

考虑多失效模式相关的岩质边坡体系可靠度分析

李典庆, 周创兵

(武汉大学 水资源与水电工程科学国家重点实验室, 湖北 武汉 430072)

摘要: 岩质边坡稳定的可靠度分析中包含多个相关的失效模式, 传统的岩质边坡体系可靠度分析方法不能有效地考虑多失效模式相关的体系可靠度问题。为此, 提出考虑多失效模式相关的岩质边坡平面滑动的体系可靠度分析方法。建立考虑多失效模式相关的岩质边坡平面滑动体系可靠度分析的概率故障树模型。采用 β 分布描述岩质边坡稳定分析中张裂缝的位置、岩体的黏聚力和内摩擦角。张裂缝中充水深度用截尾指数分布来描述。采用自适应重要抽样方法计算岩质边坡平面滑动的体系可靠度, 并进行随机变量分布参数的敏感性分析。算例结果表明, 概率故障树模型能够有效地分析岩质边坡多失效模式相关的体系可靠度问题, 如果不考虑失效模式间的相关性对边坡体系可靠度的影响, 岩质边坡的体系可靠度将会被低估。岩质边坡2个块体之间不发生相互作用的可能性明显地比2个块体之间发生相互作用的可能性要高。建议在进行岩质边坡体系可靠度分析时将张裂缝中充水深度系数取为区间[0.0, 1.0]内的截尾指数分布。此外, 变量的均值敏感性因子和标准差敏感性因子都表明, 张裂缝中充水深度和张裂缝位置对边坡的体系可靠度影响最大, 因此设置良好的边坡排水系统以及进行详细的地质勘测工作是提高边坡稳定性的有效措施。变量的均值和标准差敏感性因子之间是高度相关的, 它们都可以用来识别最敏感的随机变量。

关键词: 边坡工程; 岩质边坡; 体系可靠度; 失效概率; 失效模式相关; 概率故障树; 自适应重要抽样方法

中图分类号: P 642.22

文献标识码: A

文章编号: 1000 - 6915(2009)03 - 0541 - 11

SYSTEM RELIABILITY ANALYSIS OF ROCK SLOPE CONSIDERING MULTIPLE CORRELATED FAILURE MODES

LI Dianqing, ZHOU Chuangbing

(State Key Laboratory of Water Resources and Hydropower Engineering Science, Wuhan University, Wuhan, Hubei 430072, China)

Abstract: It is aimed to propose a systematic quantitative method for system reliability analysis of rock slope with plane failure considering multiple correlated failure modes. A probabilistic fault tree approach is presented to model system reliability of rock slope considering multiple correlated failure modes. The versatile 4-parameter β distribution is used instead of a normal distribution or a lognormal distribution, which is adopted for describing the location of tension crack, the cohesion along the failure surface and the friction angle. The truncated exponential distribution is used for the percentage of tension crack filled with water. The adaptive importance sampling(AIS) method is employed to perform the system reliability analysis of rock slope with plane failure. System reliability sensitivity with respect to distribution parameters of random variables is performed. Results from a numerical example indicate that the system reliability of rock slope considering multiple correlated failure modes can be effectively evaluated using the probabilistic fault tree approach, which will be underestimated without considering the correlation between failure modes. The failure mode of block A failing without interaction force due to block B has the higher probability of failure than that for the failure mode of block A with interaction force due to block B. Both the mean sensitivity coefficient and the standard deviation sensitivity coefficient indicate that the percentage

收稿日期: 2008 - 08 - 15; **修回日期:** 2008 - 10 - 08

基金项目: 国家杰出青年科学基金项目(50725931); 国家自然科学基金重点项目(50839004); 新世纪优秀人才支持计划项目(2008)

作者简介: 李典庆(1975 -), 男, 博士, 1998年毕业于河海大学机电工程学院机械设计与制造专业, 现任教授, 主要从事岩土工程可靠度和风险分析、大坝安全的风险和不确定性分析方面的教学与研究。E-mail: dianqing@whu.edu.cn

of tension crack filled with water and the location of tension crack are significant random variables with higher sensitivity coefficients. Therefore, to improve the slope stability effectively, a good drainage system of the slope should be designed and a detailed geological investigation of discontinuities in the rock mass should be conducted. The mean sensitivity coefficient and the standard deviation sensitivity coefficient are strongly related and both can be used to identify key contributing random variables.

Key words: slope engineering; rock slope; system reliability; probability of failure; correlated failure modes; probabilistic fault tree; adaptive importance sampling method

1 引言

为了考虑各种不确定性因素对岩质边坡稳定性的影响^[1],可靠度理论已经广泛地应用于岩质边坡稳定性分析中,如 H. S. B. Duzgun 等^[2]研究了岩质边坡平面滑动破坏时的可靠度设计方法,采用 FORM 方法^[3]进行了可靠指标计算及参数敏感性分析。目前在边坡稳定的可靠度分析方面的研究大致可以分为两类。一类是边坡单一破坏模式的单元可靠度分析,如:祝玉学和沈大用^[4]研究了岩质边坡双滑面破坏模式的可靠度计算方法;刘宁和卓家寿^[5]采用偏微分法及增量理论进行了岩质边坡的点可靠度计算;张社荣等^[6]提出了岩质边坡稳定可靠度分析的离散化降维解法;谭晓慧等^[7, 8]推导了基于修正的 Aitken 加速法的非线性随机有限元加速迭代公式,并将其应用于边坡稳定的可靠度分析;S. Tamimi 等^[9]采用蒙特卡罗模拟方法分析了基于 Barton 公式估算抗剪强度的岩质边坡可靠度,并采用影响图法研究了参数间的相关性;B. K. Low^[10, 11]提出了基于 Excel 的可靠指标计算新算法,并将其应用于岩质边坡单滑面破坏的可靠度分析,采用 Beta 分布描述黏聚力和内摩擦角的分布,采用截尾指数分布描述张裂缝中充水深度系数的分布。

另一类是考虑多滑面或多个失效模式的边坡体系可靠度分析,如张兴和廖国华^[12]采用蒙特卡罗模拟方法计算了多滑面边坡的体系可靠度;谭晓慧等^[13, 14]采用 Ditlevsen 窄界限公式估算了岩质边坡各失稳模式组成的串联系统的可靠指标;Y. Oka 和 T. H. Wu^[15]研究了土质边坡不同失效模式之间的相关性,并采用 Ditlevsen 窄界限公式估算了边坡的体系可靠度;R. N. Chowdhury 和 D. W. Xu^[16]推导了边坡不同失效模式间相关性的计算公式,也采用 Ditlevsen 窄界限公式计算了多滑面破坏时的体系可靠度;B. K. Low^[17]采用 Cornell 上下限法计算了楔

体滑动在 4 种失效模式下的体系可靠指标;在 B. K. Low^[17]研究的基础上,R. Jimenez-Rodriguez 和 N. Sitar^[18]提出了采用不相交的割集来分析楔体多失效模式的体系可靠度问题,并采用顺序条件重要抽样方法计算体系可靠指标;同样,R. Jimenez-Rodriguez 等^[19]采用不相交的割集分析了岩质边坡平面滑动的体系可靠度问题。

