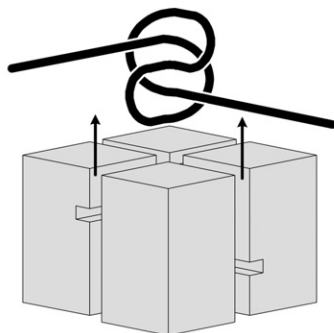
Fig. 4 Structure of mold.



(a) Insert yarn into mold



(b) Open the mold



(c) Take out the yarn



(d) Tighten the knot

Fig. 5 Usage of mold.

のを準備し、作りたい結び目の形にする。次に、ホースの中に糸を挿入する。そして、ホースの結び目を解かず、ホースのみを取り除くことができれば、結び目の形になった糸を得ることができる。しかし、実際にはホースを切断したり、溶解したりせずに取り除くことはできない。そこで、この問題を解決したのが「型」である。

型とはFig. 4に示すように複数のブロックに分割することができ、内部の面に糸が通る経路として溝を有する部品である。溝の形状は作りたい結び目と同等の構造をしている。つまりこの溝がホースの内側の役目をする。したがって、溝同士は重ならず一本道である。そしてFig. 5に示すように、(a)で型に糸を挿入することによって、糸は溝と同じ形状、つまり結び目と同じ経路をとったことになる。さらに(b)、(c)で型を開き、糸を取り出すことによって、ホースを取り除いたことになり、最後に(d)で糸を締めこみ結び目を得ることができる。

## 4. 溝の設計

### 4.1 経路図

型を議論するうえで型に掘る溝の経路を理解することは最も重要な要素の一つである。そこで、経路を理解するうえで不可欠な経路の表現手法について説明する。

前節でも述べたように、型は分割することができ内側に溝を掘るための面がある。この面と経路を表したFig. 6(a)のような図を「経路の概略図」と呼ぶ。Fig. 6は止め結びの経路を現したものである。型は4つの面が1本の交線で交わり、この交線を「中心線」と呼ぶ。また経路を表す線を

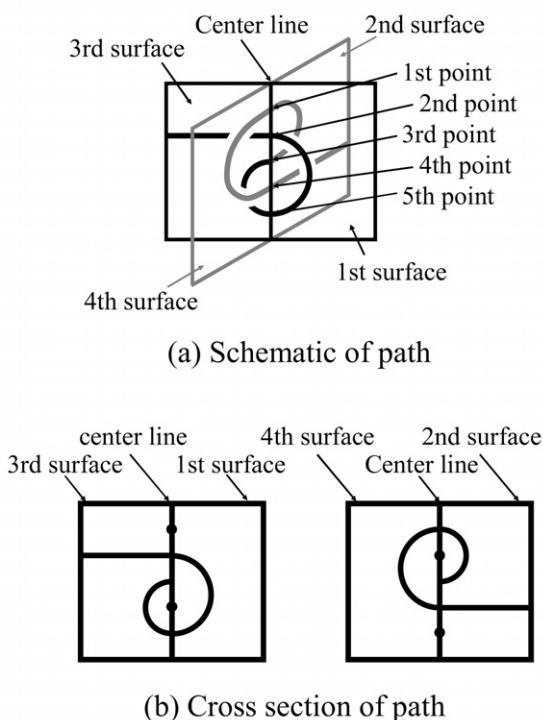


Fig. 6 Path figure.

