

# 04104-106通信原理II第四讲

March 20, 2007

## 1 信道

信道可分为连续时间信道和离散时间信道两类。连续时间信道一般可以用图8.4.1来描述。它表示，发送信号 $s(t)$ 先经过了一个信号系统变换为 $f_t[s(t)]$ ，记号 $f_t$ 代表这个信号系统所做的变换，之后叠加了噪声 $n(t)$ 。描述信道的关键在描述 $f_t$ ，即信道对发送的信号进行了怎样的变换。因此，许多文献在描述信道时略去噪声，只谈论 $f_t$ 。但注意这绝不表示没有噪声。

$f_t$ 经常是线性系统，并且经常是随机时变的线性系统。所谓时变线性系统，是说在一个局部时间它是线性时不变系统，有明确的冲激响应 $h(\tau)$ 及传递函数 $H(f)$ 。但在不同的局部时间（比如1小时前的若干ms内，和现在的若干ms时间内），这两个线性时不变系统是不相同的（ $h(\tau)$ ，也即 $H(f)$ 不相同）。这种不相同一般具有随机性，因此有时也称为“随参”信道，意思是说，线性时不变系统的参数（如冲激响应）在随机变化。相应的，不随时间变化的信道就是“恒参”信道。更常见的说法是“时不变信道”或者“静态信道”。

有些系统可能有多个发送端，多个接收端。这样的系统叫MIMO系统（multiple input multiple output）。例如基站有可能通过4根发送天线向某个终端发送信号，这个终端（比如笔记本电脑）也可能配备了2根接收天线来接收信号。

总之，连续信道一般可以描述为线性时变系统，然后叠加了噪声和干扰。后者一般可以建模为平稳高斯过程。

时间离散的信道则是用转移概率描述。对于无记忆信道，可用一维转移概率 $P(Y|X)$ 来描述。如果信道输入 $X$ 和 $Y$ 是有限取值的，还可以用图8.4.3、图8.4.4这样的图示方式来描述。注意， $X$ ，特别是 $Y$ 有无限种取值是很平常的。例如，若信道的输入端是BPSK发送数据冲激的点（根升余弦脉冲成形的输入），信道输出端定义为接收端匹配滤波器采样输出的点，那么 $X \in \{+1, -1\}$ ， $Y \in (-\infty, \infty)$ 。适当控制接收端匹配滤波器的增益，可以使采样结果中的信号分量也取值于 $\{+1, -1\}$ 。若噪声方差是 $\sigma^2$ ，则 $Y = X + Z$ ， $Z$ 是抽样中的噪声成分。信道的转移概率是

$$P(Y|X) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(Y-X)^2}{2\sigma^2}} \quad (1)$$

在不同的研究问题中，“信道”物理所指可能不同。一个离散时间的信道其内核可能就是一个连续时间的无线信道。比如刚才这个BPSK信道 $X \rightarrow Y$ 是离散时间信道，但该系统中的BPSK已调信号 $s_{BPSK}(t) = b(t) \cos(\omega_c t + \theta)$ 必然要经过连续时间的无线信道到达接收端。

## 2 连续时间信道—无失真信道

发送 $s(t)$ ，若接收信号是

$$r(t) = as(t - \tau_0) \quad (2)$$

其中 $a, \tau_0$ 是确定的常量，则我们认为 $r(t)$ 相比于 $s(t)$ 是无失真的。因为已知的常数 $a$ 可以消去（除以 $a$ ），固定的小时延对通信质量没有关系（手机通话时，如果有几十毫秒的延迟当然无所谓了）。

如果一个线性系统满足式(2)，其传递函数必然是 $H(f) = \frac{\mathcal{F}[r(t)]}{\mathcal{F}[s(t)]} = ae^{-j2\pi f\tau_0}$ ，冲激响应必然是 $h(\tau) = \mathcal{F}^{-1}[H(f)] = \delta(\tau - \tau_0)$ 。传递函数的特征是：

1. 幅频特性 $|H(f)|$ 是常数，
2. 相频特性 $\varphi(f) \triangleq \angle H(f) = -2\pi f\tau_0$ 是过原点的直线。