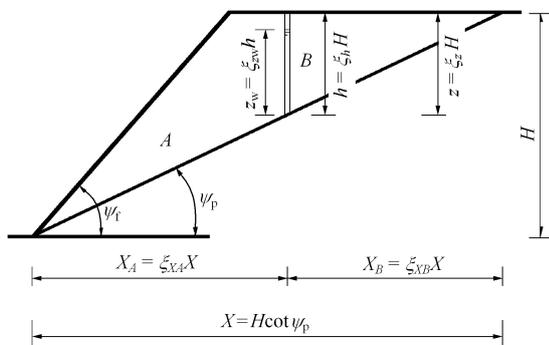
尽管岩质边坡体系可靠度研究已经取得了一些进展,然而综合国内外研究可以看出,目前对于岩质边坡平面滑动的体系可靠度研究还很不深入,如采用 Cornell 上下限法计算边坡体系可靠度是基于功能函数完全相关或完全独立,当边坡稳定分析中多数功能函数的失效概率为同一量级时,Cornell 上下限法得出的范围较宽。Ditlevsen 窄界限公式求得可靠指标范围较 Cornell 上下限法要窄得多,但是当失效模式间相关系数大于 0.6 时这个范围变得较大,无法以一个确定的数值表示边坡的可靠度。R. Jimenez-Rodriguez 等^[19]提出的分析边坡体系可靠度的不相交割集模型不能考虑失效模式间的相关性对体系可靠度的影响,从而明显地低估了边坡的体系可靠度。

此外,现有文献对于影响边坡稳定可靠度分析的基本变量分布类型研究甚少,大多数研究为了简化计算将变量如黏聚力和内摩擦角取为正态或对数正态分布。由于岩体力学参数如黏聚力和内摩擦角都是不能小于 0 的,而正态分布的尾部处于小于 0 的范围内,可靠指标的计算恰好又是利用变量分布尾部区段,这将导致可靠度计算结果不能反映边坡真实的安全度。此外,在边坡可靠度对基本随机变量敏感性分析方面的研究也较少,尤其是在边坡体系可靠度对基本随机变量分布参数敏感性分析方面更是无人涉足。由于边坡体系可靠度分析中客观存在的诸多不确定性因素对体系可靠度的影响程度是各不相同的,通过敏感性分析可以识别出可靠度计算中的敏感因素。一方面,对于敏感性非常小的

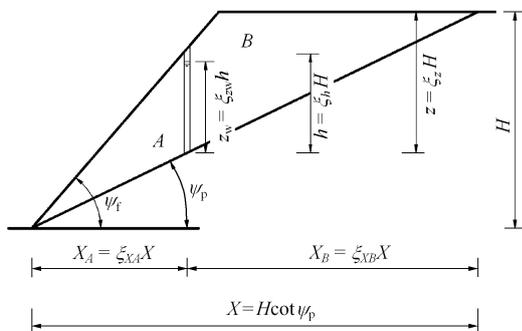
随机变量可以作为常量来处理, 从而减小体系可靠度计算工作量。另一方面, 敏感性分析结果对于边坡开挖及支护方案优化设计也具有十分重要的意义。总之, 上述这些问题都会影响边坡体系可靠度计算结果的有效性和实用性。针对上述问题, 本文提出了考虑多失效模式相关的岩质边坡平面滑动体系可靠度分析的概率故障树模型, 采用 β 分布描述岩质边坡稳定分析中有界变量的分布。在考虑岩质边坡多失效模式间相关性的基础上, 采用自适应重要抽样方法^[20]计算了岩质边坡平面滑动的体系可靠度, 并进行了体系可靠度对基本随机变量分布参数的敏感性分析。最后采用算例说明了文中所提方法的有效性。

2 岩质边坡平面滑动失效模式及其安全系数的计算

本文考虑的岩质边坡稳定性分析模型如图 1 所示^[19], 岩质边坡包含 2 个块体, 即被动块体 A 和主动块体 B。为了反映支护措施对边坡稳定性的影响, 锚固力 T 施加于坡面上。然而天然边坡并非如此规则, 为了简化边坡安全系数的计算, 从而得到安全



(a) 张裂缝位于坡顶



(b) 张裂缝位于坡面

图 1 岩质边坡平面滑动分析简图^[19]

Fig.1 Sketch of rock slope considering plane slide^[19]

系数的显示表达式, 计算中采用的假定与 E. Hoek 和 J. Bray^[21]一样, 如: 计算中假定滑面及张裂缝的走向平行于坡面, 仅有一条张裂缝且张裂缝垂直, 水沿张裂缝底进入滑动面渗漏, 张裂缝底与坡间长度内的水压力按线性变化至 0(三角形分布)等。块体安全系数的计算方法是刚体极限平衡法, 根据两块体之间是否发生相互作用, 这里又分为 2 种情况: (1) 块体之间不发生相互作用, 也即块体之间作用力为 0; (2) 块体之间存在相互作用力 I_f 。下面进一步分析上述 2 种情况下边坡安全系数的计算公式。

2.1 块体之间不发生相互作用

在块体 B 是稳定的情况下, 块体之间不会发生相互作用。采用 E. Hoek 和 J. Bray^[21]给出的方法可得块体 A 的安全系数计算公式:

$$FS_A = \frac{(T \cos \theta + W_A \cos \psi_p - U_A - V \sin \psi_p) \tan \varphi_A}{W_A \sin \psi_p + V \cos \psi_p - T \sin \theta} + \frac{c_A A_A}{W_A \sin \psi_p + V \cos \psi_p - T \sin \theta} \quad (1)$$

$$A_A = (H - z) \csc \psi_p \quad (2)$$

$$U_A = \frac{1}{2} \gamma_w z_w (H - z) \csc \psi_p \quad (3)$$

$$V = \frac{1}{2} \gamma_w z_w^2 \quad (4)$$

式中: c_A 为滑动面的黏聚力, φ_A 为滑动面的内摩擦角, A_A 为滑动面的面积, W_A 为块体 A 所受重力; U_A 为滑动面上的水压力, T 为锚固力, V 为张裂缝中水压力, ψ_p 为滑动面的倾角, θ 为锚固力方向和滑面法线之间的夹角, H 为边坡高度, z 为坡顶面至张裂缝底部的高度, z_w 为张裂缝中充水深度, γ_w 为水的容重。

块体 A 所受重力 W_A 根据张裂缝位置的不同分为 2 种情况:

(1) 当张裂缝位于坡顶(见图 1(a))时有

$$W_A = \frac{1}{2} \gamma_{\text{rock}} H^2 \{ [1 - (z/H)^2] \cot \psi_p - \cot \psi_f \} \quad (5)$$

式中: γ_{rock} 为岩石容重, ψ_f 为坡面倾角。

(2) 当张裂缝位于坡面(见图 1(b))时有

$$W_A = \frac{1}{2} \gamma_{\text{rock}} H^2 [(1 - z/H)^2 \cot \psi_p \cdot (\cot \psi_p \tan \psi_f - 1)] \quad (6)$$