「経路線」と呼ぶ。経路線は必ず面の表面上にあり、他の経路線と交わることはない。そして経路線は中心線と交差して他の面上にある経路線と繋がっている。この経路線と中心線が交差したところを上から順に第1点、第2点、第3点、…とする。また、面にも番号を付けFig. 6(a)に示すように反時計回りに第1面、第2面、第3面、第4面とする。この様にして経路の中で注目すべきところを端的に表現することができる。

また、Fig. 6(b)に示すように、第1面と第3面、第2面と第4面をそれぞれ繋げて表した図を「経路の断面図」と呼ぶ。

### 4.2 全ての結び目を型で表す

前節で述べた方法を実現させるためには、結び目と同じ構造の溝を持つ型を作らなくてはならない。そこで溝の経路設計について考える。

2.1で射影図は曲線と交点で構成されていると述べた。この射影図は全ての結び目を表すことができるため、曲線と交点をそれぞれ型で表すことができれば、全ての結び目を型で表すことができると言える。交点はFig. 7に示すような型で表すことができる。無論、曲線も表現可能である。したがって全ての結び目は型で表すことができるといえる。

この性質を利用した型の設計方法をFig. 8に示す。まず、結び目の射影図を用意し(a)、交点を一列に並べ方向をそろえる(b)。方向とは交点の横線が手前、縦線が奥となる向きである。そして射影図をそのまま板に彫り中心で割る(c)。さらに板の側面に経路を加える(d)。すると、この板の側面に加えた経路の部分が交点の型となる。最後に入口と出口を作り(e)、蓋で閉じて完成である(f)。

### 4.3 ドウカーの表示法の利用

Fig. 8に示したように、型を製作するには、まず射影図の交点を一直線に並べなければならない。この作業は止め結びのように構造が簡単なものであればそれほど難しい作業ではない。しかし、Fig. 3(a)や(f)のように複雑な結び目では、それも容易な作業ではない。そこで2.でも述べたドウカーの表示法を利用する。

Fig. 9に沿いドウカーの表示法の利用について説明する。まず、(a)のように止め結びを用意する。前述の結び目理論

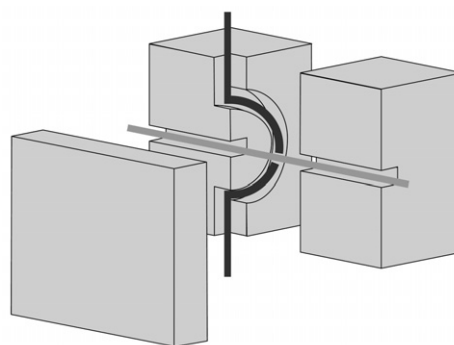


Fig. 7 Mold of intersection.



において結び目は閉曲線であると説明したが、今回、工業的に使われている、閉じていない結び目でも問題ないため、一般的である、工業的な結び目を使用している。(b)のように結び目に沿って矢印を描いていき、向きを付ける。そして(c)のように、ある交点を決め、その交点を1、次の交点を2というふうに順に番号を振っていく。最終的に1つの交点には偶数と奇数の番号が1つずつ付くこととなる。そしてこの交点に付いた番号に注目して、射影図を描きなおす。(d)に示すように、まず1と4の付いた交点から描き始め、1の方の道を伸ばし、次の2の付いた交点に移る。2と対になるのは5である。さらに2の方の道を伸ばし、次の3の付いた交点に移る。3と対になるのは6である。3の次は1と対になっている4であるため、回転することとなる。同様に4と5、5と6を繋ぐことで、交点を一直線に並べることができる。

次に射影図を経路に適応させることを考える。(e)は(d)を反時計回りに90°回転させて、交点を縦に並べたものである。また、説明のため、交点から縦に出ている線を灰色で表している。まず(e)の黒色の線の部分(交点から横に出ている線)を(f)の第1面と第3面にあると考える。この時、中心線は交点を通る縦の線である。次に(e)の灰色の線(交点から縦に出ている線)を考える。(e)で交点の下を通っている場合は(f)において第2面、交点の上を通っている場合は第4面となるように、交点が重ならないように経路を描く。以上の操作を行うことで、止め結びの経路を描くことができる。

ドウカーの表示法はもともと様々な結び目の射影図を表す

ための手法である。したがって、型の経路として使用するには無駄なところが多くあり、そのまま使用することはできない。よってさらに経路を変形させて適切な経路にする必要がある。

