# 层状岩体开挖的空间弹性偶应力理论分析\*

刘 俊<sup>1</sup> 黄 铭<sup>2</sup> 葛修润<sup>1, 2</sup> 陈胜宏<sup>3</sup>

(<sup>1</sup>中国科学院武汉岩土力学研究所 武汉 430071) (<sup>2</sup>上海交通大学 上海 200030) (<sup>3</sup>武汉水利电力大学 武汉 430072)

**摘要**考虑了层状岩体的弯曲效应,采用空间弹性偶应力理论对层状(节理)岩体开挖试验进行模拟,并与试验结果 进行了对比分析。

关键词 层状岩体, Cosserat 介质理论, 偶应力, 开挖, 弹性

**分类号** TU 452 **文献标识码** A **文章编号** 1000-6915(2000)03-0276-05

# 1 引 言

具有层状结构的反倾向岩层在开挖过程中,弯 曲倾倒变形是一种常见的破坏模式。在层状岩体的 开挖边坡稳定计算中,有3种基本模型常被采用[1]: (1)简单的极限平衡模型; (2)增设节理单元法; (3) 等效连续介质模型。简单的极限平衡模型不能提供 具体的应力场及位移场情况;在节理(结构面)多且 密时,又不可能对每个结构面都用节理单元模拟;由 于层间滑动的趋势导致层间岩体受弯矩作用产生局 部高梯度应力分布及相应的变形、传统的等效连续 介质模型没有考虑这类弯曲效应的影响、不能很好 反映层状岩体弯曲变形破坏机制,这时应采用 Cosserat 介质理论来对其进行分析。文[1~3]运用 Cosserat 介质理论对岩土工程中层状材料的特性进 行了数值模拟研究。文[4, 5]基于Cosserat介质理论 建立了考虑层状岩体弯曲效应的平面弹粘塑性有限 元计算方法。文[6]运用平面弹塑性偶应力理论对反 倾向岩层进行了弯曲变形破坏的试验及数值分析。 文[7]建立了层状(节理)岩体空间偶应力弹性模型。 在前述研究的基础上,本文首次采用空间偶应力理 论对层状岩体开挖试验进行模拟,通过对比分析,初 步验证了该理论的正确性、并得到了偶应力与应力 互相影响的一些基本规律。

# 2 层状岩体空间偶应力模型

节理间距是层状(节理)岩体的一个特征尺度,

\* 国家自然科学基金(59379399)资助项目。

2

所以代表岩体力学特性的单元体不能取为无穷小, 这就导致了一般连续介质模型对这类结构进行模拟 的不适应性。偶应力理论选取的单元体具有一定尺 度,此尺度能反映介质固有特性,这样,单元体上应 力分布不再均匀,应力梯度的存在导致了矩应力的 产生,而矩应力产生了相应的变形——曲率。

偶应力理论的单元体上应力 σ<sub>i</sub>, 偶应力 m<sub>i</sub>; 满足 下列平衡关系:

$$\begin{cases} \sigma_{ij,\ i} + \mathcal{Y}_{j} = 0\\ m_{ii,\ i} - e_{iik}\sigma_{ik} + \beta_{i} = 0 \end{cases}$$
(1)

式中: 犭 与 β 为体积力与体积力偶。 边界上满足

 $\sigma_{ij}n_i = t_j \quad m_{ij}n_i = \mu_j \tag{2}$ 

式中: t<sub>j</sub>, µ<sub>j</sub> 分别为已知边界上面力及面力偶。

在 Cosserat 连续介质中,每一空间点除 3 个平动 自由度外,还有 3 个转动自由度,一般情况下,3 个 转动自由度独立且不同于变形梯度的转动分量。 $\epsilon_i$ 及 曲率  $k_i$ 有以下几何变形关系

 $\boldsymbol{\epsilon}_{ij} = u_{j,\ i} - e_{ijk} \boldsymbol{\omega} \quad k_{ij} = \boldsymbol{\omega}_{j,\ i} \tag{3}$ 

式中: u<sub>j</sub> 及 ω 分别为平动位移和转动位移。

由于问题的复杂性,只考虑一组平行、等间距节 理岩体在弹性情况下的应力与变形。取局部坐标系 下的原点位于节理面(或层面)上, *x*<sub>1</sub>轴水平指向走 向, *x*<sub>2</sub>轴指向倾向, *x*<sub>3</sub>轴与节理面(或层面)垂直且 向上。令β表示走向, α为倾角,则大地坐标系下的弹 性矩阵为

$$[D] = [L]^{T} [D] [L]$$
(4)