同理, 块体 B 的安全系数计算公式为

$$FS_B = \frac{(W_B \cos \psi_p - U_B + V \sin \psi_p) \tan \phi_B}{W_B \sin \psi_p - V \cos \psi_p} + \frac{c_B A_B}{W_B \sin \psi_p - V \cos \psi_p} \quad (7)$$

$$A_B = z \csc \psi_p \quad (8)$$

$$U_B = \frac{1}{2} \gamma_w z^2 \csc \psi_p \quad (9)$$

式中： c_B 为滑动面的黏聚力， ϕ_B 为滑动面的内摩擦角， A_B 为滑动面的面积， W_B 为块体 B 所受重力， U_B 为滑动面上的水压力。

块体 B 所受重力 W_B 根据张裂缝位置的不同也分为 2 种情况：

(1) 当张裂缝位于坡顶(见图 1(a))时有

$$W_B = \frac{1}{2} \gamma_{\text{rock}} z^2 \cot \psi_p \quad (10)$$

(2) 当张裂缝位于坡面(见图 1(b))时有

$$W_B = \frac{1}{2} \gamma_{\text{rock}} H^2 \{ \cot \psi_p [1 - (1 - z/H)^2 \cdot (\cot \psi_p \tan \psi_f - 1)] - \cot \psi_f \} \quad (11)$$

当张裂缝与边坡坡顶线重合时，则处于由坡顶向坡面过渡的阶段，此时有

$$z/H = 1 - \cot \psi_f \tan \psi_p \quad (12)$$

2.2 块体之间发生相互作用

当块体 B 不稳定时，它有向下滑动的趋势，将对块体 A 有作用力 I_F 。此时有 2 两种可能的结果：一种是块体 A 在外部荷载及块体 B 的作用下发生滑动破坏；另一种情况是块体 A 在自重及外部锚固力 T 的作用下能够保持稳定，从而使块体 B 也保持稳定。假定 I_F 和张裂缝法线间的夹角为 ϕ_{AB} ，同理采用 E. Hoek 和 J. Bray^[21] 的方法可得块体 A 和 B 的安全系数计算公式分别为

$$FS_A = \frac{c_A A_A + (T \cos \theta + W_A \cos \psi_p) \tan \phi_A}{W_A \sin \psi_p + V \cos \psi_p + I_F \cos(\psi_p - \phi_{AB}) - T \sin \theta} - \frac{[U_A + V \sin \psi_p + I_F \sin(\psi_p - \phi_{AB})] \tan \phi_A}{W_A \sin \psi_p + V \cos \psi_p + I_F \cos(\psi_p - \phi_{AB}) - T \sin \theta} \quad (13)$$

$$FS_B = \frac{c_B A_B + (W_B \cos \psi_p - U_B + V \sin \psi_p) \tan \phi_B}{W_B \sin \psi_p - V \cos \psi_p - I_F \cos(\psi_p - \phi_{AB})} + \frac{I_F \sin(\psi_p - \phi_{AB}) \tan \phi_B}{W_B \sin \psi_p - V \cos \psi_p - I_F \cos(\psi_p - \phi_{AB})} \quad (14)$$

由于式(13)和(14)中都含有未知量 I_F ，为此可以

先假定块体 B 处于极限平衡状态^[4, 19]，即 $FS_B = 1$ ，从而求出 I_F ，然后再将其代入式(13)可以求得 FS_A 。如果 $FS_A > 1$ ，那么边坡处于稳定状态，否则边坡是不稳定的。

3 岩质边坡平面滑动的体系可靠度计算

根据前面分析可知，文中考虑的边坡稳定问题包含 2 种情况：块体之间不发生相互作用和块体之间发生相互作用。此外，块体 A 和 B 所受重力根据张裂缝的位置也分为 2 种情况进行计算：张裂缝位于坡顶和张裂缝位于坡面。考虑上述情况，岩质边坡的失稳包括以下 4 种失效模式^[19]：(1) 失效模式 1，张裂缝位于坡顶，且块体间不发生相互作用；(2) 失效模式 2，张裂缝位于坡顶，且块体间发生相互作用；(3) 失效模式 3，张裂缝位于坡面，且块体间不发生相互作用；(4) 失效模式 4，张裂缝位于坡面，且块体间发生相互作用。

根据图 1 和上述 4 种失效模式可以推导出相应的极限状态方程，结果如表 1 所示^[19]。这里应该注

表 1 岩质边坡体系可靠度分析中极限状态方程的定义^[19]
Table 1 Definition of limit state functions in system reliability analysis of rock slope^[19]

极限状态方程	物理含义	计算公式编号
$g_1 = z - H(1 - \cot \psi_f \tan \psi_p) \leq 0$	张裂缝在坡顶	(12)
$g_2 = \{FS_B g_1 \leq 0\} - 1 \leq 0$	张裂缝在坡顶，块体 B 不稳定，且不和块体 A 相互作用	(7), (10)
$g_3 = \{FS_B g_1 > 0\} - 1 \leq 0$	张裂缝在坡面，块体 B 不稳定，且不和块体 A 相互作用	(7), (11)
$g_4 = \{FS_A (g_1 \leq 0, g_2 > 0)\} - 1 \leq 0$	张裂缝在坡顶，块体 A 不稳定，块体 B 稳定，且块体间不发生相互作用	(1), (5)
$g_5 = \{FS_A (g_1 \leq 0, g_2 \leq 0)\} - 1 \leq 0$	张裂缝在坡顶，块体 A 和 B 都不稳定，且块体间发生相互作用	(13), (5)
$g_6 = \{FS_A (g_1 > 0, g_3 > 0)\} - 1 \leq 0$	张裂缝在坡面，块体 A 不稳定，块体 B 稳定，且块体间不发生相互作用	(1), (6)
$g_7 = \{FS_A (g_1 > 0, g_3 \leq 0)\} - 1 \leq 0$	张裂缝在坡面，块体 A 和 B 都不稳定，且块体间发生相互作用	(13), (6)

意到边坡的失稳破坏包含 4 种失效模式, 每种失效模式的发生都可能导致边坡失稳破坏, 显然边坡稳定分析是一个体系可靠度问题。对于这个体系可靠度问题, 由于 4 种失效模式中都包含有一些相同的随机变量, 如变量 $c_A, c_B, \varphi_A, \varphi_B$ 等, 这将导致 4 种失效模式之间存在一定的相关性, 也即失效模式之间不是相互独立的, 那么边坡的体系失效概率自然也不能等于上述 4 种失效模式的失效概率之和。然而 R. Jimenez-Rodriguez 等^[19]忽略了这种相关性的影响, 简单地将边坡的体系失效概率等价于上述 4 种失效模式的失效概率之和, 结果明显地高估了边坡的体系失效概率。针对此问题, 下面将采用概率故障树模型来模拟边坡体系失效概率的计算问题。概率故障树^[22]有 3 个重要组成部分: 底事件、连接门、底事件同连接门之间的关系。它与传统的故障树方法区别在于, 底事件不是用单一确定的失效概率值表示, 而是用功能函数表示, 底事件的失效概率可以根据此功能函数采用常用的概率方法如 FORM 方法计算。如果功能函数代表的失效模式之间是串联关系, 在概率故障树中则用 OR 门连接, 失效模式之间是并联关系则用 AND 门连接。概率故障树模型能够有效地考虑不同失效模式间的相关性, 图 2 给出了上述边坡体系失效概率分析的概率故障树模型。