## 4.4 経路の変形過程

### 4.4.1 経路の移動

ある二つの経路の概略図と断面図をFig. 10に示す。この二つの経路は同じ結び目を表したものである。そして(a)と(b)を比較すると黒色線の部分は等しいが灰色線の部分は異なっている。(a)の灰色線は第3面に、また(b)の灰色線は第4面に属している。この二つの灰色線は両方とも第1点と第6点をつなぐという同じ性質を持ったものであり、なおかつ同じ結び目を表す役割をしている。つまり(a)の灰色線は(b)の灰色線に移動させても同じ性質を得ることができる。このような操作を「経路の移動」と呼ぶこととする。ただし移動する際に、他の経路を横切ってはならない。もし横切ってしまうと扱った結び目が変わってしまうからである。以下に経路の移動の手順を示す。

- 1 動かしたい経路を決定する。
- 2 その経路を隣の面に描く。
- 3 他の経路と重なっていなければ移動可能、重なっていれば移動不可となる。

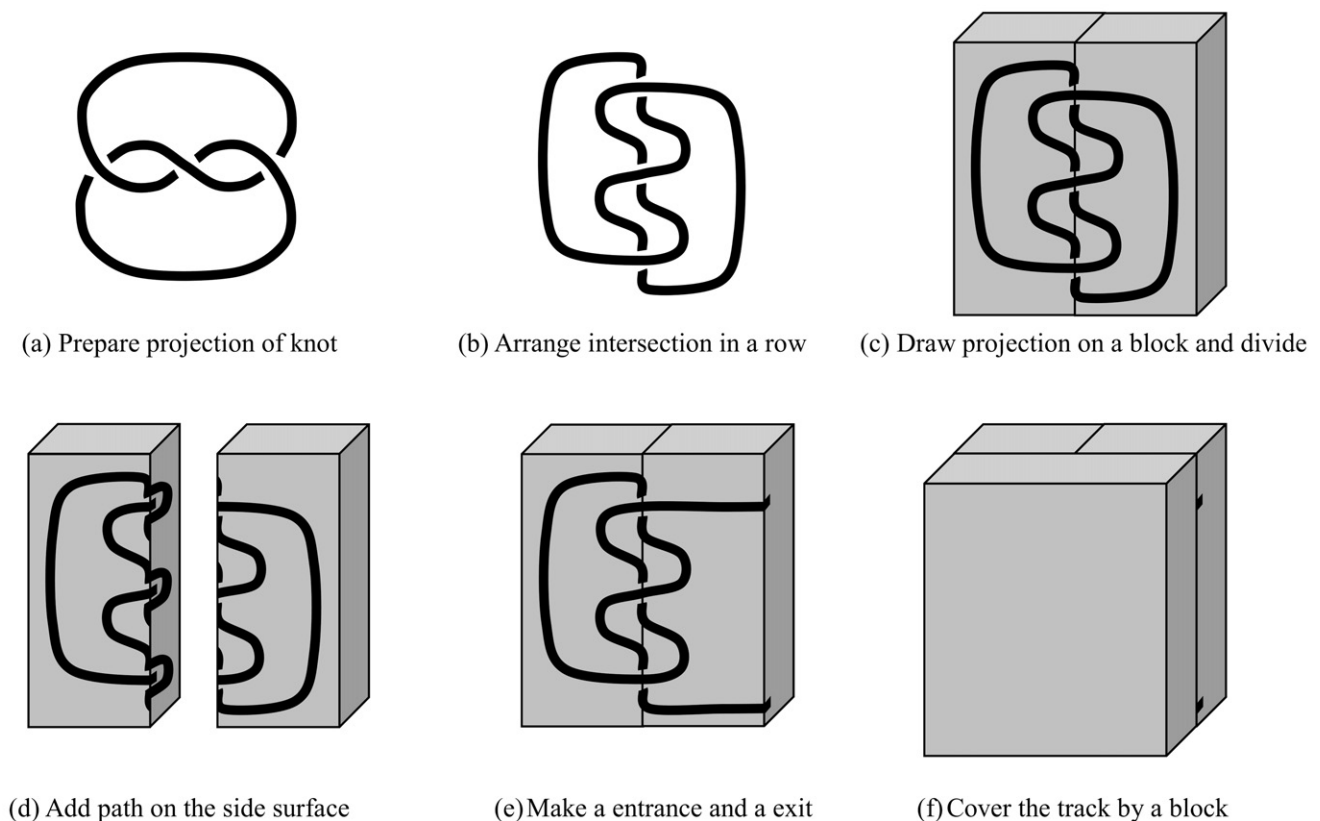
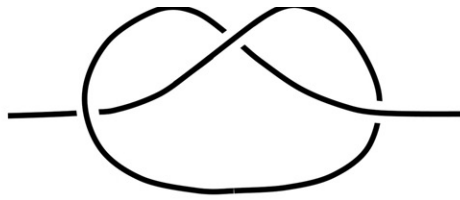
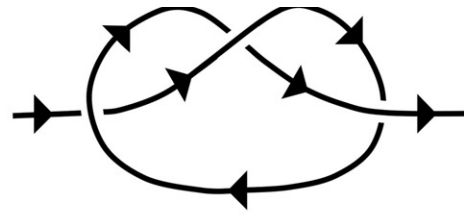