式中: [L]为转换矩阵,其中元素为  $\alpha$  及  $\beta$  的函数; [D]为局部坐标系下弹性矩阵,据偶应力只与曲率

<sup>1999</sup>年11月9日收到初稿, 1999年12月1日收到修改稿。

作者 刘 俊 简介: 女, 28 岁, 博士研究生, 1993 年毕业于武汉水利电力大学水力发电工程系水利水电工程建筑专业, 主要从事岩土工程方面的 研究工作。

有关、应力只与应变有关的假定,采用广义虎克定 律及应变叠加原理导出<sup>[7]</sup>。其中的弯曲与扭转刚度 系数与层状岩体的特征尺度——节理间距 d 具有密 切的关系。上述理论的有限元模式是其独有的<sup>[7]</sup>。程 序编制中,进行开挖模拟时,结点及单元按开挖的 逆序编号(最先开挖掉的结点和单元最后编号)。这 样,开挖后被开挖掉的结点和单元自动消失,下次 计算用的单元信息不再作处理。

## 3 模型试验概况

试验由武汉水利电力大学水电系水工结构试验 室完成,主要是模拟重力作用下反倾向岩层在开挖 后的弯曲破坏。

模型如图 1, 其中的模拟岩块由重晶石粉、石 膏、107 胶、甘油、水按一定配比浇筑成型, 层厚为 0 02m (即为节理间距 *d*), 层间夹以塑料薄膜, 模拟 岩层层面低摩擦特性, 薄膜和层面同宽等长。侧边 上布置百分表测量各点的垂直和水平位移(图 1)。

开挖分五步进行(图 1)。试验中,第五步开挖后 试件急剧变形,最后倾倒破坏,破坏后的试件产生

了层间错动。试验所得开挖后测点位移值见表 1。

## 4 计算与结果分析

为获取计算参数, 对块体材料进行一系列基本 试验, 据试验结果取计算参数为: 容重  $\mathcal{Y} = 22$ kN /m<sup>3</sup>; 弹模 *E* = 7.5M Pa; 泊松比 *v*= 0.35; 节理 面的粘聚力、摩擦角及法向、切向刚度系数分 *c*= 0M Pa;  $\mathcal{P} = 25$  , *K*<sub>n</sub>= 750 GPa/m; *K*<sub>s</sub>= 187.5 GPa/m。

通过计算自重应力场作为初始应力场,然后进 行五步开挖计算,计算测点位移值列于表 2。

从表 1 和 2 可以看出,试验结果与计算结果两 者的变形趋势是一致的,位移值相差不大。对比两 表还看到,计算所得的位移值普遍偏小,而且在开 挖后,斜面下部有很小的向上位移。这是因为试件 并不是弹性的,它具有很强的流变性质,而作者在此 将其作为弹性体进行模拟,故所得值普遍偏小,而 且差别随变形的增加而增大;另外,由于试件的流 变性,它的变形除与荷载相关外,与时间也是密切 相关的。在试验中,尽管是在重力场及重力场作用



#### 图 1 模型测点布置及开挖情况和单元网格图

Fig 1 A rrangement of measuring points, excavation sequence and element mesh

	Table 1 D isplacements of measuring points in test												10 <sup>-</sup> <sup>5</sup> m		
开挖 顺序	测点														
	1		2		3		4		5		6		7		
	h	v	h	v	h	v	h	v	h	v	h	v	h	v	
Ι	- 8.8	- 7.5	- 9.0	- 3.7	- 28	- 1.7	- 1.9	- 1.9	- 1.1	- 0.8	- 0.9	- 0.1	- 0.4	- 0.0	
II	- 18 9	- 17.3	- 18 2	- 8.9	- 6.9	- 4.7	- 39	- 29	- 1.7	- 1.2	- 1.4	- 0.4	- 0.5	- 0.2	
III	- 27.3	- 23.5	- 26 5	- 13.2	- 12 5	- 7.2	- 7.2	- 3.8	- 24	- 1.8	- 1.4	- 0.5	- 0.6	- 0.2	
IV	- 37.2	- 33.2	- 36.8	- 19.8	- 19.2	- 11.6	- 12 4	- 7.0	- 5.1	- 3.0	- 1.5	- 0.7	- 0.5	- 0.2	
* h, v	分别表表	示水平、垂	直位移, 水	、平位移り	人向右为正	,垂直位和	多以向上为	)正(图1)。							

#### 表1 测点试验位移值

© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

				Tab	le 2 D is	p la cem er	nts of mea	suring p	o in ts fram	FEM				10 <sup>- 5</sup> m
开挖 顺序														
	1		2		3		4		5		6		7	
	h	v	h	v	h	v	h	v	h	v	h	v	h	v
Ι	- 65	- 4.2	- 5.2	- 29	- 21	- 0.2	- 1.3	0 1	- 0.3	0 2	- 0.1	0 2	0.0	0.0
II	- 15.7	- 11.9	- 13.1	- 9.2	- 60	- 23	- 37	- 0.7	- 1.1	0.5	- 0.7	0 4	- 0.2	0 2
III	- 27.0	- 20.8	- 23.2	- 16.8	- 12 3	- 6.1	- 85	- 28	- 27	0.7	- 1.7	0.9	- 0.4	0.5
IV	- 33.7	- 25.8	- 29.3	- 21.3	- 16 7	- 87	- 12 1	- 4.7	- 4.5	0.6	- 29	1.0	- 0.7	0.8
V	- 40 6	- 32 0	- 35.1	- 26.4	- 19.3	- 10.6	- 13.5	- 5.4	- 4.4	0.8	- 28	1. 2	- 0.6	0.9