在图 2 所示的概率故障树模型基础上, 采用自适应重要抽样(adaptive importance sampling, AIS)^[20]方法计算边坡的体系可靠度。由于 AIS 方法不受失效模式间相关或独立条件的限制, 它从随机抽样的

角度出发求解体系可靠度, 表面上看没有考虑各失效模式之间的相关性, 但实际上在计算过程中自然地满足了功能函数间相关性条件, 所以得到的结果与精确解十分接近, 而且计算量较标准蒙特卡罗模拟方法要小得多。

3.1 单一极限状态方程的 AIS 方法

将功能函数 $g(\mathbf{u})$ 在最大概率密度点处展开成泰勒级数, 并仅取其线性项和二阶项, 可得

$$g(\mathbf{u}) = \nabla g(\mathbf{u}^*)^T (\mathbf{u} - \mathbf{u}^*) + \frac{1}{2} (\mathbf{u} - \mathbf{u}^*)^T \mathbf{H}(\mathbf{u}^*) (\mathbf{u} - \mathbf{u}^*) \quad (15)$$

式中: \mathbf{u}^* 为最大概率密度点, $\nabla g(\mathbf{u}^*)$ 为最大概率密度点处的梯度, \mathbf{H} 为包含二阶偏导数的 Hessian 矩阵。

式(15)用于定义 AIS 方法的最初抽样区域, 抽样时对 \mathbf{H} 只需做大概的估算。由 AMV⁺方法^[23]得到的线性函数 $g(\mathbf{X})$ 可以变换到 \mathbf{u} 空间中的二阶 $g(\mathbf{u})$ 函数, 也可以采用曲线拟合等其他方法^[24], 变换后的抛物曲面可以表示为

$$g = \beta - v_n + \sum_{i=1}^{n-1} \lambda_i v_i^2 \quad (16)$$

式中: v_i^2 为独立的标准正态分布随机变量; λ_i 为参数, 其和主曲率的关系为 $k_i = 2\lambda_i$ 。

AIS 方法利用式(16)建立最初的自适应重要抽样边界, 然后在 $g \leq 0$ 区域中抽样。设最初的抽样区域为 S , 其概率 p_S 可以采用二阶可靠度方法或卷积法计算^[25]。

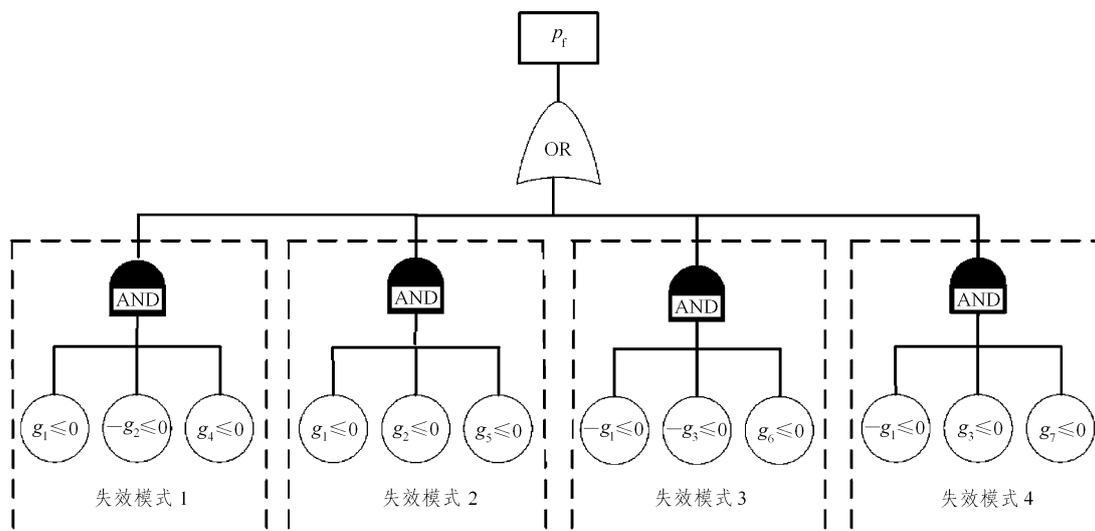


图 2 岩质边坡体系可靠度分析的概率故障树模型

Fig.2 Probabilistic fault tree model for system reliability of rock slope

为了改变抽样空间，将 $\lambda_i (i = 1, 2, \dots, n-1)$ 变为 λ'_i 。 λ_i 的改变可基于概率增量 Δp_s 单独或同时进行。定义扰动极限状态面为

$$g' = \beta - v_n + \sum_{i=1}^{n-1} \lambda'_i v_i^2 \quad (17)$$

式中：“'”表示扰动条件。此时抽样区域变为 $S' = S + \Delta S$ 。

AIS 方法采用置信度和误差范围来确定最初的抽样数目 N_1 ，在抽样过程中，抽样数目需根据抽样区域 S 内的失效概率不断调整。设抽样区域 S 中失效点的数目为 N_1^+ 。给定 λ'_i ，那么在新增加的抽样区域 ΔS 中进行抽样的数目 ΔN 为

$$\Delta N = (p'_s - p_s)N_1 = \Delta p_s N_1 \quad (18)$$

式中： p'_s 为扰动区 S' 内修正的概率。通过抽样最初的 g 函数可得区域 ΔS 内的失效点数目 ΔN^+ ，修正后的概率估计值 p_f 为

$$p_f = p'_s \hat{p} = p'_s \frac{N_1^+ + \Delta N^+}{N_1 + \Delta N} \quad (19)$$

式中： \hat{p} 为抽样区域 S' 内的条件失效概率估计值，即 $\hat{p} = P(g \leq 0 | S')$ 。该调整过程可以一直重复(至少重复一次)直到失效点不再增加，而且计算结果满足收敛条件。

下面来进一步讨论 AIS 方法中抽样数目的确定。假设抽样得到的概率 \hat{p} 服从正态分布，对于给定的置信度 $1 - \alpha$ ，迭代误差限 γ (以百分比表示)为

$$\gamma = 100 \Phi^{-1} \left(1 - \frac{\alpha}{2} \right) \sqrt{\frac{1 - \hat{p}}{\hat{p}N}} \quad (20)$$

式中： $\Phi^{-1}(\cdot)$ 为标准正态分布函数的反函数。

在给定了 \hat{p} 的条件下可以采用式(20)确定出所需的抽样数目 N 。理想的情况是 AIS 方法中抽样的区域非常接近失效区域，那么 $\hat{p} = 1$ ，但是这种情况是不可能出现的，因为抽样区域必须大于失效区域，从而保证抽样区域能够完全覆盖失效区域。

3.2 体系可靠度计算的 AIS 方法

体系可靠度分析通常包含多个极限状态，极限状态曲面可以通过逐步增加极限状态来构建。体系可靠度分析的 AIS 过程需要构建多个抛物曲面。理论上说，体系可靠度是单一极限状态概念的扩展和延伸，难点在于如何增加在失效区域内的抽样。