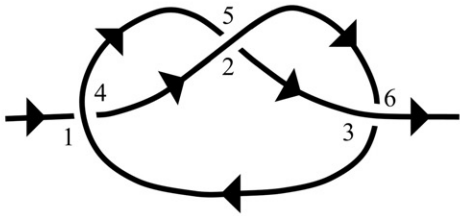
Fig. 8 Design of mold.



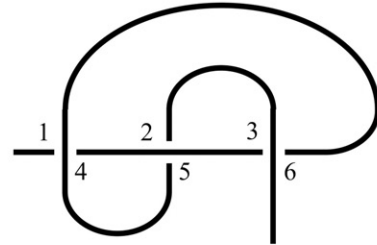
(a) Overhand knot



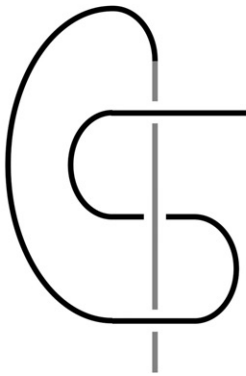
(b) Draw arrows to decide direction



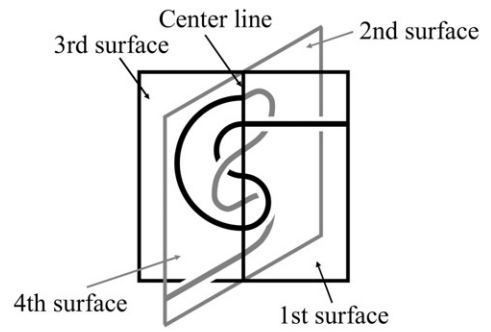
(c) Draw numbers on the intersection



(d) Knot which consists of progression "4 6 2"

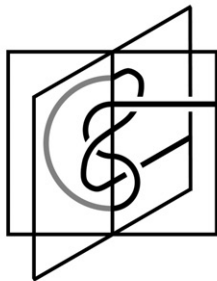


(e) Revolve CCW 90 degrees

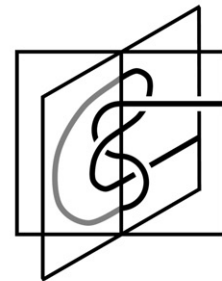


(f) Path of overhand knot

Fig. 9 Use of Dowker notation.