如果信道满足这样的特征，称为“理想无失真信道”。

无线信道传输的是带通信号，带通信号的信息完全包含在复包络中。即便发送的信号 $s(t)$ 和接收信号 $r(t)$ 之间不满足 $r(t) = as(t - \tau_0)$ 的关系，也有可能复包络是无失真的。比如对于QPSK信号 $s_{QPSK}(t) = b_I(t) \cos \omega_c t - b_Q(t) \sin \omega_c t$ ，如果接收信号是 $r(t) = 2b_I(t - \tau_0) \sin \omega_c t + 2b_Q(t - \tau_0) \cos \omega_c t$ ，那么对于任意的 $\tau_0$ ， $r(t)$ 和 $s_{QPSK}(t)$ 的波形并不相同，即 $r(t)$ 不是 $s_{QPSK}(t)$ 延迟后再进行幅度缩放。但从复包络看，发送信号的复包络是 $s_l(t) = b_I(t) + jb_Q(t)$ ，接收信号的复包络是 $r_l(t) = 2b_Q(t - \tau_0) - 2jb_I(t - \tau_0) = 2j \times s_l(t - \tau_0)$ ，符合式(2)所定义的理想无失真，只不过系数 $a$ 是复数 $2j$ 。这就是说，对于带通信号，如果复包络符合式(2)的关系，就可以认为信道是无失真的，虽然此时的带通信号自身实际上可能有失真。由于谈论的是复包络，此时(2)所描述的是带通信道的等效基带信道 $H_{eq}(f) = ae^{-j2\pi f\tau_0}$ ，它和带通信道 $H(f)$ 是平移关系， $H(f) = H_{eq}(f - f_c)$ （ $f$ 在 $f_c$ 附近）。因此满足复包络无失真的带通系统的特征是：

1. 幅频特性 $|H(f)|$ 在 $f_c$ 附近是常数，
2. 相频特性 $\varphi(f) \triangleq \angle H(f) = -2\pi f\tau_0 + 2\pi f_c\tau_0 + \theta$ 在 $f_c$ 附近是直线（不要求过原点）。

其中 $\theta$ 是复系数 $a$ 的相位。

对于频率为 $f$ 的信号来说，周期是 $1/f$ ，相移 $2\pi$ 就是延迟 $1/f$ 。如果线性系统的相位特性是 $\varphi(f)$ ，那么频率为 $f$ 的分量的延迟将是 $\tau(f) = \frac{\varphi(f)}{2\pi} \times \frac{1}{f} = \frac{\varphi(f)}{2\pi f}$ 。如果不同频率分量的延迟不一样，叠加后的波形自然就会有变化，出现失真。为了无失真，必须所有频率分量有相同的延迟 $\tau_0$ ，每个频率的相移就必须是 $-2\pi f\tau_0$ ，即过原点的直线。

如果 $\varphi(f) = \varphi_0$ 是常数，那么每个频率分量的延迟都不一样，时域信号比如有失真。比如说模拟基带信号 $m(t)$ 的Hilbert变换 $\hat{m}(t)$ 就是对所有频率分量移相 $90^\circ$ （对负频率是前移），结果和 $m(t)$ 比，通常都是有失真的。

但如果是对带通信号的所有频率成分都经历一个固定相移 $\varphi_0$ （负频率前移），在等效基带模型中就是对(2)的系数 $a$ 增加了一个因子 $e^{-j\varphi_0}$ ，它还满足无失真条件。就是说，对带通系统，在复包络无失真的意义下，等效基带的相位特性可以是 $-j2\pi f\tau_0$ 再加上任意的常数相位 $\varphi_0$ （对正负频率是同一个常数相位，不是负频率反极性）也是可以的。也即，相频特性必须是直线，但不一定非得过原点。比如说，将DSB信号 $s(t) = m(t) \cos \omega_c t$ 经过一个Hilbert变换期，

输出是  $\hat{s}(t) = m(t) \sin \omega_c t$ ,  $s(t)$  和  $\hat{s}(t)$  比当然有失真 (波形不一样), 但它们的复包络  $m(t)$  和  $-jm(t)$  相比是无失真的。

如果已知带通系统相频特性为  $\varphi(f)$ , 那么复包络所经历的时延由直线部分决定, 与常数相位  $\varphi_0$  无关, 就是直线部分的斜率。因此时延可以写成

$$\tau_G(f) = \frac{d\varphi(f)}{2\pi f} \quad (3)$$

这个结果叫“群时延特性” (群指复包络), 理想情况下它应该是与  $f$  无关的常数。实际系统的特性当然不会完全理想。可以用专门的仪器来测量幅频特性和群时延特性, 这样的仪表叫矢量网络分析仪。如果测量结果的幅频特性和群时延特性都近似是常数, 信道就是近似无失真的。