基于 AMV⁺模型，从最重要的极限状态开始增

加抽样。该方法简单，但是当体系可靠度受多个极限状态共同影响时，这种方法效率较低。在这种情况下，不能将任何单一极限状态看作是最主要的极限状态，因为单一极限状态的最大概率密度点不适用于体系失效概率分析，更有效的方法是基于失效模式来增加抽样。基于 AMV⁺产生的近似极限状态来确定初始抽样区域，然后基于不断调整的极限状态来确定增加的抽样区域。图 3 表示了具有 2 种失效模式和 3 个极限状态的 AIS 方法计算过程，相应的体系失效概率为

$$p_f = P\{(g_1 < 0) \cup [(g_2 < 0) \cap (g_3 < 0)]\} \quad (21)$$

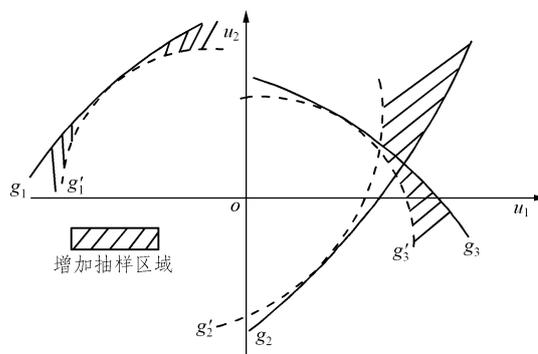


图 3 体系可靠度计算的自适应重要抽样方法
Fig.3 Adaptive importance sampling method for system reliability

3.3 体系可靠度对随机变量分布参数的敏感性

边坡体系可靠度分析中客观存在的诸多不确定性因素对边坡体系可靠度的影响程度是各不相同的，其中那些对体系可靠度影响显著的因素即为敏感因素。通过敏感性分析可以确定可靠度计算中的敏感因素，这对于边坡的优化设计具有十分重要的意义。如果体系可靠度对边坡某个参数十分敏感，亦即如果该参数有较小的变动，则会对边坡体系可靠度产生明显的影响，此时，如果对该参数做较小的改善将会带来事半功倍的效果。边坡体系可靠度分析中的不确定因素是用随机变量来表示的，而随机变量一般是用其分布参数如均值、标准差和分布类型来描述的。因此，通过分析各随机变量的均值和标准差的变化对边坡体系可靠度的影响即可实现体系可靠度敏感性分析。

边坡体系失效概率 p 对随机变量 X 的均值 μ_x 和标准差 σ_x 的敏感性因子分别定义为

$$\alpha_{\mu_x} = \frac{\partial p}{\partial \mu_x} \quad (22)$$

$$\alpha_{\sigma_x} = \frac{\partial p}{\partial \sigma_x} \quad (23)$$

式中: α_{μ_x} 和 α_{σ_x} 分别为变量 X 的均值和标准差敏感性因子。敏感性因子都是量纲一的量, 当然也可以将上述敏感性因子进行标准化, 从而使所有变量标准化后的敏感性因子平方和为 1。

4 算 例

下面以图 1 所示的边坡为例来说明本文所提方法的有效性。这里假定边坡地质勘测资料非常详细, 除了张裂缝位置看作随机变量外, 边坡的几何尺寸都是已知的确定量。计算时假定锚固力方向垂直于滑面, 即 $\theta = 0$ 。潜在的滑动面倾角 $\psi_p = 32^\circ$, 坡面倾角 $\psi_f = 60^\circ$, 岩石和水的容重分别为 $\gamma_{\text{rock}} = 25 \text{ kN/m}^3$ 和 $\gamma_w = 9.8 \text{ kN/m}^3$ 。为了反映边坡高度对边坡可靠度的影响, 这里计算了边坡高度从 10 m 变化到 40 m 的情况。下面来分析边坡体系可靠度计算中基本随机变量的分布类型。工程实践经验表明, 张裂缝出现在坡顶的情况居多, 而且描述张裂缝位置的变量 ξ_{XB} 是一个有界的随机变量。为此, 这里采用非对称的 β 分布来描述 ξ_{XB} 。对于黏聚力 c 和内摩擦角 ϕ 来说, 大多数研究^[2, 4, 14]都采用了正态分布来描述其变异性, 由于 c 和 ϕ 都是大于 0 的随机变量, 因此一些研究^[3, 10, 11, 17, 19]采用对数正态分布或 β 分布来描述 c 和 ϕ 的分布类型。一般来说, c 和 ϕ 都是有界的非负值变量, 这里和 B. K. Low^[11]一样采用 Beta 分布来表示 c 和 ϕ 的分布类型。张裂缝中充水深度显然是不能大于张裂缝的深度, 因此张裂缝中充水深度系数 ξ_{zw} 也是个有界的随机变量, R. Jimenez-Rodriguez 等^[19]假定边坡具有良好的排水系统, 认为张裂缝中充水深度不会超过张裂缝深度的 50%, 据此将 ξ_{zw} 视为区间 [0.0, 0.5] 内的均匀分布。由工程实践知, 张裂缝中充水较低的情况显然比充水较高的情况更为常见, 张裂缝完全充水也只有在极端暴雨的情况下才会出现, 因此张裂缝中充水深度显然是一个非均匀分布的变量, 将其视为均匀分布是值得商榷的。为此, 这里将 ξ_{zw} 视为截尾指数分布, 同时也假定边坡排水系统良好, 所以截尾区间为 [0.0, 0.5], 截尾前指数分布的均值为 0.25, 相应的

截尾指数分布概率密度函数和累积概率分布函数分别为

$$f(x) = \frac{4}{1 - e^{-2}} e^{-4x} \quad (0.0 \leq x \leq 0.5) \quad (24)$$

$$F(x) = \frac{1 - e^{-4x}}{1 - e^{-2}} \quad (0.0 \leq x \leq 0.5) \quad (25)$$

R. Jimenez-Rodriguez 等^[19]将锚固力视为正态分布, 为了避免锚固力出现负值的情况, 这里采用了截尾正态分布, 其概率密度函数为

$$f(x_T) = \frac{1}{F_0(x_u) - F_0(x_l)} f_0(x_T) \quad (x_l \leq x_T \leq x_u) \quad (26)$$

式中: x_l 和 x_u 分别为锚固力 x_T 的下限和上限值; $F_0(x_l)$ 和 $F_0(x_u)$ 分别为 x_l 和 x_u 处的累积概率分布函数值; $f_0(x_T)$ 为截尾前正态分布的概率密度函数, 且有

$$f_0(x_T) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x_T - \mu}{\sigma}\right)^2\right] \quad (27)$$

式中: x_T 的取值范围为 $(-\infty, +\infty)$, μ 和 σ 分别为正态分布函数的均值和标准差。

在 R. Jimenez-Rodriguez 等^[19]给出的数据的基础上, 本文确定的边坡稳定分析中随机变量及其统计参数如表 2 所示, 可以看出表中所有随机变量都是有界的随机变量, 这显然是和实际情况相符合的。