(a) Before movement



(b) After movement

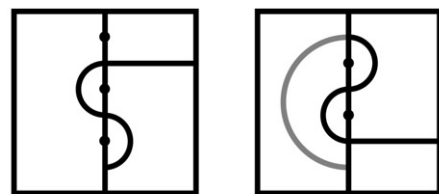
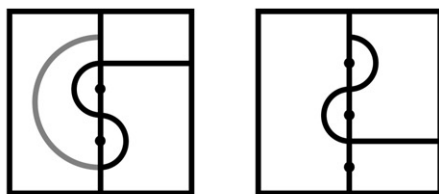


Fig. 10 Path movement.

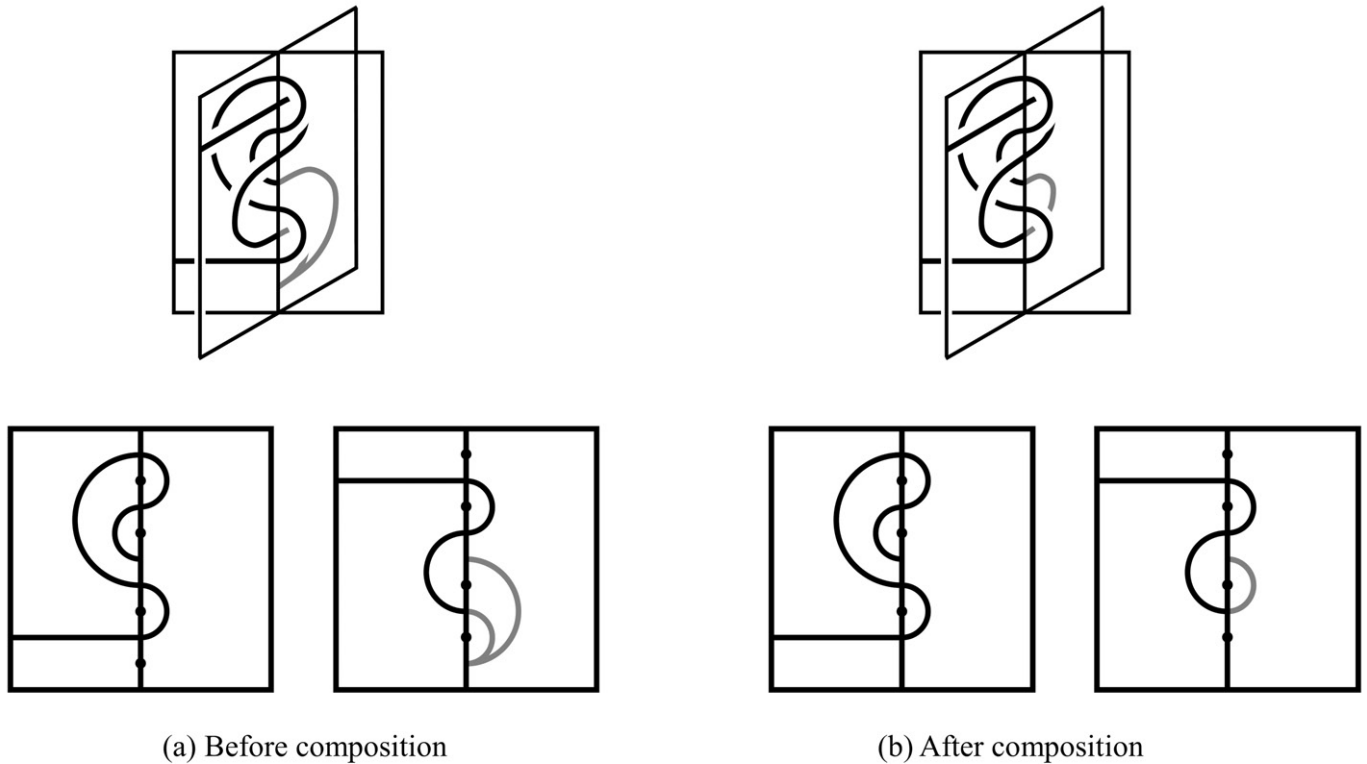


Fig. 11 Path composition.