### 3 连续时间信道—多径衰落信道

#### 3.1 平衰落与频率选择性衰落

连续时间信道最简单的情形就是式(2), 即信道对信号的作用只是延迟和复数增益。式(2)这个模型在频域看,  $H(f)$  是平的 (与  $f$  无关)。

对于无线信道, 式(2)中的复数增益  $a$  一般来说是在随时间随机变化的, 可以写成  $a(t)$ 。此时的情形可以理解成: 在任何一个局部时间, 信道在频域还是平的, 只是幅度增益和相移在不同的时间不一样。这样的信道叫平衰落信道。平是指与  $f$  无关, 衰落是指随机时变性。引入时变性后, (2)可写成

$$r(t) = a(t)s(t - \tau_0) \quad (4)$$

比(2)更复杂一些的线性时不变系统的输入输出关系是

$$r(t) = \int s(t - \tau)h(\tau)d\tau \quad (5)$$

一般来说, 此时信道传递函数  $H(f) = \mathcal{F}[h(\tau)]$  是和  $f$  有关系的, 这种信道叫“频率选择性信道”, 与刚才说的“平”对应。如果信道还在随机时变, 就是有“频率选择性衰落”。

在无线信道中, 平衰落和频率选择性衰落的成因都是多径传播。如果发送信号的复包络是  $s(t)$ , 则接收信号的复包络是

$$r(t) = \sum_i a_i(t)s(t - \tau_i) \quad (6)$$

如果各径时延的差别很小, 则  $r(t) \approx s(t - \bar{\tau}) \sum_i a_i(t)$ , 和式(4)一样 ( $\bar{\tau}$  对应  $\tau_0$ ,  $\sum_i a_i(t)$  对应  $a(t)$ ), 因此就是平衰落信道。如果各径时延的差别不能忽略, 那么(6)中的发送信号就不能从求和中提处理, 此时若不考虑时变性就和(5)一样, 其中的冲激响应是  $h(\tau) = \sum_i a_i \delta(\tau - \tau_i)$ 。

总之, 在局部时间看, 信道是一个线性时不变系统, 若它是无失真的 (平坦的幅频特性和群时延特性), 就是平衰落。否则就是频率选择性衰落。

#### 3.2 时延扩展与相干带宽

无论是时变信道还是时不变信道, 如果发送一个时域的冲激脉冲  $\delta(t - \tau)$ , 经由多个路径传播, 每个路径因为路径长度总归不完全相同, 所以收端将观察到一

串冲激。实际当中不可能存在宽度为0，无限高的冲激脉冲。它必定有一定的宽度（脉冲宽度大致等于信号带宽的倒数）。这些有一定宽度的脉冲串前后叠加，在接收端看来就是一个更宽的脉冲。发送的窄脉冲到收端宽度被扩宽了，此现象叫时间弥散，或者叫时延扩展。

假设最先到达的脉冲延迟了 $\tau_1$ （到达时间是 $t = \tau + \tau_1$ ），最后到达的延迟了 $\tau_{max}$ ，那么脉冲将被展宽为 $\tau_{max} - \tau_1$ 。如果以第一个脉冲的到达时刻为时间原点（即令 $\tau_1 = 0$ ），则展宽程度就是 $\tau_{max}$ 。

如果脉冲没有被展宽，接收端观察到的还是发送的脉冲，只是有一个时变的复增益，这就是平衰落。如果脉冲被展宽，接收脉冲就不可能说成是发送脉冲乘上了复增益，因此必然是频率选择性衰落。可见，时域的冲激响应如果有展宽的现象，频域必然能观察到选择性。

如果信道存在频率选择性，通信系统设计时必须采取相应的应对措施，例如均衡、多载波传输等。如果只是平衰落，采取这些措施是毫无意义的。设计人员需要判断是否存在频率选择性。为此提出了“相干带宽”和“时延扩展”这两个数量指标以进行大致判断。相干带宽 $B_c$ 是这样一种概念，如果信号带宽显著小于 $B_c$ ，就可以认为不会有频率选择性。从时域看，如果多发送信号的脉冲宽度远大于时延扩展，脉冲被展宽的问题就可以忽略，因而也没有频率选择性。根据时频域关系，时延扩展和相干带宽是倒数关系。对于这些量的精确定义，文献中存在不同的版本。注意一点，这些量只具有数量级的意义（我们比较的时候是看是否远大于或远小于），所以这些不同的定义没有实质差别。

### 3.3 多普勒扩展与相干时间

无论是平衰落信道还是频率选择性信道，如果发送一个频域冲激 $\delta(f - f_c)$ （即单频信号），那么收端在频域看到的是被展宽的脉冲。即发送信号带宽是0，但接收信号有一定带宽，这种现象叫Doppler扩展（频率弥散，见图8.6.4）。它是时变性造成的。时变是移动的结果（发射机、接收机或者环境中物体的移动），移动意味着有Doppler频移。当电波从四面八方到达时，每个方向的Doppler是不相同的（Doppler shift =  $\frac{v}{\lambda} \cos \theta$ ），使接收端看到许多频率分量同时存在。