采用 AIS 方法进行可靠指标计算时的迭代误差限取为 0.01, 置信度为 95%。图 4 比较了采用本文方法和 R. Jimenez-Rodriguez 等^[19]方法得出的边坡体系失效概率。由图 4 可以看出, 本文提出的概率故障树模型能够有效地模拟岩质边坡的多失效模式相关的体系可靠度问题, 失效模式间相关性对岩质边坡的体系可靠指标有一定的影响, 如果不考虑失效模式间的相关性, 岩质边坡的体系失效概率将会被高估。如对于 40 m 高的边坡来说, 本文方法和 R. Jimenez-Rodriguez 等^[19]方法计算的失效概率分别为 5.2×10^{-2} 和 8.7×10^{-2} 。此外, 边坡的体系失效概率随着边坡高度的增加而增大。如当边坡高度从 10 m 增加到 40 m 时, 采用本文方法计算的体系失效概率从 2.4×10^{-5} 增加到 5.2×10^{-2} , 失效概率增加了近 3 个数量级, 这说明岩质边坡高度对边坡的体系失效概率有非常明显的影响。

为了反映边坡不同失效模式对边坡体系失效概率的影响, 图 5 给出了不同高度边坡在 4 种失效模

表 2 基本变量的统计参数
Table 2 Statistical parameters of basic variables

		ξ_{XB}					c_B					ϕ_A					
分布类型	均值	标准差	变异系数	下限值	上限值	分布类型	均值 /kPa	标准差 /kPa	变异系数	下限值 /kPa	上限值 /kPa	分布类型	均值 /($^{\circ}$)	标准差 /($^{\circ}$)	变异系数	下限值 /($^{\circ}$)	上限值 /($^{\circ}$)
β	0.43	0.46	1.07	0.0	1.0	β	18	11.4	0.63	6	30	β	36	10	0.28	26	46
		ϕ_B					ϕ_{AB}					c_A					
分布类型	均值 /($^{\circ}$)	标准差 /($^{\circ}$)	变异系数	下限值 /($^{\circ}$)	上限值 /($^{\circ}$)	分布类型	均值 /($^{\circ}$)	标准差 /($^{\circ}$)	变异系数	下限值 /($^{\circ}$)	上限值 /($^{\circ}$)	分布类型	均值 /kPa	标准差 /kPa	变异系数	下限值 /kPa	上限值 /kPa
β	32	10	0.31	22	42	β	30	10	0.33	20	40	β	20	11.4	0.57	8	32
		T					ξ_{zw}										
分布类型	均值/kN	标准差/kN	变异系数	下限值/kN	上限值/kN	分布类型	均值	标准差	变异系数	下限值	上限值						
截尾正态	50	3	0.06	40	60	截尾指数	0.25	0.25	1.00	0.0	0.5						

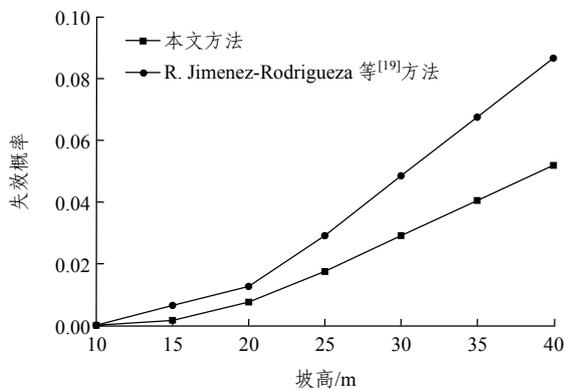


图 4 边坡体系失效概率的比较

Fig.4 Comparison of system probabilities of failure using different methods

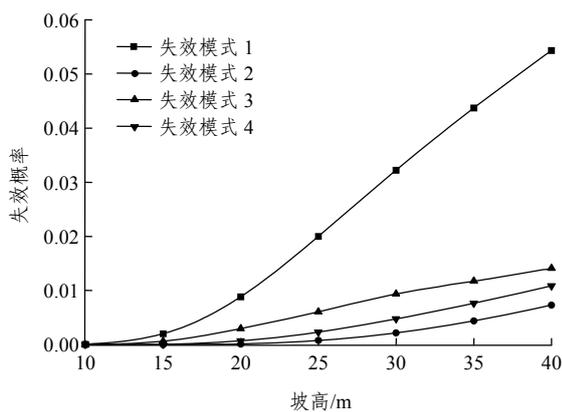


图 5 不同失效模式下失效概率的比较

Fig.5 Comparison of probabilities of failure for different failure modes

式下的失效概率。可以看出，4 种失效模式对于边坡的体系失效概率的贡献是不同的。失效模式 1 对

于边坡体系失效概率的贡献最大，失效模式 2 对于体系失效概率的贡献最小。如对于 25 m 高的边坡来说，失效模式 1 和 2 的失效概率分别为 2.0×10^{-2} 和 7.5×10^{-4} ，两者差别近 2 个数量级。此外还可以看出，失效模式 1 和 3 的失效概率明显大于失效模式 2 和 4 的失效概率，这说明块体间发生相互作用的可能性比不发生相互作用的可能性要小。据此可以得出在初拟边坡开挖方案时，块体 A 的稳定性应该给予足够的重视，相反块体 B 的稳定性处于次要的位置。如可以通过增加锚固力 T 来提高块体 A 的稳定性，从而提高边坡的体系可靠度。但在这种情况下，失效模式 2 和 4 对于边坡的体系失效概率影响就增加了，也即块体间发生相互作用的失效模式由次要失效模式上升为主要失效模式。

表 2 中将 ξ_{zw} 视为区间[0.0, 0.5]内的截尾指数分布，其均值为 0.25。但是单纯地将 ξ_{zw} 在区间[0.0, 0.5]内的截尾也是不完善的，因为在极端暴雨情况下张裂缝中可能完全充水，此时 ξ_{zw} 将达到最大值 1.0，为此，B. K. Low^[10, 11]将 ξ_{zw} 取为区间[0.0, 1.0]内的截尾指数分布。本文对这 2 种截尾指数分布都做了计算，计算时截尾前指数分布的均值都为 0.25。图 6 比较了上述 2 种截尾指数分布下的边坡体系可靠指标。由图 6 可以看出， ξ_{zw} 在区间[0.0, 0.5]内截尾下的可靠指标显然高于在区间[0.0, 1.0]内截尾下的可靠指标，而且随着边坡高度的降低，这种差别更加明显。如对于 10 m 高的边坡来说， ξ_{zw} 在区间 [0.0, 0.5]和[0.0, 1.0]截尾下的可靠指标分别为 4.0 和 2.5；而对于 40 m 高的边坡来说， ξ_{zw} 在 2 种分布

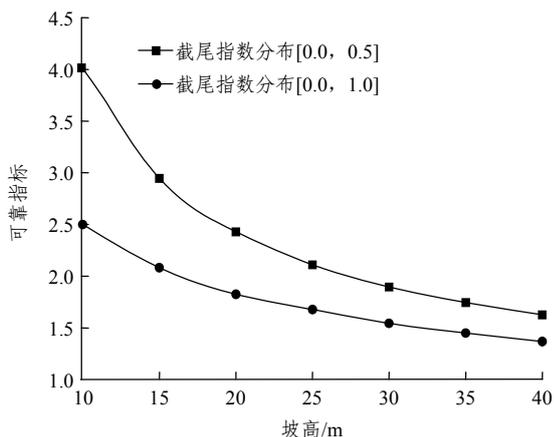


图 6 张裂缝中充水深度系数分布类型对边坡体系可靠指标的影响

Fig.6 System reliability indexes for different truncated exponential distributions of percentage of tension crack filled with water