表 2 测点计算位移值

\* h, v 分别表示水平、垂直位移,水平位移以向右为正,垂直位移以向上为正(图 1)。

下的位移场稳定之后才读出位移值作为基准值来推 知位移的,但由于模型具有流变性,开挖荷载的作 用传递受阻而重力场引起的变形仍将继续,加之百 分表的轻微摆动,测得的垂直位移值都为负,即是 向下的,不过还是可以看到,斜面下部向下的位移 值都很小,计算与试验是相符的。

为考察偶应力的影响,作重力场与各开挖步的 绝对值最大主应力和绝对值最大主偶应力等值线图, 见图 2, 图 2(a), (c), (e), (g), (i), (k)分别为开 挖前、第 I 步、第 II 步、第III步、第IV步和第 V 步开 挖后的应力分布, 图 2(b), (d), (f), (h), (j), (l) 分别为开挖前、第 I 步、第 II 步、第III步、第IV步和 第 V 步开挖后的偶应力分布。

因为偶应力的值相对较小,而且随应力梯度小 范围的急剧变化从小到大很快改变,使得绘绝对值 最大偶应力等值线时,这些部位的值相对孤立;而



2



© 1994-2008 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

且由于绝对值最大的主应力梯度大不完全等价于应 力梯度大,所以图2中局部部位略有失真。但从中仍 可以看出偶应力的大小与应力梯度有直接关系:当 应力梯度大(图中表现为等值线相对密集)时,偶应 力的值也较大。另外,从初始重力场与各步开挖后 的应力等值线可以看出所得的应力场是合理的。这









从另外一个方面证实了偶应力理论求解这类问题的 适用性。

# 5 结 语

从模型的开挖变形计算来看, 以Cosserat介质



(i)

2



## 图 2 各计算步应力场及偶应力场等值线图

Fig 2 Contour lines of the stress and couple-stress fields at each excavation stage

理论为基础的有限元分析方法能够反映节理(层状) 岩体的结构特点,所计算的结果是合理的。尤其值 得注意的是,偶应力的影响在应力梯度大时极为明 显,这初步证实对于具有弯曲效应的变形破坏采用 这种新的连续介质方法进行分析是必要的。需要指 出的是,文中的试验实质上是一个平面模型,这对 于探求空间偶应力模型的特点是远远不够的,今后 还要补充对三维问题的分析。不过,本文的研究已 初步验证了运用该理论对层状岩体变形破坏进行模 拟的适应性,这正是本文的初衷。

· 280 ·

#### 参考文献

1 A dhikary D P, Dyskin A V, Jewell R J. Numerical modeling of the flexural deformation of foliated rock sbpes[J]. Int J. Rock Mech

Min Sci & Geomech Abstr., 1996, 33(6): 595~ 606

- 2 M ühlaus H B, Vardoulakis I A xially symmetric bulking of a laminated half space with bending stiffness [J]. Mech of Material, 1986, (5): 108~120
- A dhikary D P, Dyskin A V. A Cosserat continuum model for layered materials[J]. Computers and Geomechanics, 1997, 20(1): 15 ~ 45
- 4 佘成学, 熊文林, 陈胜宏 具有弯曲效应的层状结构岩体变形的 Cosserat 介质分析方法[J] 岩土力学, 1994, 15(4): 12~ 19
- 5 佘成学,熊文林,陈胜宏 具有弯曲变形的层状岩体的屈服准则 [A] 见:朱维申编 中国青年学者岩土工程力学及其应用讨论 会论文集[C].北京:科学出版社,1994
- 6 李桂荣, 佘成学, 陈胜宏 层状岩体边坡的弯曲变形破坏试验及 有限元分析[J], 岩石力学与工程学报, 1997, 16(4): 305~ 311
- 7 刘 俊,陈胜宏 节理岩体三维偶应力弹性理论[J] 岩土力学, 1995, 16(4): 20~ 29

# ANALYSIS ON LAYERED ROCKMASS EXCAVATING WITH SPATIAL ELASTIC COUPLE-STRESS THEORY

L iu Jun<sup>1</sup>, Huang M ing<sup>2</sup>, Ge X iu run<sup>1, 2</sup>, Chen Shenghong<sup>3</sup>

(<sup>1</sup> Institute of Rock and Soil M echanics, The Chinese A cadeny of Sciences, W uhan 430071 China) (<sup>2</sup> Shanghai J iaotong University, Shanghai 200030 China)

 $(^{3}W$  uhan University of H yd raulic and Electric Engineering, W uhan 430072 China)

Abstract Based on the Cosserat continuum theory, a new spatial elastic couple-stress theory is adopted to model the excavating experiment of layered rockmass with the bending effect considered Furthermore, the numerical results are analyzed and compared with the results of excavating experiment

Key words layered rockmass, Cosserat continuum theory, couple-stress, excavation, elasticity