与前相似，我们定义了两个数量“相干时间”和“多普勒扩展”来作为时变性的判断。某些技术需要知道在它关心的时间范围内，信道是否可以当作时不变来对待。这些数量指标能提供一个大致判断。多普勒扩展的数量定义为最大的多普勒频移 $f_D = \frac{v}{\lambda}$ ，相干时间 $T_c$ 定义为其倒数。实际上，移动速度 $v$ 决定了信道随时间变化的程度， $v$ 的大小决定着Doppler的大小。

总结：信道可能是时间选择性（时变信道）的或者频率选择性（频变信道）的，或者兼而有之。沿 $f$ 的变化程度大致可用相干带宽 $B_c$ 反映，对应时域冲激响应的展宽程度；沿 $t$ 的变化程度大致可用相干时间 $T_c$ 反映，对应频域的多普勒扩展。

### 3.4 Rayleigh fading and Rician fading

对于平衰落信道，中心极限定律（Central Limit Theorem）表明式(4)中的时变复增益 $a(t) = \sum_i a_i(t)$ 近似是一个复高斯过程，一般假设它是广义平稳的。于是，作为复包络， $a(t)$ 代表的带通信号 $\text{Re}\{a(t)e^{j2\pi f_c t}\}$ 就是一个窄带平稳高斯过程。根据课本57页的知识，其包络（复包络的模）服从瑞利分布。因此，这样的信道称为瑞利信道，或者叫瑞利衰落信道。

实际上，仅从概率论的知识就可以知道这一点。若  $X = X_c + jX_s$  是复高斯随机变量，实部虚部均值为0，独立同分布，那么  $|X| = \sqrt{X_c^2 + X_s^2}$  服从瑞利分布。

在某些环境中，到达手机的多径中某一径可能显著比其他径强。此时复增益  $a(t)$  可以写成  $a(t) = K + \sum_i a_i(t)$ ， $K$  可以是复数，代表这个强径过来的信号， $\sum_i a_i(t)$  是其余径的合成物。复包络中的  $K = \rho e^{j\varphi}$  对应到带通信号是正弦波  $\text{Re}\{\rho e^{j\varphi} \times e^{j2\pi f_c t}\} = \rho \cos(2\pi f_c t + \varphi)$ 。根据课本58页(3.8节)， $|a(t)|$  当服从莱斯分布。这样的信道叫莱斯信道，或莱斯衰落信道。

瑞利或莱斯这些名称涉及的是随机过程  $a(t)$  的一维概率特性（一阶特性）。无线信道中还存在其他的衰落分布。相同的传输技术在不同的衰落分布下其性能表现会有很大差别，因此研究人员需要知道他所面对的信道是什么类型的分布。

## 4 分集

一般来说，衰落对无线通信是一个坏事情，因此必须要想办法对付它。方法很多，其中之一是分集(diversity)。

分集的基本思想是：将相同的信息通过不同的“渠道”送达。这些渠道经历独立的衰落，于是某个渠道被衰落破坏的时候，我们还有另一个。衰落独立是必须的，否则，一个信道出问题的时候，另一个可能也会出问题。

制造出独立信道的方法很多，比如用多个天线来接收。如果天线间距足够大，它们所经历的衰落就是近似独立的。这种方式叫空间分集。为了保证独立，采用定向天线时，天线间距一般需要大于10倍波长。如果是全向天线（如手机或者笔记本电脑），天线间距一般需大于半个波长。

也可以用不同的载波频率、不同的电磁波极化方式、不同的发送时间、或者不同的天线指向来实现分集，分别叫做频率分集、极化分集、时间分集和角度分集。

接收端收到多个信号后，有许多后处理的方式。其中之一是选择最好的一个。假设有两个信道，每个信道当接收信号幅度在  $u_0$  之上时可正常通信。由于衰落的原因，这两个信道瞬时接收的信号包络  $v_1, v_2$  是随机的。若每一个低于  $u_0$  的概率是  $P(v_1 < u_0) = P(v_2 < u_0) = 10^{-3}$ ，那么分集系统不能正常通信的概率是  $P(v_1 < u_0, v_2 < u_0) = 10^{-3} \times 10^{-3} = 10^{-6}$ ，显著低于单信道工作时的概率  $10^{-3}$ 。

从多个接收信号中选出最强信号这种策略叫“选择分集”，还存在性能比它更好的策略（但也更复杂）。