下的可靠指标分别为 1.62 和 1.37。从保守的角度来看, 如果边坡排水效果一般, 建议在进行边坡体系可靠度计算时采用 ξ_{zw} 在区间[0.0, 1.0]内的截尾指数分布。

为了反映滑面倾角对边坡体系可靠度的影响, 图 7 给出了高 25 m 的边坡在滑面倾角从 30°变化到 40°时的可靠指标, 可以看出, 边坡的体系可靠指标随着滑面倾角的增加而线性减小, 如当滑面倾角从 30°增加到 40°时, 边坡的可靠指标从 2.4 减小到 0.2。这说明滑面倾角对边坡的体系可靠指标有非常明显的影响, 因此在岩质边坡地质勘测中要尽可能获得诸如断层、节理等的详细资料, 从而提高边坡可靠度分析结果的准确性。

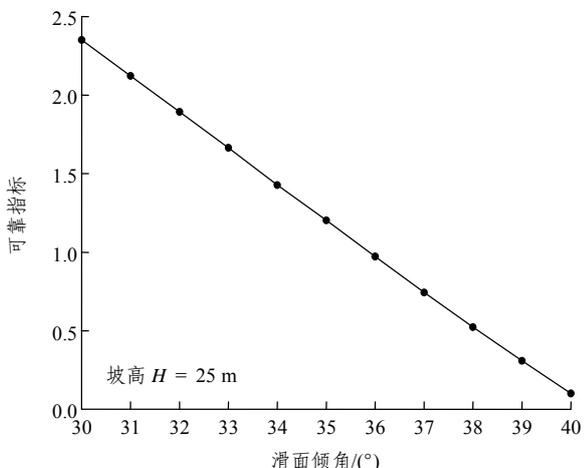


图 7 滑面倾角对边坡体系可靠指标的影响

Fig.7 Effect of slope failure dip plane on system reliability index of slope

前面计算时假定锚固力方向是垂直于滑面的, 下面进一步分析锚固力倾角 θ 对边坡体系可靠度的影响。注意这里 θ 定义为锚固力方向和滑面法线方向之间的夹角。考虑 θ 从 0°(锚固力方向垂直于滑面)变化到 90°(锚固力方向平行于滑面)的情况。图 8 给出了边坡在不同锚固力倾角时的体系可靠指标, 可以看出, 边坡的体系可靠指标随着锚固力倾角的增加是先增加后减小的, 存在一极大值, 也即存在最优的锚固角。由图中可得最优的锚固角大约是 50°, 也即锚固力和水平线间的夹角为 8°, 而且是向下倾斜。此外还可以看出, 当锚固力方向和滑面垂直时, 边坡的体系可靠指标最小, 也即这种锚固方案是不可取的。

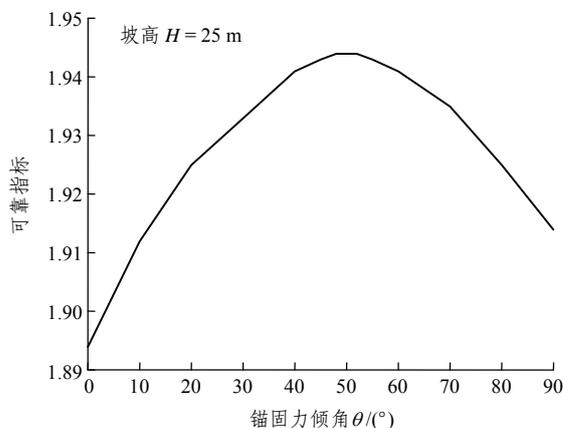


图 8 锚固力倾角对边坡体系可靠指标的影响

Fig.8 Effect of dip of reinforcing force on system reliability index of slope

和传统的边坡稳定分析的确定性方法相比, 边坡稳定性可靠度分析的一个优点就是可靠度分析结果能够方便地进行变量敏感性分析。下面将分析体系可靠度对基本随机变量分布参数的敏感性。根据前面计算结果, 采用式(22)和(23)可得边坡的体系失效概率对随机变量分布参数的敏感性因子, 图 9 给出了 25 m 高边坡的随机变量分布参数的敏感性因子, 由图中可以看出:

(1) 不管是从变量均值敏感性因子还是变量标准差敏感性因子来看, 所有变量中张裂缝中充水深度系数 ξ_{zw} 、张裂缝位置 ξ_{XB} 的敏感性因子都较大, 主要是因为上述 2 个变量的变异系数均大于 1.0, 而且在所有的随机变量中也是最大的。这说明上述 2 个变量对边坡的体系可靠度影响最大, 它们的较小变化将会对边坡的体系可靠度产生明显的影响。因此

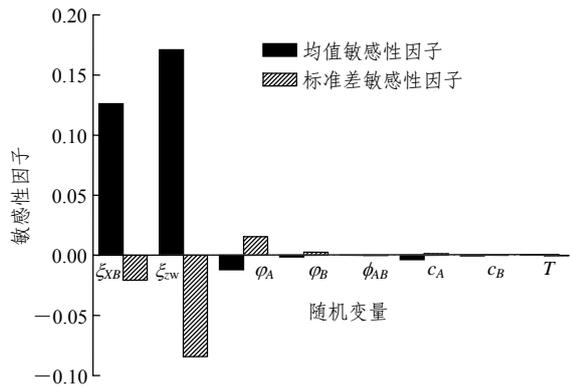


图9 随机变量分布参数敏感性因子的比较

Fig.9 Comparison between sensitivity factors with respect to distribution parameters of random variables

采用良好的排水系统尽量降低张裂缝中充水深度是提高边坡体系可靠度有效的方法。此外，张裂缝的准确位置对边坡的体系可靠度也有明显的影响，在地质勘测中要尽可能地弄清张裂缝的具体位置。

(2) 当变量的标准差敏感性因子相对较大时，该变量在较小范围内变化时将会引起失效概率的明显变化。如 ξ_w 的标准差敏感性因子为 -8.44×10^{-2} ，说明 ξ_w 的较小增加将会引起边坡体系失效概率明显的增加。同时，由图 9 可以看出， ξ_w 的均值敏感性因子(0.17)在所有的随机变量中最大。因此，变量的均值敏感性因子和标准差敏感性因子是高度相关的，它们都可以用来识别最敏感的随机变量。

(3) 当变量的标准差敏感性因子趋近于 0 或者非常小时，该变量在较大的范围内变化不会引起失效概率的明显变化。如 T 的标准差敏感性因子为 -3.16×10^{-4} ，说明 T 在较大的范围内变化时不会明显地影响边坡体系的失效概率。这反过来又说明 T 的均值敏感性因子较小，由图 9 可以看出， T 的均值敏感性因子为 2.05×10^{-4} ，也是较小的，这显然是正确的。

5 结 论

为了考虑失效模式间的相关性对岩质边坡体系可靠度的影响，本文提出了考虑多失效模式相关的岩质边坡平面滑动的体系可靠度计算方法。建立了岩质边坡平面滑动体系可靠度分析的概率故障树模型，并对影响岩质边坡体系可靠度的基本随机变量

的分布类型进行了讨论。最后采用自适应重要抽样方法计算了岩质边坡的体系可靠指标，同时进行了边坡体系可靠度对基本随机变量分布参数的敏感性分析。由分析可以得出以下结论：