#### 4.4.2 経路の合成

ある二つの経路の概略図と断面図をFig. 11に示す。この二つの経路は同じ結び目を表したものである。そして(a)と(b)を比較すると黒色線の部分は等しいが灰色線の部分は異なっている。(a)の灰色線はそれぞれ第5点と第9点、第9点と第7点をつないでいる。つまり、第5点から第9点に移動した後、第7点に戻るという無駄な経路をたどっていることになる。したがって(b)のように第5点と第7点をつなぐことで無駄な経路を省略することができる。このように、ある一つの面において第A点と第B点、第B点と第C点を繋ぐ二つの経路があったときに、この二つの経路は第A点と第C点を繋ぐ一つの経路にすることができる。このような操作を「経路の合成」と呼ぶこととする。また、経路の合成とは逆の操作をすることで一つの経路を二つに分解することもできる。

#### 4.4.3 経路変形

4.4.1で経路の移動を、4.4.2で経路の合成を説明した。ここでは「経路の移動」、「経路の合成」、「経路の分解」を使用することで、Fig. 9(f)に示した止め結びの経路をさらに変形させる。

Fig. 12に止め結びの変形過程を示す。今回、経路変形を説明するに当たり、経路の断面図を使用している。また、経路の変形を行う場所を灰色の線で表している。以下の手順を踏

むことで止め結びの経路を製作することができた。

(a)→(b) 経路の移動, (b)→(c) 経路の移動, (c)→(d) 経路の合成, (d)→(e), (e)→(f) 経路の分解, (f)→(g) 経路の移動, (g)→(h) 経路の合成, (h)→(i) 経路の移動, (i)→(j) 経路の移動, (j)→(k) 経路の合成

## 5. 結 言

本研究では「型」という部品を使用することで、既存技術とは一線を画した方法で、容易に結び目の形を作る方法を示した。そしてドッカーの表示法を使用することで結び目の交点を一直線に並べ型に経路を適応させることで、全ての結び目の型を作製可能であることを示した。また「経路の移動」、「経路の合成」を行うことで経路の変形を行った。しかし、今回使用した止め結びはもっとも簡単な結び目であり、今後さらに複雑な結び目についての経路設計を行っていく必要がある。また、経路の変形を行う上でその手順に決まった法則は発見されず、現状では経路の変形に経験的な要素が大きく関わっている。そのため、誰でも一様に同じ経路を設計できるわけではなく、最終的には経路変形の規則性を発見していくことが課題となる。