(1) 概率故障树模型能够有效地分析岩质边坡多失效模式相关的体系可靠度问题，失效模式间的相关性对岩质边坡平面滑动的体系可靠指标有一定的影响，如果不考虑失效模式间的相关性，岩质边坡的体系可靠度将会被低估。

(2) 在采用的岩质边坡稳定性分析模型中，不管张裂缝的具体位置如何，2 个块体之间不发生相互作用的可能性明显地比 2 个块体之间发生相互作用的可能性要高。这在传统的确定性分析方法中是无法反映的，这也是可靠度分析方法的一个优点。

(3) 均值敏感性因子和标准差敏感性因子是高度相关的，它们都可以用来识别最敏感的随机变量。岩质边坡的张裂缝中充水深度和张裂缝位置对边坡体系可靠度的影响最大，因此在进行岩质边坡稳定分析时要有意识地对敏感性因子较大的随机变量做出改善，如采用良好的排水系统以及地质勘测中要尽可能地弄清张裂缝的位置等，从而实现岩质边坡开挖及支护方案的优化设计。

(4) 岩质边坡张裂缝中充水深度系数 ξ_w 在区间 [0.0, 0.5] 内截尾下的可靠指标显然高于在区间 [0.0, 1.0] 内截尾下的可靠指标，尤其是对于较低的边坡来说，这种差别更加明显。除非边坡具有良好的排水系统，一般情况下，建议将 ξ_w 取为区间 [0.0, 1.0] 内的截尾指数分布。

参考文献(References):

[1] EINSTEIN E H. Uncertainty in rock mechanics and rock engineering—then and now[C]// Proceedings of the 10th International Congress of ISRM. [S.l.]: South Africa Institute of Mining and Metallurgy, 2003: 281 - 293.

[2] DUZGUN H S B, YACEMEN M S, KORPUZ C. A methodology for reliability-based design of rock slopes[J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 2003, 36(2): 95 - 120.

[3] HASOFER A M, LIND N C. Exact and invariant second-moment code format[J]. Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, 1974, 100(1): 111 - 121.

[4] 祝玉学, 沈大用. 可靠性指标法在双滑面破坏模式分析中的应用[J].

- 矿山技术, 1989, (3): 1 - 4.(ZHU Yuxue, SHEN Dayong. Application of reliability index method to rock slope with double plane failure[J]. Mine Technology, 1989, (3): 1 - 4.(in Chinese))
- [5] 刘宁, 卓家寿. 节理岩体的三维随机有限元及可靠度计算[J]. 岩石力学与工程学报, 1995, 14(4): 297 - 305.(LIU Ning, ZHUO Jiashou. 3D stochastic FEM and reliability analysis of joint rock[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 1995, 14(4): 297 - 305.(in Chinese))
- [6] 张社荣, 贾世军, 郭怀志. 岩石边坡稳定的可靠度分析[J]. 岩土力学, 1999, 20(2): 57 - 61, 66.(ZHANG Sherong, JIA Shijun, GUO Huaizhi. Reliability analysis of the rock slope stability[J]. Rock and Soil Mechanics, 1999, 20(2): 57 - 61, 66.(in Chinese))
- [7] 谭晓慧, 王建国, 吴礼年, 等. 边坡稳定的非线性随机有限元加速收敛算法的研究[J]. 岩土工程学报, 2007, 29(7): 1 030 - 1 034.(TAN Xiaohui, WANG Jianguo, WU Linian, et al. Studies on accelerating convergence method in nonlinear stochastic finite element analysis of slope stability[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2007, 29(7): 1 030 - 1 034.(in Chinese))
- [8] 谭晓慧, 王建国, 刘新荣, 等. 边坡稳定的有限元可靠度计算及敏感性分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(1): 115 - 122.(TAN Xiaohui, WANG Jianguo, LIU Xinrong, et al. Finite element reliability computation and sensitivity analysis of slope stability[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2007, 26(1): 115 - 122.(in Chinese))
- [9] TAMIMI S, AMADEI B, FRANGOPOL D M. Monte Carlo simulation of rock slope reliability[J]. Computers and Structures, 1989, 33(6): 1 495 - 1 505.
- [10] LOW B K. Reliability analysis of rock slopes involving correlated nonnormals[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2007, 44(6): 922 - 935.
- [11] LOW B K. Efficient probabilistic algorithm illustrated for a rock slope[J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 2008, 41(5): 725 - 734.
- [12] 张兴, 廖国华. 多滑面边坡的破坏概率[J]. 岩土工程学报, 1990, 12(6): 55 - 61.(ZHANG Xing, LIAO Guohua. Failure probability of slope with multiple slip surfaces[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1990, 12(6): 55 - 61.(in Chinese))
- [13] 谭晓慧. 多滑面边坡的可靠性分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2001, 20(6): 822 - 825.(TAN Xiaohui. Reliability analysis of a slope with several slide surfaces[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2001, 20(6): 822 - 825.(in Chinese))
- [14] 吴震宇, 陈建康, 许唯临, 等. 岩质边坡稳定的体系可靠度分析及工程应用[J]. 四川大学学报(工程科学版), 2008, 40(2): 32 - 37.(WU Zhenyu, CHEN Jiankang, XU Weilin, et al. Systematic reliability analysis of rock slope stability and its engineering application[J]. Journal of Sichuan University(Engineering Science), 2008, 40(2): 32 - 37.(in Chinese))
- [15] OKA Y, WU T H. System reliability of slope stability[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1990, 116(8): 1 185 - 1 189.
- [16] CHOWDHURY R N, XU D W. Geotechnical system reliability of slopes[J]. Reliability Engineering and System Safety, 1995, 47(3): 141 - 151.
- [17] LOW B K. Reliability analysis of rock wedges[J]. Journal of the Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 1997, 123(6): 498 - 505.
- [18] JIMENEZ-RODRIGUEZ R, SITAR N. Rock wedge stability analysis using system reliability methods[J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 2007, 40(4): 419 - 427.
- [19] JIMENEZ-RODRIGUEZ R, SITAR N, CHACON J. System reliability approach to rock slope stability[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2006, 43(6): 847 - 859.
- [20] WU Y T. Computational methods for efficient structural reliability and reliability sensitivity analysis[J]. AIAA Journal, 1994, 32(8): 1 717 - 1 723.
- [21] HOEK E, BRAY J. Rock slope engineering[M]. 3rd ed. London: Institution of Mining and Metallurgy, 1981.
- [22] THACKER B H, RIHA D S, FITCH S H K, et al. Probabilistic engineering analysis using the NESSUS software[J]. Structural Safety, 2006, 28(1/2): 83 - 107.
- [23] WU Y T, MILLWATER H R, CRUSE T A. An advanced probabilistic structural analysis method for implicit performance functions[J]. AIAA Journal, 1990, 28(9): 1 663 - 1 669.
- [24] DER KIUREGHIAN A, LIN H Z, HWANG S J. Second-order reliability approximations[J]. Journal of the Engineering Mechanics, ASCE, 1987, 113(8): 1 208 - 1 225.
- [25] TVEDT L. Distribution of quadratic forms in normal space-application to structural reliability[J]. Journal of the Engineering Mechanics, ASCE, 1990, 116(6): 1 183 - 1 197.