本研究の一部は第59回年次大会研究発表会において発表した。また、型の製作に関し、協力いただいた金沢大学技術支援センターに感謝します。

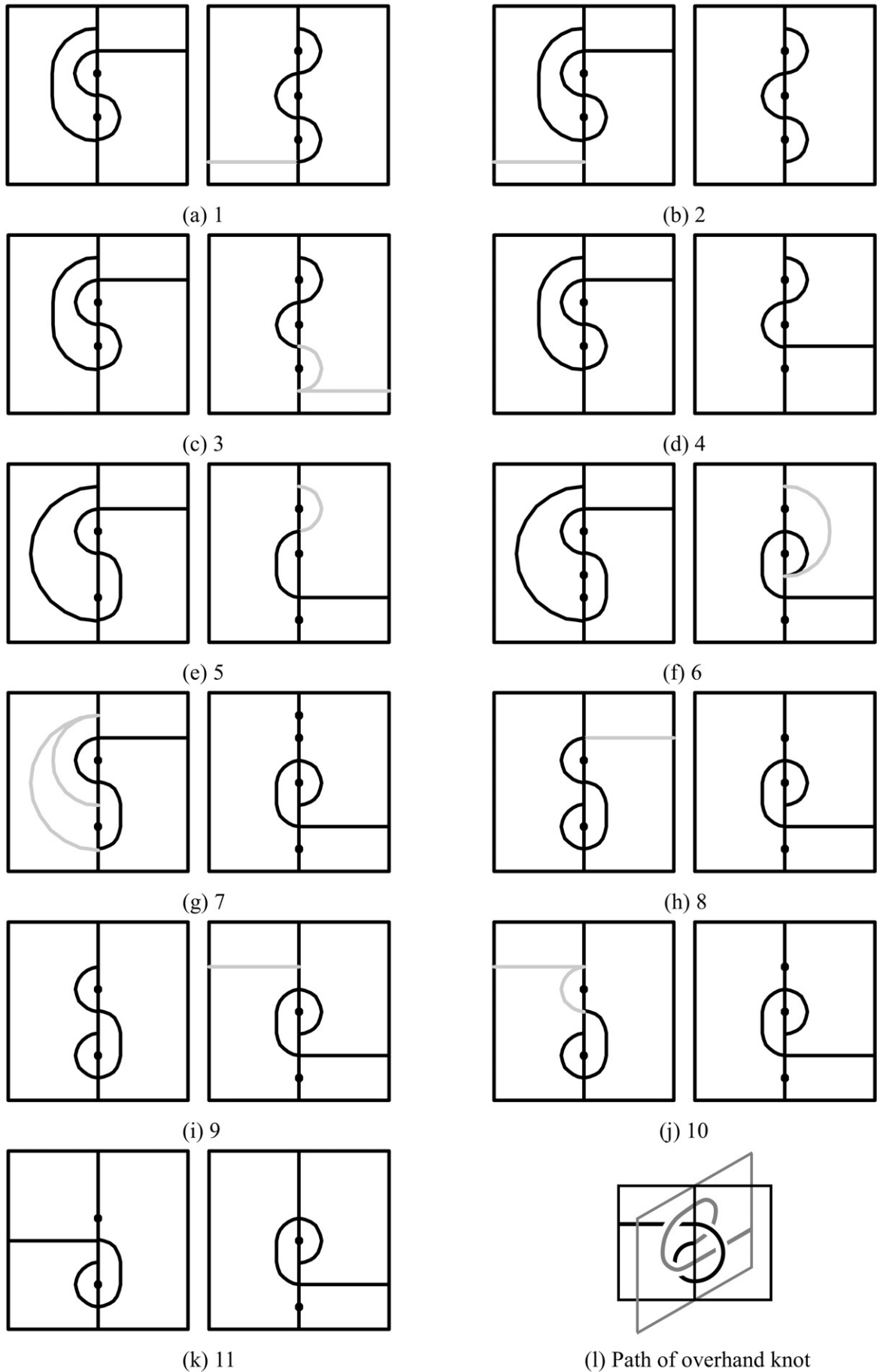


Fig. 12 Transformation process of overhand knot.



## References

- [1] Sen-i Sogo Jiten Henshu Iinkai (2002) "Sen-i sogo jiten", p491, Senken Shinbunsha, Tokyo
- [2] Sen-i Sogo Jiten Henshu Iinkai (2002) "Sen-i sogo jiten", p337, Senken Shinbunsha, Tokyo
- [3] Haneda O (2002) "Himo to ropu", p24, Ikeda Shoten, Tokyo
- [4] Haneda O (2002) "Himo to ropu", p26, Ikeda Shoten, Tokyo
- [5] Nakamura H, TOKUKAI H10-117741, Japan
- [6] Hayashi M, TOKUKAI 2003-252304, Japan
- [7] Remmers JH (1967) U.S. Patent 3, 336, 063
- [8] Melzer R (1971) U.S. Patent 3, 591, 217
- [9] Shockey H (1955) U.S. Patent 2,705, 656
- [10] Shintaku S, Ishida S, Kikuchi J, Kikura H, TOKUKAI 2006 - 176333, Japan
- [11] Adams CC (1994) "The Knot Book", pp35-41, W. H. FREEMAN AND COMPANY, New York
- [12] Kouno T (1993) "Kumihimo no suuri", Yuseisha, Tokyo